DOI: 10.24850/j-tyca-2019-06-03

Artículos

**Análisis de frecuencias no estacionario mediante
regresión lineal y distribuciones LN3₁, LP3₁ y GVE₁
Non-stationary frequency analysis by linear regression
and LN3₁, LP3₁ y GVE₁ distributions**

Daniel Francisco Campos-Aranda¹

¹ Profesor jubilado de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí,
México, campos_aranda@hotmail.com

Autor para correspondencia: Daniel Francisco Campos-Aranda,
campos_aranda@hotmail.com

Resumen

Todas las obras hidráulicas que requiere la sociedad se planean y dimensionan con base en las crecientes de diseño. Su estimación más confiable se realiza a través del *análisis de frecuencias* (AF), que consiste en ajustar una función de distribución de probabilidades (FDP) a los datos disponibles de gastos máximos anuales, para obtener las predicciones buscadas. La FDP Log-Normal de tres parámetros de ajuste (LN3) fue la primera de aplicación extensa en los análisis hidrológicos; las otras dos utilizadas han sido establecidas bajo precepto para los AF de crecientes, la Log-Pearson tipo III (LP3) en EUA y la General de Valores Extremos (GVE) en Inglaterra. Por otra parte, los efectos del cambio climático y las alteraciones físicas de las cuencas por urbanización y deforestación originan en los registros crecientes tendencias ascendentes; en cambio, la construcción de embalses genera tendencias descendentes. Debido a lo anterior, los datos citados son *no estacionarios* y su AF requiere de FDP que vayan cambiando con el tiempo, como *covariable*. Cuando el parámetro de ubicación y la media varían con el tiempo, en la función de cuantiles de la distribución LN3, se obtiene su modelo no estacionario, denominado LN3₁. Si la media y la

varianza cambian con el tiempo, en la función de cuantiles del modelo probabilístico LP3, se desarrolla su versión no estacionaria designada LP3₁. En cambio, cuando los parámetros de ajuste del modelo GVE cambian con el tiempo se obtiene su versión no estacionaria, denominada GVE₁. En este estudio se procesan dos registros con tendencia ascendente: uno de 77 gastos máximos anuales y otro de 58 valores de precipitación máxima diaria anuales. Se analizan los resultados y la selección de predicciones se basa en el menor error estándar de ajuste. Las conclusiones destacan la sencillez del método expuesto en el AF de series de datos hidrológicos extremos con tendencia, a través de los modelos LN3₁, LP3₁ y GVE₁.

Palabras clave: datos hidrológicos no estacionarios, regresión lineal bivariada, momentos condicionales, distribución Log-Normal, distribución Log-Pearson tipo III, distribución General de Valores Extremos, error estándar de ajuste.

Abstract

All hydraulic works required by society are planned and dimensioned based on Floods Design. The most reliable estimation is made through *frequency analysis* (FA), consisting of fitting a probability distribution function (PDF) to the available data of annual maximum flows, in order to obtain the predictions sought. The FDP Log-Normal of three parameters of fit (LN3) was the first one of extensive application in the hydrological analyzes; the other two used have been established under precept for the FA of floods; the Log-Pearson type III (LP3) in U.S.A. and the General of Extreme Values (GVE) in England. The effects of climate change and the physical alterations of the basins, due to urbanization and deforestation, originate ascending tendencies in the flood registers; on the other hand, the construction of reservoirs leads to descending tendencies. Because of the above, the aforementioned data is non-stationary and its FA requires PDF to change over time, as a *covariate*. When the location parameter and the mean vary with time, in the quantile function of the LN3 distribution, its non-stationary model called LN3₁ is obtained. If the mean and the variance change over time, in the quantile function of the probabilistic model LP3, its non-stationary version designated LP3₁ is developed. Instead, when the fit parameters of the GVE model change over time, its non-stationary version called GVE₁ is obtained. In this study, two records with ascending tendencies

are processed, one of 77 annual maximum flows and the other of 58 annual maximum daily precipitation values. The results are analyzed and a selection of predictions is based on the lowest standard error of fit. Conclusions regarding the FA of series of extreme hydrological data with tendency highlight the simplicity of the method exposed, through the $LN3_1$, $LP3_1$ and GVE_1 models.

Keywords: Non-stationary hydrological data, bivariate linear regression, conditional moments, Log-Normal distribution, Log-Pearson type III distribution, General Extreme Value distribution, standard error of fit.

Recibido: 30/07/2018

Aceptado: 14/01/2019

Introducción

Generalidades

El diseño hidrológico en las etapas de planeación, construcción, operación y revisión de las obras hidráulicas está basado en las llamadas *crecientes de diseño* (CD), ya sea que se trate de embalses, diques de protección, canalizaciones, puentes y/o estructuras de drenaje urbano. Las CD son gastos máximos del río asociados con bajas probabilidades de excedencia, cuya estimación más confiable se realiza por medio del *análisis de frecuencias de crecientes* (AFC) cuando se dispone de datos hidrométricos de gastos máximos anuales.

El AFC es un procedimiento probabilístico que consta de los cinco pasos siguientes: (1) verificación de la calidad estadística de los datos o muestra disponible; (2) selección de una *función de distribución de*

probabilidades (FDP) o modelo probabilístico del cual es probable que procedan los datos; (3) estimación de los parámetros de ajuste de la FDP; (4) cálculo de las predicciones o valores asociados con cierta probabilidad de no excedencia y que se realiza con base en la FDP probada, y (5) selección de resultados, donde se busca de manera *objetiva* el mejor ajuste logrado con cada FDP y método de estimación de sus parámetros (Kite, 1977; Stedinger, Vogel, & Foufoula-Georgiou, 1993; Rao & Hamed, 2000; Meylan, Favre & Musy, 2012; Salas, Obeysekera & Vogel, 2018).

Cuando no existen datos hidrométricos, la estimación de las CD se aborda a través de los llamados *métodos hidrológicos*, los cuales transforman hietogramas de diseño en los hidrogramas o gasto pico buscados (Majumdar & Kumar, 2012). La estimación de las tormentas de diseño se basa en las curvas intensidad-duración-frecuencia, pero debido a la escasez de registros pluviográficos, por lo general se realiza por medio del análisis probabilístico de los registros pluviométricos de precipitación máxima diaria (PMD). Estos registros por lo común tienen mayor amplitud y mucho mayor cobertura espacial (Teegavarapu, 2012; Johnson & Sharma, 2017).

El AFC es idéntico a los análisis probabilísticos de los registros de PMD y, por ello, el primer paso de ambos procedimientos consiste en verificar que las muestras de datos anuales de gastos máximos o de PMD hayan sido generados por un proceso aleatorio *estacionario*, es decir, que no ha cambiado en el tiempo. Lo anterior significa que el registro por procesar no debe tener componentes determinísticas, como tendencia, persistencia o cambios bruscos en la media.

Desafortunadamente, los efectos de cambio climático global o regional, y las alteraciones físicas que sufren las cuencas de drenaje o el entorno de las estaciones pluviométricas dan origen a registros de crecientes y de PMD que son *no estacionarios* por mostrar tendencias. En general, las tendencias ascendentes en las muestras de crecientes son consecuencia de la urbanización o de la deforestación, y las descendentes de la construcción de embalses de aprovechamiento y/o control. En las series de PMD anual, las tendencias están asociadas comúnmente a los efectos del cambio climático regional (Nguyen, El Outayek, Lim & Nguyen, 2017; Serago & Vogel, 2018; Salas *et al.*, 2018).

