

FLODRO 4.0: UN PAQUETE DE CÓMPUTO PERSONAL PARA ANÁLISIS DE FRECUENCIAS DE CAUDALES MÁXIMOS ANUALES

• José A. Raynal •
Universidad de Las Américas, Puebla, México

Resumen

Se presenta un paquete de cómputo para análisis de frecuencias de caudales máximos anuales basado en la aplicación de las hojas de cálculo de uso común provistas por Excel® (Excel es una marca registrada de Microsoft Corporation, Inc.), el cual usa diversas funciones de distribución de probabilidad. El paquete de cómputo maneja la estimación de los parámetros, de los valores de diseño y de sus límites de confianza para varios periodos de retorno por diversos métodos de estimación de parámetros, valores de diseño y límites de confianza. El paquete de cómputo usa hasta tres medidas de bondad de ajuste y produce varias gráficas que ayudan a la comparación visual entre los modelos en competencia. Se incluye en el artículo un ejemplo de aplicación, utilizando la distribución de probabilidad general de valores extremos, y el método de estimación es el de momentos de probabilidad pesada, para demostrar la facilidad de uso del paquete de cómputo.

Palabras clave: análisis de frecuencias de caudales máximos anuales, hojas de cálculo, funciones de distribución de probabilidad, estimación de parámetros, estimación de valores de diseño, límites de confianza.

Introducción

En la planeación y el diseño de sistemas hídricos, el análisis de frecuencias de caudales máximos anuales tiene una importancia central. Por las características de los valores de diseño, que están ligados a un periodo de retorno, es obligado el uso de modelos matemáticos, llamados en este caso funciones de distribución de probabilidad. Entre las funciones de distribución de probabilidad más usadas en el análisis de frecuencias de caudales máximos anuales están las siguientes (Kite, 1988; Rao y Hamed, 2000; Raynal-Villaseñor, 2010):

- a) Normal (NOR).
- b) Log-Normal de dos parámetros (LN2).
- c) Log-Normal de tres parámetros (LN3).
- d) Gamma (GAM).
- e) Pearson Tipo III (PIII).
- f) Log-Pearson Tipo III (LPIII).

- g) Valores Extremos Tipo I (VEI).
- h) General de Valores Extremos (GVE).

Hay disponibles varios paquetes de cómputo para realizar análisis de frecuencias de caudales máximos basados en casi todas las distribuciones de probabilidad mostradas previamente, como lo son el *HEC-SSP* del U.S. Corps of Engineers, *US-CE* (2010), el propuesto por Reiss y Thomas (2007), el propuesto por Rao y Hamed (2000), y el propuesto por Kite (1988), entre otros.

A la luz de las aplicaciones computacionales en la educación y entrenamiento en ingeniería y ciencia aplicada, se desarrolló un paquete de cómputo personal en el área de análisis de frecuencias de caudales máximos anuales, con énfasis particular en ingeniería hidrológica, pero que es fácilmente adaptable a cualquier área que use el análisis de frecuencias como herramienta estadística de análisis de muestras de datos. El paquete de cómputo provee diferentes modelos

para ser aplicados y produce una gran cantidad de resultados que pueden ser utilizados por el usuario, ya sea en forma numérica o gráfica. La plataforma computacional escogida fue aquella provista por Excel®, lo cual lo diferencia de los mencionados previamente y lo hace accesible a todos los usuarios de una computadora personal. Al programa de cómputo resultante se le ha llamado *FLODRO 4.0*, como será referido de aquí en adelante.

El artículo muestra las principales componentes de *FLODRO 4.0* e incluye un ejemplo de aplicación usando el paquete de cómputo personal citado, mostrando los principales resultados que dicho paquete de cómputo le provee al usuario.

Las aplicaciones mostradas previamente están debidamente documentadas a detalle en Raynal-Villaseñor (2010) y algunas de ellas pueden consultarse en Kite (1988), y Rao y Hamed (2000). En Raynal-Villaseñor (2010) se indica cómo se pueden obtener las hojas de cálculo de Excel® que se han desarrollado dentro de *FLODRO 4.0*.

