

# Fórmulas generales para los coeficientes de Chézy y de Manning

• Oscar Jiménez-Medina\* •  
Consultor independiente

\*Autor de correspondencia

## Resumen

Jiménez-Medina, O. (mayo-junio, 2015). Fórmulas generales para los coeficientes de Chézy y de Manning. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 6(3), 33-38.

Este artículo consiste en proponer fórmulas generales para la evaluación de los coeficientes de Chézy y Manning,  $C_{CH}$  y  $n_M$ , respectivamente; es decir, que éstas sean aplicables a las tres categorías posibles del flujo turbulento en el régimen uniforme, donde la rugosidad sea uniformemente distribuida y corresponda con la constitución del material de la conducción. No como las fórmulas actuales, en que  $C_{CH}$  y  $n_M$  se determinan sólo en función de la rugosidad relativa, ignorando la influencia del número de Reynolds, por lo que de manera conceptual son válidas única y exclusivamente para la categoría del flujo turbulento pleno, el que corresponde con la zona de turbulencia completa o de resistencia cuadrática. Para lograr lo antes expuesto se parte del coeficiente de la resistencia al flujo, que es el fundamento de los coeficientes de resistencia hidráulicos ( $C_{CH}$ ,  $n_M$ ,  $f_{D-W}$ ) y de combinar las fórmulas de Nikuradse y Prandtl-Von Karman para las categorías de flujo turbulento pleno y liso, así como la ecuación explícita validada por Swamee para el cálculo del coeficiente de Darcy-Weisbach, con lo que se obtienen resultados más veraces y precisos de los coeficientes de Chézy y Manning, y por lo tanto representan mejor las condiciones reales. Se debe recordar que el flujo turbulento se clasifica en tres categorías: flujo turbulento pleno, transicional y liso, en función de la relación entre el número de Reynolds y la rugosidad relativa.

**Palabras clave:** resistencia al flujo, coeficientes de Chézy y Manning.

## Introducción

El objetivo principal de este trabajo es la generalización de las fórmulas para el cálculo de los muy utilizados coeficientes de Chézy y Manning para el cómputo del régimen uniforme, pues desde que Chézy propuso la primera fórmula en 1769,

## Abstract

Jiménez-Medina, O. (May-June, 2015). General Formulas for Chezy and Manning Coefficients. *Water Technology and Sciences (in Spanish)*, 6(3), 33-38.

This article proposes general formulas to evaluate the Chezy and Manning coefficients,  $C_{CH}$  and  $n_M$ ; namely, their application to the three possible categories of uniform turbulent flow, where roughness is uniformly distributed and corresponds to the composition of the conduction material. This is different than current formulas that determine  $C_{CH}$  and  $n_M$  only according to relative roughness, ignoring the influence of the Reynolds number, and are therefore conceptually valid only and solely for fully turbulent flow, which corresponds to the zone of complete turbulence or quadratic resistance. The present study uses the flow resistance coefficient which is the basis for hydraulic resistance coefficients ( $C_{CH}$ ,  $n_M$ ,  $f_{D-W}$ ), as well as the combined Nikuradse and Prandtl-Von Karman formulas for fully turbulent and smooth turbulent flow and the explicit equation validated by Swamee to calculate the Darcy-Weisbach coefficient. This provides more valid and precise results from the Chezy and Manning coefficients, and therefore better represents actual conditions. It should be noted that turbulent flow is classified by three categories—fully turbulent, transient and smooth—according to the relation between the Reynolds number and relative roughness.

**Keywords:** Flow resistance, Chezy and Manning coefficients.

---

Recibido: 07/08/2014

Aceptado: 01/02/2015

---

hasta que Manning hizo su propuesta en 1789, y posteriormente fueron propuestas muchas otras, como por ejemplo las de Ganguillet-Kutter (1959), Pavlovski (1960), Agroskin (1960), Colebrook-White (1960), Blalock-Sturm (2000), HEC-RAS, etc., todas ellas son casos particulares, ya que ignoran la influencia del número de Reynolds,

lo cual es un error de concepto, pues tienen su origen en el coeficiente de la resistencia al flujo y éste depende del número de Reynolds y la rugosidad relativa (Engleson & Pérez Franco, 2000).

## Metodología

### Ley general de la resistencia al flujo

Lo real y correcto para hacer cualquier estudio sobre los coeficientes de resistencia hidráulicos es partir del origen y es lo que se pretende.