Khaliq, Ouarda, Ondo, Gachon y Bobée (2006) describen de manera concisa los diversos enfoques existentes para realizar el procesamiento de registros que no son estacionarios. En cambio, El Adlouni, Ouarda, Zhang, Roy y Bobée (2007) exponen un procedimiento específico basado en el ajuste de la distribución General de Valores Extremos (GVE), mediante la técnica de máxima verosimilitud generalizada y comparan el modelo estacionario (GVE_0) con el no estacionario que acepta dependencia lineal en su parámetro de ubicación (u) con una *covariable* o modelo GVE_1 . Cuando la dependencia es cuadrática o curva se define el modelo GVE_2 , y cuando se tiene dependencia lineal también en el parámetro de escala (a) se establece el modelo GVE_{11} . El Adlouni y Ouarda (2008) presentan la generalización del método de los momentos L al ajuste de las distribuciones GVE_1 y GVE_2 no estacionarias.

Los enfoques anteriores, así como el de Aissaoui-Fqayeh, El Adlouni, Ouarda y St. Hilaire (2009), permiten el uso de una covariable diferente al tiempo, por ejemplo, las asociadas con el comportamiento climático global. Campos-Aranda (2018) expone ejemplos de la aplicación de los modelos GVE_1 y GVE_2 , usando la generalización del método de momentos L , y como covariables el tiempo y el índice de la oscilación del sur (SOI).

Serago y Vogel (2018) sugieren realizar el análisis probabilístico de los registros no estacionarios mediante una regresión bivariada, la cual describe la relación entre los datos (x) y la variable exógena o covariable. Después obtienen la media, varianza y asimetría *condicionales* de x y de $y = \ln(x)$, para aplicarlas a las FDP de tres parámetros de ajuste: Log-Normal (LN3), Log-Pearson tipo III (LP3) y GVE estacionarias, y obtener su respectivos modelos no estacionarios. La distribución Log-Normal fue la primera que alcanzó una aplicación generalizada en los AFC, en la década de 1960. Las funciones LP3 y GVE fueron las primeras cuya aplicación fue establecida bajo precepto en EUA e Inglaterra. El modelo GVE se convirtió en la distribución clásica de los análisis de frecuencias de valores extremos hidrológicos y la función LP3 es el modelo básico de los AFC, por ello su versión no estacionaria ($LP3_1$); ahora, desarrollada por Serago y Vogel (2018), seguramente tendrá gran trascendencia en la estimación de las CD a través de registros con tendencia.

Salas *et al.* (2018) indican que Serenaldi y Kilsby (2015), entre otros autores, han recomendado que la *estacionariedad* permanezca siempre

como una opción por aplicar en los AFC. Lo anterior se justifica por el hecho de que la condición de no estacionario detectada pudiera no ser causada por causas físicas de acciones antrópicas o del cambio climático, sino haber sido originada por componentes de baja frecuencia del sistema océano-atmósfera (López-de-la-Cruz & Francés, 2014; Álvarez-Olguín & Escalante-Sandoval, 2016) o por los efectos de la persistencia (Khaliq *et al.*, 2006).

Objetivo

En este trabajo se describe con detalle el procedimiento operativo de Serago y Vogel (2018) para aplicar las distribuciones estacionarias LN3, LP3 y GVE, y las no estacionarias LN3₁, LP3₁ y GVE₁ a registros de crecientes y de PMD anual que muestran tendencia lineal. Se presentan dos aplicaciones numéricas: la primera a un registro de 77 gastos máximos anuales y la segunda a una serie de PMD anual con 58 datos; ambas exhiben tendencia ascendente. La selección entre las tres FDP se realiza con base en el error estándar de ajuste. La contribución fundamental de este estudio consiste en describir y aplicar la versión *no estacionaria* de la distribución LP3, aplicable a registros con tendencia, con un método bastante simple que corrige su función de cuantiles.

Teoría operativa y datos por procesar

Modelo de regresión lineal

El modelo general de regresión, cuya estructura y propiedades teóricas serán analizadas y aplicadas es (Serago & Vogel, 2018; Salas *et al.*, 2018):

$$y = f(x) = \beta_0 + \beta_1 \cdot w_1 + \beta_2 \cdot w_2 + \dots + \varepsilon \quad (1)$$

en el cual x son los datos de la serie de valores hidrológicos extremos anuales (crecientes, vientos, niveles, precipitaciones, temperaturas, etc.); $f(\cdot)$, una transformación de x para volverla lineal; w_1 y w_2 , las covariables del clima o del uso del terreno; β_1 y β_2 , los coeficientes del modelo, y ε es el error del modelo, el cual se considera independiente, con varianza uniforme y distribución Normal.

Vogel, Yaindl y Walter (2011), así como Prosdocimi, Kjeldsen y Svensson (2014), han encontrado que el modelo anterior, cuando $y = \ln(x)$ y w_1 , se considera el tiempo (t) en años, es útil para analizar crecientes con tendencia en ríos de EUA y del Reino Unido, sin importar si la tendencia era o no significativa. Serago y Vogel (2018) destacan que tal modelo simple no implica ninguna hipótesis respecto a la FDP de la variable y . Además, modifican la regresión lineal para introducir los valores medios (μ) de las variables, y entonces se tiene:

$$y = \mu_y + \beta \cdot (w - \mu_w) + \varepsilon \quad (2)$$

ahora, la variable y está condicionada por la variable explicativa w ; β es el coeficiente de la regresión, y ε es nuevamente el error del modelo con media cero y varianza constante e igual a:

$$\sigma_\varepsilon^2 = (1 - \rho^2) \cdot \sigma_y^2 \quad (3)$$

en donde ρ es el coeficiente de correlación lineal entre y y w . Considerando que no existen valores faltantes en la serie anual de valores hidrológicos extremos y que su tamaño es n , entonces las estimaciones de la ecuación (2) son (Prosdocimi *et al.*, 2014; Serago & Vogel, 2018):

$$\mu_w = \frac{(n+1)}{2} = \bar{w} \quad (4)$$

$$\sigma_w = \left[\frac{n \cdot (n+1)}{12} \right]^{1/2} \quad (5)$$

$$\mu_y = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \bar{y} \quad (6)$$

$$\sigma_y = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)^2}{(n-1)} \right]^{1/2} \quad (7)$$

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (w_i - \mu_w) \cdot (y_i - \mu_y)}{\left[\sum_{i=1}^n (w_i - \mu_w)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)^2 \right]^{1/2}} \quad (8)$$

$$\beta = \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_w} \quad (9)$$

Por lo cual:

$$\rho = \frac{\beta \cdot \sigma_w}{\sigma_y} \quad (10)$$

Aplicando las ecuaciones (6) y (7) a los datos originales x , se definen su media ($\bar{x}$) y desviación estándar (σ_x). Su coeficiente de asimetría se calcula con la expresión:

$$\gamma_x = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{(n-1) \cdot (n-2) \cdot \sigma_x^3} \quad (11)$$

Momentos no condicionales

De acuerdo con Serago y Vogel (2018), cuando se realiza un análisis de frecuencias *estacionario* los momentos de x y de $y = \ln(x)$ no dependen de la variable explicativa w , por ello son momentos *no condicionales* y están definidos por sus medias (μ_x , μ_y), desviaciones estándar (σ_x , σ_y) y coeficientes de asimetría (γ_x , γ_y).