Estructura del paquete de cómputo *FLODRO 4.0*

El paquete de cómputo *FLODRO 4.0* ha sido desarrollado dentro del ambiente de cómputo provisto por Excel® (Excel es una marca registrada de Microsoft Corporation, Inc.). El modo interactivo en que se usa *FLODRO 4.0* lo hace muy amigable con el usuario, como es típico en el ambiente de Windows® (Windows es una marca registrada de Microsoft Corporation, Inc.).

En cualquier etapa, el usuario tiene todo el control sobre los procesos que está ejecutando, desde la entrada de datos hasta la impresión de resultados. El paquete de cómputo personal *FLODRO 4.0* tiene la estructura mostrada en la figura 1. Todas las funciones de distribución de probabilidad citadas en la sección anterior están programadas en *FLODRO 4.0*.

El paquete de cómputo personal *FLODRO 4.0* puede realizar los siguientes procesos, como se muestra en la figura 2:

- Estimación de parámetros por los métodos de momentos, máxima verosimilitud y momentos de probabilidad pesada, cuando este método está disponible para todas las funciones de distribución citadas anteriormente. Se produce una gráfica que resume estos resultados.
- Pruebas de bondad de ajuste, como el error estándar de ajuste (EEA) (Kite, 1988); desviación media absoluta relativa (DMAR) (Jain y Singh, 1987), y el Criterio de información de Akaike (CA), sólo en el caso del uso del método de máxima verosimilitud (Akaike, 1974).
- Cálculo de los eventos de diseño para varios periodos de retorno, por los métodos de momentos, máxima verosimilitud y momentos de probabilidad pesada, cuando este método está disponible, para todas las funciones de distribución citadas anteriormente.
- Estimación de los límites de confianza para los eventos de diseño, por los métodos de momentos, máxima verosimilitud y momentos de probabilidad pesada,

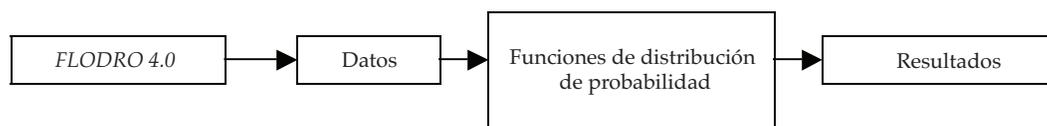


Figura 1. Estructura del paquete de cómputo *FLODRO 4.0*.

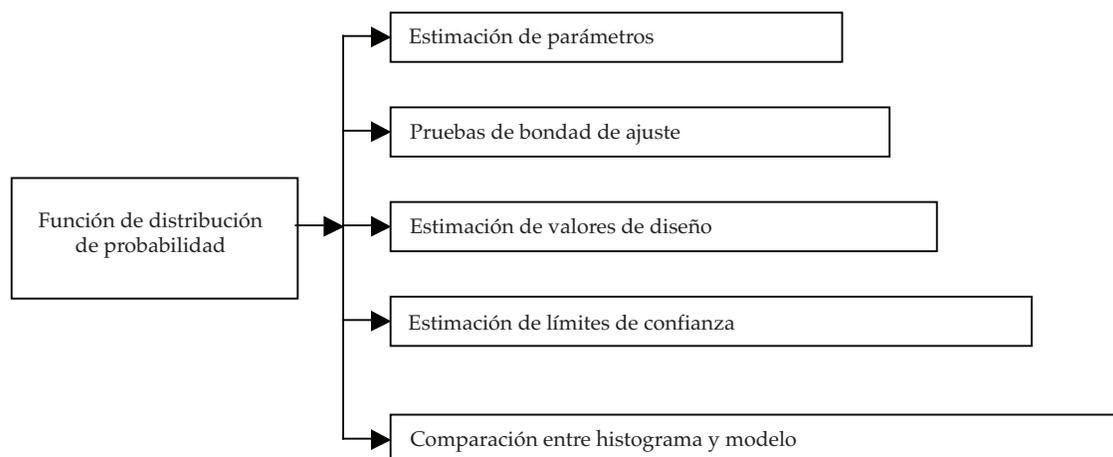


Figura 2. Opciones de análisis del paquete de cómputo FLODRO 4.0.

cuando este método está disponible, para todas las funciones de distribución citadas anteriormente. Se produce una gráfica que resume estos resultados.