### Fórmula general de la resistencia al flujo

$$hf = C_R * \frac{L}{R_h} * \frac{V^2}{2 * g} \quad (1)$$

$C_R$ : coeficiente de resistencia al flujo (Fanning).

Esta ecuación es el fundamento de las fórmulas de Chézy, Manning y Darcy-Weisbach para la evaluación de las pérdidas de carga que son las más empleadas para dicho fin; las dos primeras para canales y la tercera para tuberías.

Para Chézy, la ecuación para canales y tuberías, respectivamente, es la siguiente:

$$hf = \frac{1}{C_{CH}^2} * \frac{L}{R_h} * V^2 = \frac{4}{C_{CH}^2} * \frac{L}{Di} * V^2 \quad (2)$$

$$C_{CH} = \sqrt{\frac{2g}{C_R}}$$

Para Manning, la ecuación para canales y tuberías, respectivamente, es la siguiente:

$$hf = n_M^2 * \frac{L}{R_h^3} * V^2 = 6.35 n_M^2 * \frac{L}{Di^3} * V^2 \quad (3)$$

$$n_M = \sqrt{\frac{C_R}{2g}} * R_h^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{C_{CH}} * R_h^{\frac{1}{6}}$$

Para Darcy-Weisbach, la ecuación para tuberías es:

$$hf = f_{D-W} * \frac{L}{Di} * \frac{V^2}{2g} \quad (4)$$

$$f_{D-W} = 4 * C_R$$

Como el coeficiente de la resistencia al flujo es:

$$C_R = \frac{0.0625}{\left[ \log \left( \frac{K_s}{14.8 * R_h} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right]^2} \quad (5)$$

Entonces es muy fácil determinar los coeficientes ( $C_{CH}$  y  $n_M$ ):

$$C_{CH} = \sqrt{\frac{2g}{C_R}} = -17.718 * \log \left( \frac{K_s}{14.8 * R_h} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \quad (6)$$

$$n_M = \sqrt{\frac{C_R}{2g}} * R_h^{\frac{1}{6}} = \frac{0.05644}{\log \left( \frac{K_s}{14.8 * R_h} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right)} * R_h^{\frac{1}{6}}$$

Estas fórmulas propuestas para los coeficientes de Chézy y Manning son generales, pues están en función del número de Reynolds y la rugosidad relativa, como se infiere de su origen a partir del coeficiente de la resistencia al flujo; además, los resultados son más confiables y no es necesario conocer la categoría del flujo turbulento que está ocurriendo.

## Resultados y discusión

Es indudable que las fórmulas existentes en la actualidad, las que determinan los coeficientes de Chézy ( $C_{CH}$ ) y Manning ( $n_M$ ) sólo en función de la rugosidad relativa, aplicables a la categoría del flujo completamente establecido, al ser modificadas, incluyéndoles el número de Reynolds (Re), pasan de ser una solución particular a una solución general, válidas para las tres categorías posibles del flujo turbulento en el régimen

uniforme, teniendo como finalidad lograr los objetivos principales del conocimiento científico y de la ciencia: alcanzar la verdad objetiva y obtener resultados más veraces y precisos.

Se puede demostrar que tanto las fórmulas empíricas como las experimentales utilizadas en la actualidad para calcular los coeficientes de Chézy y Manning no son totalmente correctas.

*Fórmulas empíricas*

Fórmula de Colebrook-White (coeficiente de Chézy,  $C_{CH}$ ):

$$C_{C-W} = 18 * \log\left(\frac{12 * R_h}{K_s}\right) \quad (7)$$

Fórmula propuesta (coeficiente de Chézy,  $C_{CH}$ ):

$$C_{CH} = -17.718 * \log\left(\frac{K_s}{14.8 * R_h} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right) \quad (8)$$

Fórmula de HEC-RAS (coeficiente de Manning,  $n_M$ ):

$$n_M = \frac{R_h^{\frac{1}{6}}}{\log\left(\frac{12.2 * R_h}{K_s}\right)} \quad (9)$$

Fórmula propuesta (coeficiente de Manning,  $n_M$ ):

$$n_M = -\frac{5.644 * 10^{-2}}{\log\left(\frac{K_s}{14.8 * R_h} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)} * R_h^{\frac{1}{6}} \quad (10)$$

*Fórmulas experimentales*

Para calcular el coeficiente de Chézy:

$$C_{CH} = \frac{V}{R_h^{\frac{1}{2}} * S^{\frac{1}{2}}} \quad (11)$$

Para calcular el coeficiente de Manning:

$$n_M = \frac{R_h^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{V} \quad (12)$$

El autor escogió estas fórmulas por considerarlas representativas y estar relacionadas, pero se puede utilizar cualquiera de las muchas existentes en la actualidad.