Momentos condicionales de y

Serago y Vogel (2018) usan la ecuación (2) para obtener los momentos condicionales que se emplearán en el análisis de frecuencias *no estacionario*, sin hacer ninguna consideración sobre la FDP de la variable y . La media de la ecuación (2) conduce a la expresión del valor esperado de y condicionado por w , ésta es:

$$\mu_{y|w} = \mu_y + \beta \cdot (w_i - \mu_w) \quad (12)$$

De manera similar, la varianza condicional de y se obtiene usando las ecuaciones (3) y (10), para obtener:

$$\sigma_{y|w}^2 = \sigma_\varepsilon^2 = (1 - \rho^2) \cdot \sigma_y^2 = \sigma_y^2 - \beta^2 \cdot \sigma_w^2 \quad (13)$$

La ecuación anterior demuestra que la varianza condicional de y decrece conforme se incrementa el poder explicativo de la tendencia, tendiendo a cero cuando ρ se aproxima a la unidad. Por el contrario, cuando ρ tiende a cero, la varianza condicional tiende a la original. En general, en los *análisis de frecuencias no estacionarios*, la varianza condicional de y es menor que la varianza no condicional. Serago y Vogel (2018) encuentran que la asimetría condicional de y es:

$$\gamma_{y|w} = \gamma_y - \beta^3 \cdot \gamma_w \quad (14)$$

La expresión anterior indica que la asimetría condicional de y es igual a la asimetría no condicional, cuando la asimetría de la variable explicativa (γ_w) es cero, caso de w igual al tiempo (t).

Momentos condicionales de x

Serago y Vogel (2018) aplican la función exponencial a la ecuación (2) y obtienen la expresión:

$$x_w = \exp(y_w) = \exp[\mu_y + \beta \cdot (w_i - \mu_w) + \varepsilon] \quad (15)$$

en la cual x_w y y_w son los valores condicionados por la variable explicativa w . Notar que no se han establecido hipótesis respecto a las FDP de x_w y de y_w , pero de acuerdo con la ecuación (15) es probable que x_w provenga de una distribución Normal y que y_w lo haga de una función Log-Normal. Lo anterior es válido debido a que la única variable del lado derecho de la ecuación (15) es el error del modelo ε y $\exp(\varepsilon)$, las cuales son aproximadamente Normal y Log-Normal, respectivamente.

Para obtener las expresiones de los momentos condicionales de x se aceptará que x_w se aproxima a una distribución Log-Normal, y entonces se usan las ecuaciones que relacionan la media, varianza y asimetría de x y de $y = \ln(x)$ en la distribución Log-Normal, que son (Serago & Vogel, 2018):

$$\mu_{x|w} = \exp\left(\mu_{y|w} + \frac{\sigma_{y|w}^2}{2}\right) \quad (16)$$

$$\sigma_{x[w]}^2 = \exp(2\mu_{y[w]} + \sigma_{y[w]}^2) \cdot [\exp(\sigma_{y[w]}^2) - 1] \quad (17)$$

$$CV_{x[w]} = \frac{\sigma_{x[w]}}{\mu_{x[w]}} = [\exp(\sigma_{y[w]}^2) - 1]^{1/2} \quad (18)$$

$$\gamma_{x[w]} = 3CV_{x[w]} + CV_{x[w]}^3 \quad (19)$$

Por último, se amplían las ecuaciones (16) a (18) aplicando las expresiones (12) y (13), para obtener:

$$\mu_{x[w]} = \exp\left[\mu_y + \beta \cdot (w_i - \bar{w}) + \frac{\sigma_y^2(1-\rho^2)}{2}\right] \quad (20)$$

$$\sigma_{x[w]}^2 = \exp[2\mu_y + 2\beta(w_i - \bar{w}) + \sigma_y^2(1-\rho^2)] \cdot \{\exp[\sigma_y^2(1-\rho^2)] - 1\} \quad (21)$$

$$CV_{x[w]} = \{\exp[\sigma_y^2(1-\rho^2)] - 1\}^{1/2} \quad (22)$$

Distribución LN3 estacionaria

Si una serie de valores hidrológicos extremos anuales (y) definidos como $y = \ln(x - a)$ sigue una distribución normal con media y desviación estándar igual a μ_y y σ_y , entonces la variable x tiene distribución Log-Normal de tres parámetros de ajuste (LN3), siendo a su límite inferior o parámetro de ubicación. Las *predicciones* asociadas con cierto periodo de retorno (Tr), que es el recíproco de la probabilidad de excedencia, se estiman con las expresiones (Kite, 1977; Rao & Hamed, 2000):

$$X_{Tr} = a + \exp(\mu_y + Z \cdot \sigma_y) \quad (23)$$

en donde:

$$a = \bar{x} - \frac{\sigma_x}{\theta} \quad (24)$$

$$\mu_y = \ln\left(\frac{\sigma_x}{\theta}\right) - \frac{\ln(\theta^2 + 1)}{2} \quad (25)$$

$$\sigma_y = [\ln(\theta^2 + 1)]^{1/2} \quad (26)$$

siendo:

$$\theta = \frac{1 - B^{2/3}}{B^{1/3}} \quad (27)$$

y

$$B = \frac{-\gamma_x + (\gamma_x^2 + 4)^{1/2}}{2} \quad (28)$$

En la expresión anterior, γ_x se calcula con la ecuación (11). Por último, Z en la ecuación (23) es la variable normal estandarizada; se estima con base en el algoritmo siguiente (Zelen & Severo, 1972) para una probabilidad de no excedencia (p):

$$l = [\ln(1/\rho^2)]^{1/2} \quad (29)$$

$$Z = l - \frac{c_0 + c_1 \cdot l + c_2 \cdot l^2}{1 + d_1 \cdot l + d_2 \cdot l^2 + d_3 \cdot l^3} \quad (30)$$

con:

$c_0 = 2.515517$	$c_1 = 0.802853$	$c_2 = 0.010328$
$d_1 = 1.432788$	$d_2 = 0.189269$	$d_3 = 0.001308$

lo anterior cuando $0 < p < 0.50$, hacer $Z = -Z$; en caso de que $0.50 < p < 1.0$ emplear: $p = 1 - p$ en la ecuación (29), sin cambiar Z .

Distribución LN3 no estacionaria

La función de cuantiles de la distribución Log-Normal de tres parámetros de ajuste *no estacionaria* (LN3₁) es similar a la ecuación (23), pero emplea momentos y variables condicionales (Serago & Vogel, 2018):

$$X_{Tr[w]} = a_{x[w]} + \exp(\mu_{x[w]} + Z \cdot \sigma_y) \quad (31)$$

Para cuantificar $a_{x[w]}$ con la ecuación (24) se emplean las ecuaciones (20) y (21), y para evaluar $\mu_{x[w]}$ por medio de la expresión (25) se utiliza la ecuación (21). En la ecuación (31), σ_y está definida con la expresión (26), debido a que únicamente es función de γ_x (recordar la ecuación (14)).