- e) Una comparación gráfica entre la mejor opción de los modelos producidos por cada uno de los métodos de estimación de parámetros antes citados y el histograma de la muestra de datos.

El paquete de cómputo personal FLODRO 4.0 ha sido diseñado para tener requerimientos mínimos de memoria y de equipos periféricos ligados a la computadora personal.

Las gráficas que produce FLODRO 4.0 pueden ser impresas en cualquier impresora común. En el caso de las gráficas que muestran los modelos y los límites de confianza de los valores de diseño, se ha usado en el eje de las abscisas el valor reducido de Gumbel, para producir un papel de Gumbel electrónico, dadas las limitaciones que tiene Excel® en cuanto a poder manejar un eje con escala probabilística o con periodos de retorno, como puede observarse en las figuras 7 y 8.

Estas particularidades hacen del paquete de cómputo personal FLODRO 4.0 muy apropiado para la educación, entrenamiento y educación continua en el área de la ingeniería

hidrológica en particular, y de la ingeniería y la ciencia aplicada en general, principalmente en países en vías de desarrollo.

Ejemplo numérico de aplicación

La estación hidrométrica Huites está localizada en el río Fuerte, en el noroeste de México, y ha sido seleccionada para hacer el análisis de frecuencias de caudales máximos anuales, usando la distribución de general de valores extremos (GVE) y el método de momentos de probabilidad pesada (MPP), según Raynal-Villaseñor (1987), para estimar sus parámetros, valores de diseño y límites de confianza. La ubicación geográfica de la estación hidrométrica Huites, México, se muestra en la figura 3.

El primer paso es obtener los estadísticos más relevantes de la muestra de caudales máximos anuales y que algunos de ellos serán usados posteriormente, los cuales se muestran en la figura 4.

La función de distribución y de densidad de probabilidad para la distribución GVE es como sigue (Raynal-Villaseñor, 2010):

$$F(x) = \exp \left\{ - \left[1 - \frac{(x - x_0)\beta}{\alpha} \right]^{1/\beta} \right\} \quad (1)$$



Figura 3. Ubicación de la estación hidrométrica Huites, México.

	A	B	C	D
1	Análisis de frecuencias de caudales máximos anuales			
2	Estación hidrométrica: Huites, México (1942-1992)			
3				
4	Estadísticos descriptivos			
5				
6	Media	2498.9627		
7	Error estándar de la muestra	311.0530		
8	Mediana	1775.7000		
9	Moda	# N/A		
10	Desviación estándar	2221.3626		
11	Varianza de la muestra	4934451.7500		
12	Kurtosis	3.6701		
13	Coficiente de asimetría	2.0123		
14	Rango	9707.5000		
15	Mínimo	421.8000		
16	Máximo	10129.3000		
17	Suma	127447.1000		
18	Conteo	51.0000		
19	Mayor (1)	10129.3000		
20	Menor (1)	421.8000		
21	Nivel confianza media (95.0%)	624.7683		

Figura 4. Datos estadísticos de la muestra proporcionados por FLODRO 4.0.

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp \left\{ - \left[1 - \frac{(x-x_0)\beta}{\alpha} \right]^{1/\beta} \right\} \left[1 - \frac{(x-x_0)\beta}{\alpha} \right]^{1/\beta-1} \quad (2)$$

donde $F(x)$ y $f(x)$ son las funciones de distribución y de densidad de probabilidad x , respectivamente; x_0 , α y β son los parámetros de ubicación, escala y forma de la distribución GEV. El dominio de la variable aleatoria es $x_0 + \alpha/\beta \leq x < \infty$.