*Ejemplo I*

Las rugosidades absolutas de hormigón que se usan a continuación fueron investigadas por Rouse (1883), Chow (1959) y Raju (1980) (tomadas de León, 2000).

Canal de Nueva York, revestido de hormigón. La rugosidad absoluta de este material es  $K_{s\text{mínimo}} = 0.0003$  m y  $K_{s\text{máximo}} = 0.003$  m. Estos valores son bastante confiables y facilitan la comparación entre las fórmulas actuales empíricas, experimentales y las propuestas (King, 1959: 336, table 101).

Datos geométricos:  $A = 30.93$  m;  $P = 19.39$  m;  $R = 1.594$  m.

Datos hidráulicos:  $V = 1.67$  m/s;  $Q = 51.66$  m<sup>3</sup>/s;  $S = 0.0001611$  m/m.

Resultados al emplear las fórmulas experimentales actuales:

$$C_{CH} = \frac{V}{R_h^{\frac{1}{2}} * S^{\frac{1}{2}}} = \frac{1.67}{(1.594 * 0.0001611)^{0.5}} \approx 104.214 \quad (13)$$

$$n_M = \frac{R_h^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{V} \approx 0.01037$$

Resultados al emplear las fórmulas propuestas:

Para  $K_s = 0.0003$  m

$$C_{CH} = -17.718 \log\left(\frac{K_s}{14.8 * R_h} + \frac{5.74}{R_e^{0.9}}\right) \approx 85.245 \quad (14)$$

$$n_M = -\frac{5.644 * 10^{-2}}{\log\left(\frac{K_s}{14.8 * R_h} + \frac{5.74}{R_e^{0.9}}\right)} * R_h^{\frac{1}{6}} \approx 0.01268$$

Para  $K_s = 0.003$  m

$$C_{CH} = -17.718 \log \left( \frac{K_s}{14.8 * R_h} + \frac{5.74}{R_e^{0.9}} \right) \approx 76.245 \quad (15)$$

$$n_M = - \frac{5.644 * 10^{-2}}{\log \left( \frac{K_s}{14.8 * R_h} + \frac{5.74}{R_e^{0.9}} \right)} * R^{\frac{1}{6}} \approx 0.01418$$

Colebrook-White\* para  $K_s = 0.0003$  m y para  $K_s = 0.003$  m

$$C_{C-W} = 18 * \log \left( \frac{12 * R_h}{K_s} \right) \approx 86.482, y, 68.482 \quad (16)$$

HEC-RAS.  $K_s = 0.0003$  m y para  $K_s = 0.003$  m

$$n_M = - \frac{0.05555 * R_h^{\frac{1}{6}}}{\log \left( \frac{12.2 * R_h}{K_s} \right)} \approx 0.01247, y, 0.01575 \quad (17)$$

Observar valores de  $n$  de Horton (King, 1959: 254, tabla 73):

$$N_{\text{óptimo}} = 0.012; n_{\text{bueno}} = 0.014^*; n_{\text{regular}} = 0.016^*; n_{\text{malo}} = 0.018.$$

$$C_{CH-\text{óptimo}} = 90.067; C_{CH-\text{bueno}} = 77.200^*; C_{CH-\text{regular}} = 67.550^*; C_{CH-\text{malo}} = 60.045.$$

\*Valores de uso común para proyectos.

Lo anteriormente expuesto también se puede confirmar calculando el coeficiente de Hazen Williams ( $C_{WH}$ ) (King, 1959: 336, tabla 10.1):

$$F_{D-W} = 0.00723 C_{WH} = \left( \frac{1034}{f} * Re^{-0.148} \right)^{0.54} = 166.960 \quad (18)$$

Se conoce por la bibliografía internacional que para el hormigón la  $C_{WH} = 130$ .

Incluso este valor de  $f_{D-W} = 0.00723$  cae fuera del diagrama de Moody.