Distribución LP3 estacionaria

Si una serie de valores hidrológicos extremos anuales (y), definidos como $y = \ln(x)$, sigue una distribución Pearson tipo III, también conocida como Gamma de tres parámetros, entonces la variable x tiene distribución Log-Pearson tipo III (LP3). Las predicciones asociadas a un cierto periodo de retorno (Tr), que es el recíproco de la probabilidad de excedencia, se estiman con las expresiones (WRC, 1977; Kite, 1977; Bobée & Ashkar, 1991):

$$y_{Tr} = \bar{y} + K_p \cdot \sigma_y \quad (32)$$

y

$$X_{Tr} = \exp(y_{Tr}) \quad (33)$$

en la ecuación (32), K_p es el llamado *factor de frecuencia*, es una variable estandarizada Pearson tipo III, cuya aproximación se logra con base en la variable normal estandarizada Z (ecuaciones (29) y (30)) y el coeficiente de asimetría corregido (γ_c), con las ecuaciones siguientes (Kite, 1977):

$$K_p = (K_p)_1 + (K_p)_2 \quad (34)$$

siendo:

$$(K_p)_1 = Z + (Z^2 - 1) \left(\frac{\gamma_c}{6} \right) + \frac{1}{3} (Z^3 - 6Z) \left(\frac{\gamma_c}{6} \right)^2$$

$$(K_p)_2 = -(Z^2 - 1) \left(\frac{\gamma_c}{6} \right)^3 + Z \left(\frac{\gamma_c}{6} \right)^4 + \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma_c}{6} \right)^5$$

y

$$\gamma_c = \frac{[n \cdot (n-1)]^{1/2}}{(n-2)} \left(1 + \frac{8.5}{n} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (\ln x_i - \bar{y})^3}{n \cdot (\sigma_y)^3} \quad (35)$$

Distribución LP3 no estacionaria

La ecuación (33) es en realidad la función de cuantiles de la distribución LP3, cuya versión *no estacionaria* (LP3₁) se obtiene sustituyendo los momentos condicionales de y (ecuaciones (12) y (13)), esto es (Serago & Vogel, 2018):

$$X_{Tr[w]} = \exp(\mu_{y[w]} + K_p \cdot \sigma_{y[w]}) \quad (36)$$

$$X_{Tr[w]} = \exp\left[\bar{y} + \beta \cdot (w_i - \bar{w}) + K_p \cdot (\sigma_y^2 - \beta^2 \cdot \sigma_w^2)^{1/2}\right] \quad (37)$$

Los valores constantes de la expresión anterior, de izquierda a derecha, están definidos en las ecuaciones (6), (9), (4), (34), (7), (9) y (5); estos tres últimos, al cuadrado. Para el cálculo de K_p con la ecuación (34), Serago y Vogel (2018) establecen una expresión diferente a la ecuación (35) para el coeficiente de asimetría y lo definen así:

$$\gamma_c = \left(1 + \frac{6}{n}\right) \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n (\ln x_i - \bar{y})^3}{(n-1) \cdot (n-2) \cdot (\sigma_y)^3} \quad (38)$$

Distribución GVE estacionaria

La distribución General de Valores Extremos (GVE) incluye tres familias de funciones: la Gumbel, que son rectas en el papel de probabilidad Gumbel-Powell (Chow, 1964); la Fréchet, que son curvas con concavidad hacia arriba y límite inferior, y la Weibull, que tienen concavidad hacia abajo y límite superior. Su función de cuantiles es la siguiente:

$$X_{Tr} = u + \frac{a}{k} \{1 - [-\ln(p)]^k\} \quad (39)$$

en la cual, u , a y k son los parámetros de ubicación, escala y forma y p es la probabilidad de no excedencia. Bhunya, Jain, Ojha y Agarwal (2007) han propuesto expresiones para estimar los parámetros de ajuste de la GVE, con base en la media ($\bar{x}$), desviación estándar (σ_x) y coeficiente de asimetría (γ_x), es decir, con base en los momentos no condicionales; éstas son cuando $-0.70 \leq \gamma_x \leq 1.15$:

$$k = 0.2778 - 0.320 \cdot \gamma_x + 0.0582 \cdot \gamma_x^2 + 0.0087 \cdot \gamma_x^3 \quad (40)$$

y cuando $\gamma_x \geq 1.15$

$$k = -0.31158 \cdot \{1 - \exp[-0.4556 \cdot (\gamma_x - 0.97134)]\} \quad (41)$$

Para $-0.50 \leq k \leq 0.50$ se tiene:

$$a = \sigma_x \cdot (0.7795 + 1.0145 \cdot k - 0.7631 \cdot k^2 - 0.1429 \cdot k^3) \quad (42)$$

cuando $0.010 \leq k \leq 0.50$

$$u = \bar{x} + \sigma_x \cdot (-0.44901 + 0.514075 \cdot k^{1.33199}) \quad (43)$$

y cuando $-0.50 \leq k \leq 0.010$, se aplica la ecuación (44), siguiente:

$$u = \bar{x} + \sigma_x \cdot (-0.4427 + 0.5212 \cdot k + 4.484 \cdot k^2 + 13.749 \cdot k^3 + 19.357 \cdot k^4) \quad (44)$$

Los valores de $\bar{x}$ y σ_x se obtienen con las ecuaciones (6) y (7), usando x en lugar de y . Serago y Vogel (2018) utilizan la ecuación (11) para estimar el coeficiente de asimetría (γ_x).

Distribución GVE no estacionaria

Cuando se aplican las ecuaciones de los momentos condicionales de x , definidos por las ecuaciones (20), (21), (22) y (19), en las ecuaciones (40) a (44), se obtienen los parámetros de ajuste de la distribución GVE *no estacionaria* (GVE_1), denominados $u_{x[w]}$, $a_{x[w]}$ y $k_{x[w]}$, cuya función de cuantiles es (Serago & Vogel, 2018):

$$X_{Tr[w]} = u_{x[w]} + \frac{a_{x[w]}}{k_{x[w]}} \{1 - [-\ln(p)]^{k_{x[w]}}\} \quad (45)$$

Error estándar de ajuste

El error estándar de ajuste (EEA) se ha establecido como un indicador objetivo cuantitativo debido a que evalúa la desviación estándar de las diferencias entre los valores observados y los estimados con la FDP que se prueba; en este estudio, los modelos LN3, LP3, GVE, LN3₁, LP3₁ y GVE₁. Su expresión es la siguiente (Kite, 1977):

$$EEA = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \hat{X}_i)^2}{n - np} \right]^{1/2} \quad (46)$$

en la cual, n y np son el número de datos y de parámetros de ajuste, en este caso tres, para las FDP estacionarias y cuatro para las no estacionarias; X_i son los datos ordenados de menor a mayor, y $\hat{X}_i$ son los valores estimados con la función de cuantiles estacionaria (ecuaciones (23), (33) y (39)) y no estacionaria (ecuaciones (31), (37) y (45)), para una probabilidad de no excedencia estimada con las fórmulas de Blom para los modelos LN3, LN3₁, LP3 y LP3₁, y de

Gringorten para las distribuciones GVE y GVE₁, según sugieren Serago y Vogel (2018):

$$P(X < x) = p = \frac{m-0.375}{n+0.25} \quad (47)$$

$$P(X < x) = p = \frac{m-0.44}{n+0.12} \quad (48)$$

donde m es el número de orden del dato, con 1 para el menor y n para el mayor.