En la distribución GVE se estiman sus parámetros por el método de momentos de probabilidad pesada, por medio del método propuesto por Raynal-Villaseñor (1987), de la siguiente manera (Raynal-Villaseñor, 2010):

a) Parámetro de ubicación:

$$\hat{x}_0 = \hat{M}_{(0)} + \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} \left[\Gamma(1+\hat{\beta}) - 1 \right] \quad (3)$$

b) Parámetro de escala:

$$\hat{\alpha} = \frac{(\hat{M}_{(0)} - \hat{M}_{(1)}\hat{\beta})}{\Gamma(1+\hat{\beta}) \left(1 - \frac{1}{2\hat{\beta}} \right)} \quad (4)$$

c) Parámetro de forma:

$$F(\hat{\beta}) = 2^{\hat{\beta}}(C_{RV} + 2) + \left(\frac{2}{3} \right)^{\hat{\beta}} - (C_{RV} + 3) = 0 \quad (5)$$

donde:

$$C_{RV} = \frac{3\hat{M}_{(2)} - \hat{M}_{(0)}}{\hat{M}_{(0)} - 2\hat{M}_{(1)}} \quad (6)$$

Los momentos de probabilidad pesada requeridos por las ecuaciones (3)-(6) son como sigue:

$$\hat{M}_{(0)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (7)$$

$$\hat{M}_{(1)} = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} x_i(N-i) \quad (8)$$

$$\hat{M}_{(2)} = \frac{1}{N(N-1)(N-2)} \sum_{i=1}^{N-2} x_i(N-i)(N-i-1) \quad (9)$$

Las pruebas de bondad de ajuste seleccionadas para la distribución GVE son:

a) Error estándar de ajuste (EEA) (Kite, 1988):

$$EEA = \left[\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2}{(N-2)} \right]^{1/2} \quad (10)$$

b) Desviación media absoluta relativa (DMAR) (Jain y Singh, 1987):

$$DMAR = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{(x_i - y_i)}{x_i} \right| \quad (11)$$

Los valores de diseño y sus límites de confianza son calculados de la siguiente manera:

$$Q_T = x_0 + \frac{\alpha}{\beta} \left\{ 1 - \left[-Ln \left(1 - \frac{1}{T_r} \right) \right]^{\beta} \right\} \quad (12)$$

$$Q_l = Q_T \pm z_{\alpha} S_T \quad (13)$$

y:

$$S_T^2 = \frac{\alpha}{N} \left[\begin{aligned} & \alpha \left(\frac{\partial x_T}{\partial \alpha} \right)^2 w_{11} + \alpha \left(\frac{\partial x_T}{\partial \beta} \right)^2 w_{22} + \left(\frac{\partial x_T}{\partial \gamma} \right)^2 \frac{w_{33}}{N} \\ & + 2\alpha \left(\frac{\partial x_T}{\partial \alpha} \right) \left(\frac{\partial x_T}{\partial \beta} \right) w_{12} + 2 \left(\frac{\partial x_T}{\partial \alpha} \right) \left(\frac{\partial x_T}{\partial \gamma} \right) w_{13} \\ & + 2 \left(\frac{\partial x_T}{\partial \beta} \right) \left(\frac{\partial x_T}{\partial \gamma} \right) w_{23} \end{aligned} \right] \quad (14)$$

Las derivadas parciales anteriores tienen la siguiente estructura:

$$\frac{\partial x_T}{\partial x_0} = 1 \quad (15)$$

$$\frac{\partial x_T}{\partial \alpha} = \frac{1}{\beta} \left\{ 1 - \left[-\text{Ln} \left(1 - \frac{1}{T_r} \right) \right]^\beta \right\} \quad (16)$$

$$\frac{\partial x_T}{\partial \beta} = -\frac{\alpha}{\beta} \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{1}{\beta} \left[1 - \left(-\text{Ln} \left(1 - \frac{1}{T_r} \right) \right)^\beta \right] \right] \\ + \left[-\text{Ln} \left(1 - \frac{1}{T_r} \right) \right]^\beta \left[\text{Ln} \left(-\text{Ln} \left(1 - \frac{1}{T_r} \right) \right) \right] \right\} \quad (17)$$

Los coeficientes w_{ij} de la matriz varianza-covarianza de la distribución GVE, que aparecen en la ecuación (14), pueden ser evaluados a partir de los valores contenidos en el cuadro 1.