De los cálculos anteriores se infiere:

Los resultados experimentales de la tabla 10.1 de King (1959) no concuerdan con ninguna de las fórmulas expuestas.

Es necesario aclarar que en el ejemplo 1 analizado, la categoría es de flujo turbulento pleno, zona de resistencia cuadrática, donde los coeficientes son independientes del número de Reynolds, por lo cual los resultados de las fórmulas empíricas existentes y las propuestas son similares.

### Ejemplo II

Canal rectangular. Revestido de hormigón.

Datos:  $b = 0.4$  m;  $K_s = 0.0003$  m;  $S = 0.00215$ ;  $m = 0.0$ .

Se tomó  $\nu = 1 * 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s (viscosidad cinemática para agua a 20 °C).

### Resultados al emplear las fórmulas empíricas actuales

1. Para  $Q = 0.0005$  m<sup>3</sup>/s. Colebrook-White.  $Re = 4813$ .  $C_{CH} = 44.575$  HEC-RAS;  $n_M = 0.00989$ .
2. Para  $Q = 0.0100$  m<sup>3</sup>/s;  $Re = 80329$ ;  $C_{CH} = 57.544$  HEC-RAS;  $n_M = 0.01011$ .
3. Para  $Q = 0.0873$  m<sup>3</sup>/s;  $Re = 410341$ ;  $C_{CH} = 65.292$  HEC-RAS;  $n_M = 0.01052$ .

### Resultados al emplear las fórmulas propuestas

1. Para  $Q = 0.0005$  m<sup>3</sup>/s;  $Re = 4813$ ;  $C_R = 0.01223$ ;  $C_{CH} = 40.047$ ;  $n_M = 0.01104$ .
2. Para  $Q = 0.0100$  m<sup>3</sup>/s;  $Re = 80329$ ;  $C_R = 0.00637$ ;  $C_{CH} = 55.509$ ;  $n_M = 0.01051$ .
3. Para  $Q = 0.0873$  m<sup>3</sup>/s;  $Re = 410341$ ;  $C_R = 0.00478$ ;  $C_{CH} = 64.065$ ;  $n_M = 0.01074$ .

### Error relativo entre las fórmulas actuales y las propuestas

1. Error relativo (%) = -11.30 y 10.40 para  $C_{CH}$  y  $n_M$  respectivamente.
2. Error relativo (%) = -3.67 y 3.75 para  $C_{CH}$  y  $n_M$  respectivamente.

3. Error relativo (%) = -1.92 y 2.07 para  $C_{CH}$  y  $n_M$  respectivamente.

Para los tres casos (1, 2, y 3), según el diagrama de Moody, la categoría es de flujo turbulento transicional.

Se puede observar la variación de los coeficientes de Chézy y Manning cuando el número de Reynolds cambia y también cómo se van aproximando los valores de los coeficientes calculados por las fórmulas actuales y las propuestas para números de Reynolds relativamente altos.

### Evidencias

Estas evidencias demuestran que las fórmulas de Chézy y Manning, que son las más empleadas para evaluar el régimen uniforme, no determinan de forma correcta los coeficientes  $C_{CH}$  y  $n_M$ .

1. *Manual de Hidráulica* (King, 1959: 168, Sección 6). Del estudio previo relativo de la figura 86 puede concluirse que la fórmula de Chézy daría resultados excelentes para la corriente en conductos rugosos a números de Reynolds grandes, en cuyo caso el exponente de  $V$  es aproximadamente 2. Cuando después otros investigadores encontraron que esta fórmula no concordaba con los resultados experimentales en tubos lisos a velocidades pequeñas, se idearon otras fórmulas empíricas para satisfacer cada grupo particular de ensayos. Sólo en años recientes se reconoció de modo general que todos los ensayos de esta naturaleza pueden unificarse por medio del número de Reynolds.

2. *Hidráulica de las Conducciones Libres* (Alcides Méndez (s.a.): 225, capítulo 4. El régimen uniforme). Como se demostró, la ecuación de Manning, en estricto sentido, sólo es aplicable en flujos altamente turbulentos con fronteras rugosas. La estimación del valor apropiado en estos casos se convierte en una cuestión de suma importancia.

En ambas citas se reconoce que las fórmulas de Chézy y Manning son casos particulares del cómputo del régimen uniforme y es el que se corresponde con la categoría del flujo turbulento pleno; es decir, con la zona de resistencia cuadrática (zona de turbulencia completa en el diagrama de Moody).