Planteamiento de los análisis probabilísticos

El *EEA* ayuda a seleccionar, entre diversas distribuciones aplicadas a los datos o muestra disponible, la de mejor ajuste. Lógicamente, tales modelos deben ser del mismo tipo, estacionarios o no estacionarios. Entonces, en cada registro por procesar, primero se aplican las distribuciones LN3 y LN3₁, después las LP3 y LP3₁, y por último, las GVE y GVE₁; se analizan sus valores del *EEA* y se adoptan las predicciones buscadas. En este proceso, cuando los *EEA* son similares, se puede adoptar una distribución con base en juicios de seguridad hidrológica, es decir, la que reporta las predicciones más desfavorables o críticas.

Por medio de ecuaciones (31), (37) y (45) se calculan *predicciones* con periodos de retorno (Tr) de 2, 25, 50 y 100 años, a través del periodo de registro, aplicando la variable w_i en el intervalo de 1 a n . La primera predicción es la *mediana*, ya que su probabilidad de no excedencia (F) es de 50% y las tres siguientes se calculan para probabilidades complementarias, para definir su valor superior e inferior (Park, Kang, Lee, & Kim, 2011), es decir, para los valores siguientes: $F = 0.96$ y $F = 0.04$ para el Tr de 25 años; $F = 0.98$ y $F = 0.02$ para el Tr de 50 años, y $F = 0.99$ y $F = 0.01$ para el Tr de 100 años.

Las *predicciones* que emplean la variable w_i igual al tamaño del registro (n) corresponden al final de registro histórico. Las predicciones a futuro son posibles utilizando como magnitud de la variable w_i la suma del tamaño del registro (n) más el lapso en años hacia el futuro. Se realizaron *extrapolaciones* de las predicciones en tres fechas a futuro, a 10, 25 y 50 años de concluido el registro disponible.

Mudersbach y Jensen (2010) establecen que el diseño hidrológico de las obras hidráulicas debe ser confiable o seguro hasta el final de su *vida útil* o fecha futura. Si el registro de crecientes o de *PMD* anual disponible para estimar las CD muestra tendencia ascendente, entonces sus predicciones deben ser estimadas en tal fecha futura para que su dimensionamiento hidrológico esté correcto y no sea inseguro.

En tal contexto, Salas *et al.* (2018) han sugerido acortar los valores de la vida útil a 25 o 50 años, y al mismo tiempo hacer más versátil el diseño y la construcción de las obras hidráulicas, de manera que permitan ampliaciones y/o modificaciones a costos menores para la sociedad.

Registros por procesar

La primera serie de datos hidrológicos extremos corresponde a los gastos máximos anuales del río Neponset en Norwood, Massachusetts, EUA, en el periodo de 1939 a 2015 ($n = 77$). Esta cuenca de drenaje tiene 89.8 km², con un 16% de su extensión de área impermeable, lo cual ha incrementado sus gastos máximos, pero también es un río con embalses pequeños para abastecimientos municipales en industriales (Serago & Vogel, 2018). Los valores aproximados leídos de una figura logarítmica de dichos autores se tienen en la Tabla 1 y en la Figura 1; se observa que tal registro muestra tendencia ascendente ligera.

Tabla 1. Gastos máximos anuales (Q , m³/s) del río Neponset, EUA (Serago & Vogel, 2018).

Núm.	Q	Núm.	Q	Núm.	Q	Núm.	Q
------	-----	------	-----	------	-----	------	-----

1	12.4	21	9.0	41	23.9	61	13.3
2	6.4	22	6.9	42	12.6	62	9.3
3	6.7	23	8.9	43	8.7	63	20.8
4	8.5	24	10.4	44	18.5	64	7.3
5	6.5	25	13.5	45	12.9	65	9.6
6	5.7	26	11.0	46	26.7	66	12.4
7	7.2	27	8.6	47	8.7	67	14.1
8	11.7	28	5.5	48	11.2	68	24.2
9	6.0	29	11.0	49	19.6	69	14.4
10	11.2	30	31.7	50	10.9	70	16.2
11	4.7	31	17.9	51	8.9	71	16.9
12	5.0	32	19.2	52	17.6	72	33.0
13	7.1	33	8.4	53	9.0	73	12.9
14	9.4	34	12.1	54	7.0	74	11.0
15	11.1	35	12.3	55	11.1	75	13.3
16	12.3	36	11.4	56	10.3	76	14.1
17	41.1	37	8.5	57	7.1	77	14.2
18	13.7	38	19.4	58	10.4	-	-
19	7.0	39	11.1	59	21.7	-	-
20	10.8	40	15.0	60	30.7	-	-

Figura 1. Serie cronológica de datos y curvas de predicciones estimadas con la distribución $LP3_1$ en una estación hidrométrica del río Neponset, EUA.

La segunda serie de datos hidrológicos extremos que fue analizada procede de Campos-Aranda (2016) y corresponde a las precipitaciones máximas diarias (PMD) anuales de la estación climatológica Zacatecas, en la ciudad del mismo nombre en México, con un registro de 58 años en el lapso de 1953 a 2010. La serie tiene tendencia ascendente, como se observa en la Figura 2.

Figura 2. Serie cronológica de la precipitación máxima diaria anual y curvas de predicciones estimadas con la distribución $LP3_1$ en la estación climatológica Zacatecas, México.

Resultados y discusión

Predicciones en el río Neponset

En la Tabla 2 se muestra una selección de las predicciones obtenidas durante el registro histórico con la distribución LN3₁. Los parámetros básicos de este ajuste no estacionario fueron $\rho = 0.414$, $\beta = 0.0085$, $a_x[w = 3.807]$, $u_x[w = 2.4830]$, $\gamma_c = 1.83614$ y $\sigma_y = 0.5182$. En la Tabla 3 se exponen los EEA y las predicciones del modelo LN3 estacionario con $a = 0.5879$ y $\mu_y = 2.3842$ y del no estacionario, lógicamente al final del registro histórico (n) y en los tres escenarios futuros planteados.

Tabla 2. Predicciones (m^3/s) en el registro histórico obtenidas con la distribución LN3₁ en el río Neponset, EUA.

Núm.	Dato	Mediana	Tr = 25 años		Tr = 50 años		Tr = 100 años	
			Sup.	Inf.	Sup.	Inf.	Sup.	Inf.
1	12.4	8.3	17.6	4.5	20.3	4.2	23.0	3.9
10	11.2	9.0	19.0	4.9	21.9	4.5	24.9	4.2
20	10.8	9.7	20.7	5.3	23.8	4.9	27.0	4.6
30	31.7	10.6	22.5	5.8	25.9	5.3	29.4	5.0
40	15.0	11.5	24.5	6.3	28.2	5.8	32.0	5.4
50	10.9	12.6	26.6	6.9	30.7	6.3	34.9	5.9
60	30.7	13.7	29.0	7.5	33.4	6.9	37.9	6.4
70	16.2	14.9	31.6	8.1	36.3	7.5	41.3	7.0
77	14.2	15.8	33.5	8.6	38.5	7.9	43.8	7.4

Tabla 3. Predicciones (m^3/s) de la distribución LN3 estacionaria y no estacionaria LN3₁ en el río Neponset, EUA.