Al usar las fórmulas anteriores, los parámetros, las pruebas de bondad de ajuste, los valores de diseño y sus límites de confianza producidos por FLODRO 4.0 son mostrados en la figuras 5 y 6. La figura 7 muestra los modelos producidos por los métodos de

momentos, máxima verosimilitud y momentos de probabilidad pesada en la estimación de parámetros de la distribución GVE, basados en la muestra de caudales máximos anuales de Huites, México. En la figura 8 se muestra la representación gráfica de los valores de diseño y sus límites de confianza para el modelo, que fue escogido de acuerdo con los indicadores de bondad de ajuste manejado en el paquete de cómputo. La comparación entre el histograma de la muestra de datos de caudales máximos anuales y la función de densidad teórica ajustada se muestra en la figura 9.

Conclusiones

Se ha presentado un paquete de cómputo personal para el análisis de frecuencias de caudales máximos anuales. Debido a los requerimientos mínimos de memoria y de accesorios periféricos, como ha sido demostrado en el artículo, este paquete de cómputo personal es muy útil en la educación y entrenamiento en ingeniería hidrológica, y donde el usuario tenga acceso a una computadora personal y una impresora. El uso de Excel®, una herramienta computacional de uso común, como el ambiente computacional seleccionado por el paquete de cómputo, lo hace asequible a cualquier usuario con acceso a una computadora personal.

Cuadro 1. Coeficientes w_{ij} de la matriz varianza-covarianza de los estimadores MPP de los parámetros de la distribución GVE (Hosking *et al.*, 1985).

β	w_{11}	w_{12}	w_{13}	w_{22}	w_{23}	w_{33}
-0.4	1.6637	1.3355	1.1405	1.8641	1.1628	2.9092
-0.3	1.4153	0.8912	0.5640	1.2574	0.4442	1.4090
-0.2	1.3322	0.6727	0.3926	1.0013	0.2697	0.9139
-0.1	1.2915	0.5104	0.3245	0.8440	0.2240	0.6815
0.0	1.2686	0.3704	0.2992	0.7390	0.2247	0.5633
0.1	1.2551	0.2411	0.2966	0.6708	0.2447	0.5103
0.2	1.2474	0.1177	0.3081	0.6330	0.2728	0.5021
0.3	1.2438	-0.0023	0.3297	0.6223	0.3033	0.5294
0.4	1.2433	-0.1205	0.3592	0.6368	0.3329	0.5880

	A	B	C	D	E	F	G
1	Análisis de cuadales máximos anuales						
2	Estación hidrométrica: Huites, México (1942-1992)						
3	Distribución General de Valores Extremos						
4	Método: momentos de probabilidad pesada-Raynal (1987)						
5							
6	Momentos de probabilidad pesada						
7	$M_{(0)} =$	2498.9627	m^3/s				
8	$M_{(1)} =$	719.5557	m^3/s		$C_{RV} =$	-1.2770	
9	$M_{(2)} =$	381.8557	m^3/s				
10							
11	Estimación de parámetros y pruebas de bondad de ajuste						
12	Valor de prueba de $\beta =$	-0.3894		$1 + \beta =$	0.6106		
13	$F(\beta) =$	-4.8411E-07		$\Gamma(1 + \beta) =$	1.4654		
14							
15	Parámetro de ubicación		1412.6485	m^3/s			
16	Parámetro de escala		908.9530	m^3/s			
17	Parámetro de forma		-0.3894				
18							
19	EEA =	601		DMAR =	7		

Figura 5. Estimación de parámetros y sus medidas de bondad de ajuste (GVE-MPP) para la estación hidrométrica Huites, México.