3. Por lo general, en los problemas prácticos, la zona en que caen los coeficientes de resistencia hidráulicos es la de transición.
4. Todo indica que los coeficientes  $C_{CH}$  y  $n_M$  han sido conceptualmente definidos para la zona de resistencia cuadrática, donde el exponente de la velocidad es aproximadamente dos. O lo que es lo mismo, los coeficientes sólo son función de la rugosidad relativa; por tanto, son independientes del número de Reynolds.

Observar la dependencia de la rasante de energía ( $S$ ), en función de la categoría del flujo turbulento:

1. Flujo turbulento pleno (zona de turbulencia completa o de resistencia cuadrática, sobre o por encima de la línea de puntos):

$$S \rightarrow V^2, D^Y, y, \varepsilon \quad (19)$$

Flujo turbulento en zona de transición (zona entre la línea de turbulencia completa y la curva para tubos lisos):

$$S \rightarrow V^X, D^Y, v^K, y, \varepsilon \quad (20)$$

Flujo turbulento en tubos lisos (sobre la curva para tubos lisos):

$$S \rightarrow V^{1.75}, D^{1.25}, v^{0.25} (Re, e/ 2320 \text{ y } 10^5). \quad (21)$$

$$S \rightarrow V^X, D^Y, y, v^K (Re, e/ 2320 \text{ y } 10^8).$$

Se infiere que de forma general los exponentes de la velocidad ( $V$ ), el diámetro ( $D$ ), la viscosidad cinemática ( $v$ ) y la rugosidad ( $\varepsilon$ ) son variables, e incluso se observa que en el flujo turbulento pleno no influye la viscosidad, así

como en el flujo turbulento liso no influye la rugosidad relativa.

## Conclusiones

1. Las fórmulas propuestas para la evaluación de los coeficientes de Chézy y Manning,  $C_{CH}$  y  $n_M$  respectivamente, son más veraces y precisas que las existentes en la actualidad.
2. El cálculo de los coeficientes de Chézy ( $C_{CH}$ ) y Manning ( $n_M$ ) están en dependencia de la categoría del flujo turbulento que esté ocurriendo, es decir, de la zona de resistencia en que se ubiquen en función del número de Reynolds y la rugosidad relativa.
3. Si no se conoce la categoría del flujo turbulento presente en el régimen uniforme es un error de concepto emplear las fórmulas actuales para la determinación de los coeficientes de Chézy ( $C_{CH}$ ) y Manning ( $n_M$ ).

## Referencias

- Alcides, J. L. Méndez (s.a.). Cap. 4. El Régimen Uniforme (p. 225). En *Hidráulica de las conducciones libres*.
- Agroskin, I. I. (1960). *Hidráulica* (pp. 285-336). Tomo I. La Habana: Ministerio de Educación Superior, ISCA.

Chow, V. T. (1959). *Open-Chanel Hydraulics* (pp. 98-123, 192-197). La Habana: Edición Revolucionaria, Instituto del Libro.

Hoogcarspel, P.A.H. (1985). *Open-Chanel Flows* (pp. 11-117). The Netherlands.

King, H. W. (1959). *Manual de Hidráulica* (pp. 254, 336-358). La Habana: Edición Revolucionaria, Instituto del Libro.

León, M. J. F. A. (2000). *Hidráulica de las conducciones libres* (pp. 87-98, 194-278, 411-439, 674-676). Tomos I y II. La Habana: Ministerio de Educación Superior.

Montes, J. S. (2000). *Hydraulics of Open Channel Flow* (pp. 147-207). Madrid: ASCE Press.

Nekrasov, B. (1968). *Hidráulica* (pp. 135-157). Moscú: EDMIR.

Pashkov, N. N., & Dolqachev, F. M. (1985). *Hidráulica y máquinas hidráulicas* (pp. 184-226). Moscú: EM.

Universidad de Pinar del Río (2003-2006). *Documentación base de la Maestría de Ingeniería Hidráulica y Ambiental*. Pinar del Río, Cuba: Universidad de Pinar del Río.

## Dirección institucional del autor

M.I. Oscar Jiménez Medina

1003 SW 142 PL  
 CP 33184 Miami, Florida, USA  
 Teléfono: +305 (786) 2963 793  
 oscarjmjimenezmedina@gmail.com