Distribución aplicada	EEA (m^3/s)	Periodos de retorno en años						
		5	10	25	50	100	500	1 000
LN3	1.00	17.4	21.7	27.5	32.0	36.8	48.8	54.4
LN3 ₁ (n)	4.67	22.3	27.1	33.5	38.5	43.8	57.0	63.2
LN3 ₁ ($n+10$)	4.67	24.3	29.5	36.4	41.9	47.7	62.1	68.8
LN3 ₁ ($n+25$)	4.67	27.6	33.4	41.4	47.6	54.1	70.5	78.1
LN3 ₁ ($n+50$)	4.67	34.1	41.3	51.1	58.8	66.8	87.1	96.5

En la Tabla 4 se muestra una porción de las predicciones obtenidas durante el registro histórico con la distribución $LP3_1$. Los parámetros básicos de este ajuste no estacionario fueron $\bar{y} = 2.4543$ y $\sigma_y = 0.4569$, $\rho = 0.414$, $\beta = 0.0085$ y $\gamma_c = 0.53338$. En la Tabla 5 se muestran los *EEA* y las predicciones del modelo $LP3$ estacionario con $\gamma_c = 0.53878$ y del no estacionario, al final del registro histórico (n), y en las tres fechas futuras analizadas.

Tabla 4. Predicciones (m^3/s) en el registro histórico obtenidas con la distribución $LP3_1$ en el río Neponset, EUA.

Núm.	Dato	Mediana	<i>Tr</i> = 25 años		<i>Tr</i> = 50 años		<i>Tr</i> = 100 años	
			Sup.	Inf.	Sup.	Inf.	Sup.	Inf.
1	12.4	8.1	18.8	4.4	22.2	4.1	26.1	3.8
10	11.2	8.8	20.2	4.8	24.0	4.4	28.1	4.1
20	10.8	9.6	22.0	5.2	26.1	4.8	30.6	4.4
30	31.7	10.4	24.0	5.6	28.4	5.2	33.3	4.8
40	15.0	11.3	26.1	6.1	30.9	5.6	36.3	5.3
50	10.9	12.3	28.4	6.7	33.6	6.1	39.5	5.7
60	30.7	13.4	30.9	7.3	36.6	6.7	42.9	6.2
70	16.2	14.6	33.6	7.9	39.8	7.3	46.7	6.8
77	14.2	15.5	35.7	8.4	42.3	7.7	49.6	7.2

Tabla 5. Predicciones (m^3/s) de la distribución $LP3$ estacionaria y no estacionaria $LP3_1$ en el río Neponset, EUA.

Distribución aplicada	<i>EEA</i> (m^3/s)	Periodos de retorno en años						
		5	10	25	50	100	500	1 000
$LP3$	0.75	16.8	21.3	28.0	33.8	40.3	58.8	68.6
$LP3_1 (n)$	2.71	22.4	27.8	35.7	42.3	49.6	69.9	80.4
$LP3_1 (n+10)$	2.71	24.4	30.3	38.8	46.0	54.0	76.1	87.5
$LP3_1 (n+25)$	2.71	27.7	34.4	44.1	52.2	61.3	86.4	99.3
$LP3_1 (n+50)$	2.71	34.2	42.5	54.4	64.5	75.7	106.7	122.7

En la Tabla 6 se expone una parte de las predicciones durante el registro histórico, estimadas con la distribución GVE_1 , con $\gamma_x[w = 2.2731]$, y parámetros de ajuste $\mu_x[w = 14.015]$, $a_x[w = 4.742]$ y $k_x[w = -0.139]$. En cambio, en la Tabla 7 se tienen los EEA y las predicciones del modelo GVE estacionario con $\gamma_x = 1.8361$, $u = 9.817$, $a = 4.607$ y $k = -0.101$, así como del no estacionario al final de registro y a futuro en las tres fechas planteadas.

Tabla 6. Predicciones (m^3/s) en el registro histórico obtenidas con la distribución GVE_1 en el río Neponset, EUA.

Núm.	Dato	Mediana	Tr = 25 años		Tr = 50 años		Tr = 100 años	
			Sup.	Inf.	Sup.	Inf.	Sup.	Inf.
1	12.4	8.3	17.4	4.7	20.3	4.3	23.4	3.9
10	11.2	9.0	18.8	5.1	21.9	4.6	25.3	4.3
20	10.8	9.8	20.5	5.5	23.8	5.0	27.5	4.6
30	31.7	10.6	22.3	6.0	25.9	5.5	30.0	5.0
40	15.0	11.6	24.2	6.5	28.2	5.9	32.6	5.5
50	10.9	12.6	26.4	7.1	30.7	6.5	35.5	6.0
60	30.7	13.7	28.7	7.7	33.4	7.0	38.6	6.5
70	16.2	14.9	31.2	8.4	36.4	7.7	42.0	7.1
77	14.2	15.8	33.1	8.9	38.6	8.1	44.6	7.5

Tabla 7. Predicciones (m^3/s) de la distribución GVE estacionaria y no estacionaria GVE_1 en el río Neponset, EUA.

Distribución aplicada	EEA (m^3/s)	Periodos de retorno en años						
		5	10	25	50	100	500	1 000
GVE	1.01	17.3	21.5	27.2	31.9	36.8	49.7	55.9
$GVE_1 (n)$	4.65	21.9	26.5	33.1	38.6	44.6	60.9	69.1
$GVE_1 (n+10)$	4.65	23.9	28.9	36.0	42.0	48.5	66.3	75.2
$GVE_1 (n+25)$	4.65	27.1	32.8	40.9	47.7	55.1	75.2	85.4
$GVE_1 (n+50)$	4.65	33.5	40.5	50.6	58.9	68.1	92.9	105.5

Con base en los valores del *EEA* mostrados en la Tabla 3, Tabla 5 y Tabla 7, se adoptan las predicciones o resultados de las distribuciones LP3 y LP3₁ contra las de los modelos LN3 y LN3₁, GVE y GVE₁, por conducir a sus magnitudes más bajas, indicando con ello un mejor ajuste a los datos disponibles. Las predicciones de la distribución no estacionaria LP3₁ resultaron ser las más severas o críticas, brindando con ello mayor seguridad en el diseño hidrológico al término de la vida útil de 10, 25 o 50 años.

En la Figura 1 se muestra la serie cronológica de las crecientes de río Neponset, EUA, y sus curvas de predicciones estimadas con la distribución no estacionaria LP3₁.

Predicciones en la estación Zacatecas

En la Tabla 8 se muestra una parte de las predicciones obtenidas durante el registro histórico con la distribución LN3₁. Los parámetros básicos de este ajuste no estacionario fueron $p = 0.298$, $\beta = 0.0057$, $a_x[w = -66.8647]$, $\mu_x[w = 4.7920]$, $\gamma_c = 0.42827$ y $\sigma_\gamma = 0.1411$. En la Tabla 9 se exponen los *EEA* y las predicciones del modelo LN3 estacionario con $a = -54.6459$ y $\mu_\gamma = 4.6091$ y del no estacionario, lógicamente al final del registro histórico (n) y en los tres escenarios futuros planteados.

Tabla 8. Predicciones (mm) en el registro histórico obtenidas con la distribución LN3₁ en la estación Zacatecas, México.

Núm.	Dato	Mediana	Tr = 25 años		Tr = 50 años		Tr = 100 años	
			Sup.	Inf.	Sup.	Inf.	Sup.	Inf.
1	35.1	38.8	63.3	19.7	68.2	16.9	72.7	14.4
10	26.4	40.9	66.6	20.8	71.7	17.8	76.5	15.2
20	44.0	43.3	70.5	22.0	75.9	18.8	81.0	16.1
30	29.2	45.8	74.6	23.3	80.4	19.9	85.7	17.0
40	32.0	48.5	79.0	24.6	85.1	21.1	90.8	18.0

50	41.0	51.3	83.6	26.1	90.0	22.3	96.1	19.1
58	65.0	53.7	87.5	27.3	94.2	23.3	100.5	19.9

Tabla 9. Predicciones (mm) de la distribución LN3 estacionaria y no estacionaria LN3₁ en la estación Zacatecas, México.