	A	B	C	D	E	F	G	H
21	Matriz varianza covarianza							
22	$w_{11} =$	1.6269	$w_{12} =$	1.2741	$w_{13} =$	1.0538		
23	$w_{22} =$	1.7630	$w_{23} =$	1.0521	$w_{33} =$	1.7497		
24	$\text{var}(x_0) =$	26355.9450		$\text{cov}(x_0, \alpha) =$	20639.9854			
25	$\text{var}(\alpha) =$	28559.8526		$\text{cov}(x_0, \beta) =$	18.7808			
26	$\text{var}(\beta) =$	0.0343		$\text{cov}(\alpha, \beta) =$	0.0206			
27								
28	Valores de diseño y límites de confianza							
29	Periodo de				Raíz cuadrada	Límite inferior	Valores de	Límite superior
30	retorno				del error est.	de confianza	diseño	de confianza
31	T_r				S_r	95%	Q_r	95%
32	(años)	$F(x) =$	$\partial x_r / \partial \alpha$	$\partial x_r / \partial \beta$	(m^3/s)	(m^3/s)	(m^3/s)	(m^3/s)
33	2	0.5	0.3940	-67.1824	29.5992	1713	1771	1829
34	5	0.8	2.0373	-1523.2495	70.1988	3127	3264	3402
35	10	0.9	3.6003	-4213.2392	139.7205	4411	4685	4959
36	20	0.95	5.5960	-8978.6111	264.9121	5980	6499	7018
37	50	0.98	9.1668	-20222.1335	561.3453	8645	9745	10845
38	100	0.99	12.8331	-34441.4956	935.7002	11243	13077	14911
39	500	0.998	26.2995	-101650.9497	2698.8870	20028	25318	30608
40	1 000	0.999	35.2514	-155159.1684	4099.1379	25420	33455	41489
41	5 000	0.9998	68.2202	-388773.9389	10199.9060	43430	63422	83413
42	10 000	0.9999	90.1555	-565810.3018	14816.9580	54319	83360	112401
43	Límites de confianza de dos colas:			$Z\alpha =$	1.96			

Figura 6. Eventos de diseño y de sus límites de confianza (GVE-MPP) para la estación hidrométrica Huites, México.

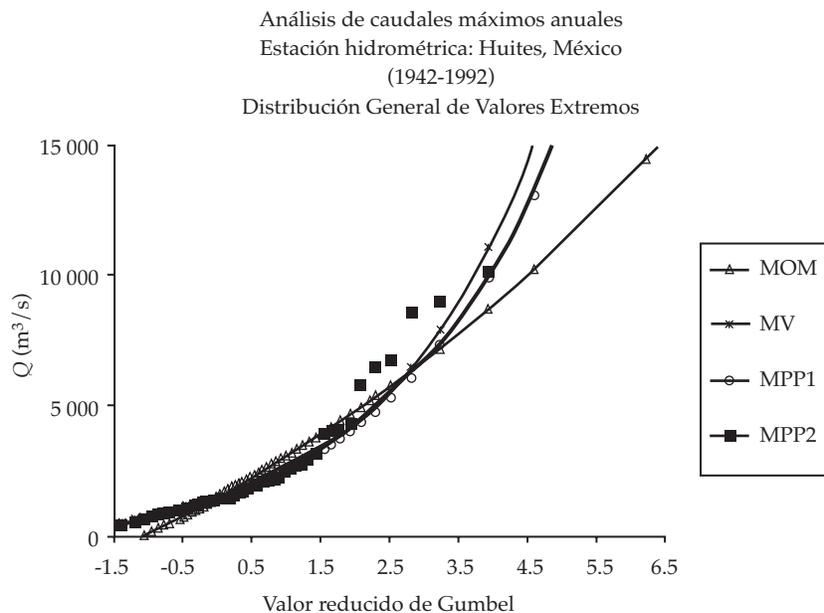


Figura 7. Curvas de frecuencias teórica y empírica para la estación hidrométrica Huites, México.