Distribución aplicada:	EEA (mm)	Periodos de retorno en años						
		5	10	25	50	100	500	1 000
LN3	1.52	58.4	65.6	73.9	79.5	84.8	96.0	100.6
LN3 ₁ (n)	8.93	68.9	77.6	87.5	94.2	100.5	114.1	119.6
LN3 ₁ (n+10)	8.93	72.9	82.1	92.6	99.7	106.4	120.7	126.6
LN3 ₁ (n+25)	8.93	79.4	89.4	100.8	108.6	115.9	131.5	137.8
LN3 ₁ (n+50)	8.93	91.5	103.0	116.2	125.1	133.5	151.5	158.8

En la Tabla 10 se expone una porción de las predicciones estimadas durante el registro histórico con la distribución LP3₁. Los parámetros básicos de este ajuste no estacionario fueron: $\bar{y} = 3.7962$, $\sigma_y = 0.3218$, $\rho = 0.298$, $\beta = 0.0057$ y $\gamma_c = -0.50869$. En la Tabla 11 se muestran los EEA y las predicciones del modelo LP3 estacionario con $\gamma_c = -0.51495$ y del no estacionario al final del registro y en las tres fechas futuras analizadas.

Tabla 10. Predicciones (mm) en el registro histórico obtenidas con la distribución LP3₁ en la estación Zacatecas, México.

Núm.	Dato	Mediana	Tr = 25 años		Tr = 50 años		Tr = 100 años	
			Sup.	Inf.	Sup.	Inf.	Sup.	Inf.
1	35.1	38.9	61.3	21.0	65.3	18.6	69.0	16.6
10	26.4	40.9	64.5	22.2	68.8	19.6	72.6	17.4
20	44.0	43.3	68.2	23.4	72.8	20.7	76.9	18.4
30	29.2	45.8	72.2	24.8	77.0	21.9	81.3	19.5
40	32.0	48.5	76.4	26.3	81.5	23.2	86.1	20.7
50	41.0	51.3	80.9	27.8	86.3	24.6	91.1	21.9
58	65.0	53.7	84.7	29.1	90.3	25.7	95.4	22.9

Tabla 11. Predicciones (mm) de la distribución LP3 estacionaria y no estacionaria LP3₁ en la estación Zacatecas, México.

Distribución aplicada	EEA (mm)	Periodos de retorno en años						
		5	10	25	50	100	500	1 000
LP3	1.51	58.6	65.8	73.6	78.7	83.3	92.6	96.1
LP3 ₁ (n)	4.46	68.1	76.0	84.7	90.3	95.4	105.5	109.3
LP3 ₁ (n+10)	4.46	72.1	80.5	89.6	95.6	100.9	111.7	115.7
LP3 ₁ (n+25)	4.46	78.5	87.6	97.6	104.1	109.9	121.6	126.0
LP3 ₁ (n+50)	4.46	90.4	101.0	112.5	120.0	126.7	140.1	145.2

En la Tabla 12 se muestra una parte de las predicciones durante el registro histórico, estimadas con la distribución GVE₁, con $\gamma_{x|w} = 2.1646$ y parámetros de ajuste $u_x[w = 46.955]$, $a_x[w = 10.950]$ y $k_x[w = -0.131]$. En cambio, en la Tabla 13 se tienen los EEA y las predicciones del modelo GVE estacionario con $\gamma_x = 0.4283$, $u = 40.896$, $a = 13.166$ y $k = 0.152$, así como del no estacionario, término de registro y en las tres fechas futuras planteadas.

Tabla 12. Predicciones (mm) en el registro histórico estimadas con la distribución GVE₁ en la estación Zacatecas, México.

Núm.	Dato	Mediana	Tr = 25 años		Tr = 50 años		Tr = 100 años	
			Sup.	Inf.	Sup.	Inf.	Sup.	Inf.
1	35.1	36.9	65.4	25.4	74.3	24.1	83.9	23.0
10	26.4	38.9	68.9	26.7	78.2	25.3	88.3	24.2
20	44.0	41.2	72.9	28.3	82.8	26.8	93.5	25.6
30	29.2	43.6	77.1	29.9	87.6	28.4	99.0	27.1
40	32.0	46.1	81.6	31.7	92.7	30.0	104.7	28.7
50	41.0	48.8	86.4	33.5	98.1	31.8	110.9	30.4
58	65.0	51.1	90.4	35.1	102.7	33.3	116.0	31.8

Tabla 13. Predicciones (mm) de la distribución GVE estacionaria y no estacionaria GVE₁ en la estación Zacatecas, México.

Distribución	EEA	Periodos de retorno en años
--------------	-----	-----------------------------

aplicada	(m ³ /s)	5	10	25	50	100	500	1 000
GVE	1.44	58.6	66.0	74.2	79.6	84.5	93.8	97.2
GVE ₁ (n)	9.45	65.1	75.6	90.4	102.7	116.0	151.9	169.8
GVE ₁ (n+10)	9.45	68.9	80.0	95.7	108.7	122.8	160.8	179.7
GVE ₁ (n+25)	9.45	75.0	87.1	104.2	118.4	133.7	175.1	195.7
GVE ₁ (n+50)	9.45	86.5	100.4	120.1	136.4	154.1	201.8	225.5

Con base en los valores del *EEA* expuestos en la Tabla 9, Tabla 11 y Tabla 13, se adoptan las predicciones o resultados de los modelos GVE y LP3₁, por conducir a sus magnitudes más bajas, indicando con ello un mejor ajuste a los datos disponibles. Las predicciones de los tres modelos estacionarios son casi idénticas. La función GVE₁ reporta predicciones más extremas o críticas, pero su *EEA* es mayor del doble del obtenido con la distribución LP3₁, por ello no fueron seleccionadas.

En la Figura 2 se muestra la serie cronológica de la PMD anual de la estación climatológica Zacateas, México, y sus casi rectas de predicciones estimadas con la distribución no estacionaria LP3₁.

Conclusiones

Los análisis frecuencias (AF) de registros de datos hidrológicos extremos anuales que no son homogéneos al presentar *tendencia* serán bastante frecuentes en el futuro inmediato debido a los efectos del cambio climático global o regional, y a los impactos físicos de las alteraciones en las cuencas de drenaje, como son la urbanización y deforestación, así como la construcción de embalses.

Otro aspecto que favorecerá tales AF *no estacionarios* consiste en brindar protección hidrológica al término de la vida útil de una obra hidráulica. Lo anterior obliga a tomar en cuenta la tendencia observada en el registro por procesar, para obtener *predicciones* más confiables en una fecha futura, cuando concluya la *vida útil* de la obra hidráulica que

se dimensiona. Lo anterior es importante cuando el registro muestra tendencia ascendente.

En método descrito, desarrollado por Serago y Vogel (2018), y también expuesto por Salas *et al.* (2018), basado en los *momentos condicionales* de $y = \ln(x)$ y de x , que son los datos disponibles, permite obtener de manera simple las funciones de cuantiles no estacionarias de tres de las distribuciones de probabilidad más utilizadas y de mayor universalidad en los AF de crecientes y otros datos hidrológicos extremos anuales, que son la Log-Normal (LN3), la Log-Pearson tipo III (LP3) y la General de Valores Extremos (GVE).

El método usa como *covariable* el tiempo, con una tendencia lineal, y por ello se ajustan los modelos no estacionarios $LN3_1$, $LP3_1$ y GVE_1 . Las funciones de cuantiles, que permiten obtener sus predicciones buscadas, son sólo levemente más complicadas que sus versiones estacionarias, lo cual vuelve bastante práctico este enfoque para obtener predicciones en registros con tendencia, dentro de ellos, en su final y en fechas futuras. Lo anterior se demostró en las dos aplicaciones numéricas descritas, cuya selección del mejor ajuste logrado se basó en el error estándar de ajuste, técnica de uso generalizado en los análisis frecuencias.

Referencias

- Aissaoui-Fqayeh, I., El Adlouni, S., Ouarda, T. B. M. J., & St. Hilaire, A. (2009). Développement du modèle log-normal non-stationnaire et comparaison avec le modèle GEV non-stationnaire. *Hydrological Science Journal*, 54(6), 141-1156.
- Álvarez-Olguín, G., & Escalante-Sandoval, C. A. (2016). Análisis de frecuencias no estacionario de series de lluvia anual. *Tecnología y ciencias de agua*, 7(1), 71-88.
- Bhunya, P. K., Jain, S. K., Ojha, C. S., & Agarwal, A. (2007). Simple parameter estimation technique for three-parameter generalized extreme value distribution. *Journal of Hydrologic Engineering*, 12(6), 682-689.
- Bobée, B., & Ashkar, F. (1991). *The Gamma Family and derived distributions applied in Hydrology* (Chapter 1, pp. 1-12). Littleton, USA: Water Resources Publications.

- Campos-Aranda D. F. (2016). Modelo probabilístico simple para análisis de frecuencias en registros hidrológicos extremos con tendencia. *Tecnología y ciencias del agua*, 7(3), 171-186.
- Campos-Aranda, D. F. (2018). Ajuste con momentos L de las distribuciones GVE, LOG y PAG no estacionarias en su parámetro de ubicación, aplicado a datos hidrológicos extremos. *Agrociencia*, 52(2), 169-189.
- Chow, V. T. (1964). Statistical and probability analysis of hydrologic data. frequency analysis. In: Chow, V. T. (ed.). *Handbook of applied hydrology* (pp. 8.1-8.42). New York, USA: McGraw-Hill Book Co.
- El Adlouni, S., Ouarda, T. B. M. J., Zhang, X., Roy, R., & Bobée, B. (2007). Generalized maximum likelihood estimators for the nonstationary generalized extreme value model. *Water Resources Research*, 43(W03410), 1-13.
- El Adlouni, S., & Ouarda, T. B. M. J. (2008). Comparaison des méthodes d'estimation des paramètres du modèle GEV non stationnaire. *Revue des Sciences de L'Eau*, 21(1), 35-50.
- Johnson, F., & Sharma, A. (2017). Design rainfall. In: Singh, V. P. (ed.). *Handbook of applied hydrology* (Chapter 125, pp. 125.1-125.13) (2nd ed.). New York, USA: McGraw-Hill Education.
- Khalique, M. N., Ouarda, T. B. M. J., Ondo, J. C., Gachon, P., & Bobée, B. (2006). Frequency analysis of a sequence of dependent and/or non-stationary hydro-meteorological observations: A review. *Journal of Hydrology*, 329(3-4), 534-552.
- Kite, G. W. (1977). *Frequency and risk analyses in hydrology* (Chapter 9, pp. 105-122 and chapter 12, 156-168). Fort Collins, USA: Water Resources Publications.
- López-de-la-Cruz, J., & Francés, F. (2014). La variabilidad climática de baja frecuencia en la modelación no estacionaria de los regímenes de las crecidas en las regiones hidrológicas Sinaloa y Presidio-San Pedro. *Tecnología y ciencias del agua*, 5(4), 79-101.
- Majumdar, P. P., & Kumar, D. N. (2012). *Floods in a changing climate. Hydrologic Modeling*. Cambridge, United Kingdom: International Hydrology Series (UNESCO) and Cambridge University Press.

- Meylan, P., Favre, A. C., & Musy, A. (2012). *Predictive hydrology. A Frequency analysis approach* (Chapter 3, pp. 29-70). Boca Raton, USA: CRC Press.
- Mudersbach, C., & Jensen, J. (2010). Nonstationary extreme value analysis of annual maximum water levels for designing coastal structures on the German North Sea coastline. *Journal of Flood Risk Management*, 3(1), 52-62.
- Nguyen, T. H., El Outayek, S., Lim, S. H., & Nguyen, T. V. T. (2017). A systematic approach to selecting the best probability models for annual maximum rainfalls - A case study using data in Ontario (Canada). *Journal of Hydrology*, 553, 49-58.
- Park, J. S., Kang, H. S. Lee, Y. S., & Kim, M. K. (2011). Changes in the extreme daily rainfall in South Korea. *International Journal of Climatology*, 31(15), 2290-2299.
- Prosdocimi, I., Kjeldsen, T. R., & Svensson, C. (2014). Non-stationarity in annual and seasonal series of peak flow and precipitation in the UK. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 14(5), 1125-1144.
- Rao, A. R., & Hamed, K. H. (2000). *Flood frequency analysis* (Theme 1.8, pp. 12-21). Boca Raton, USA: CRC Press.
- Salas, J. D., Obeysekera, J., & Vogel, R. M. (2018). Techniques for assessing water infrastructure for nonstationary extreme events: A review. *Hydrological Sciences Journal*, 63(3), 325-352.
- Serago, J. M., & Vogel, R. M. (2018). Parsimonious nonstationary flood frequency analysis. *Advances in Water Resources*, 112(February), 1-16.
- Serenaldi, F., & Kilsby, C. G. (2015). Stationarity is undead: Uncertainty dominates the distribution of extremes. *Advances in Water Resources*, 77(March), 17-36.
- Stedinger, J. R., Vogel, R. M., & Foufoula-Georgiou, E. (1993). Frequency analysis of extreme events. In: Maidment, D. R. (ed.). *Handbook of hydrology* (Chapter 18, pp. 1-66). New York, USA: McGraw-Hill Inc.
- Teegavarapu, R. S. V. (2012). Precipitation variability and teleconnections. Chapter 6 (pp. 169-192). In: *Floods in a changing climate. Extreme precipitation*. Cambridge, United Kingdom:

International Hydrology Series (UNESCO) and Cambridge University Press.

Vogel, R. M., Yaindl, C., & Walter, M. (2011). Nonstationarity: Flood magnification and recurrence reduction factors in the United States. *Journal of the American Water Resources Association*, 47(3), 464-474.

WRC, Water Resources Council. (1977). Guidelines for determining flood flow frequency (revised edition). In: Bulletin # 17A of the Hydrology Committee. Washington, DC, USA: Water Resources Council.

Zelen, M., & Severo, N. C. (1972). Probability functions. In: Abramowitz, M., & Stegun, I. A (eds.). *Handbook of mathematical functions* (Chapter 26, pp. 925-995) (9th pr.). New York, USA: Dover Publications.