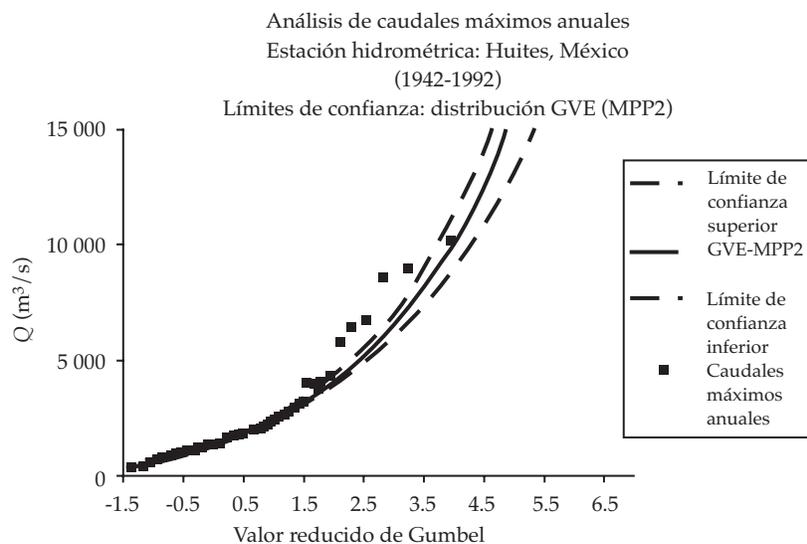


Figura 8. Curvas de frecuencias teórica y empírica, y sus límites de confianza para la estación hidrométrica Huites, México.

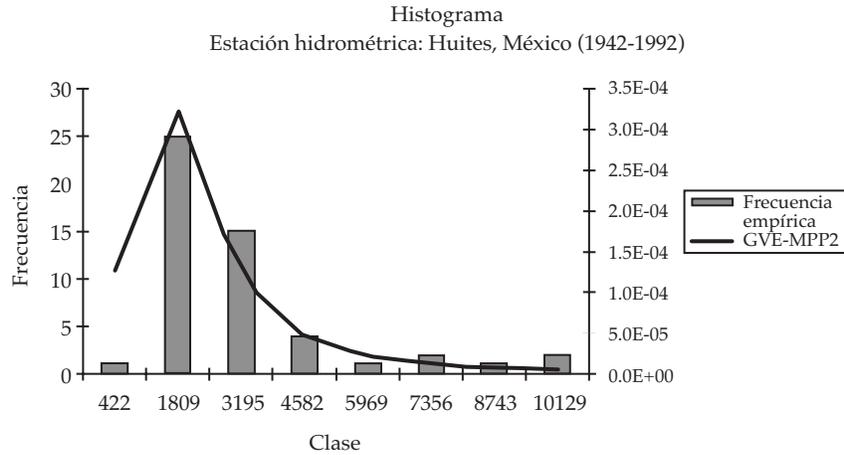


Figura 9. Histograma y la función de densidad de probabilidad teórica para la estación hidrométrica Huites, México.

Agradecimientos

El autor agradece a la Universidad de las Américas, Puebla, por las facilidades que se otorgaron para hacer posible la publicación de este artículo.

Nomenclatura

α	parámetro de escala.
β	parámetro de forma.
S_T	raíz cuadrada del error estándar.
σ^2	varianza.
T_r	periodo de retorno.
K_T	factor de frecuencia.
x_0	parámetro de ubicación.
LV	función logarítmica de verosimilitud.
x_i	datos de muestra.
N	número de datos de muestra.
y_i	valores producidos por el modelo.
Q_i	límite de confianza inferior o superior.
z_α	valor normal estándar.
Q_T	valor de diseño.

Referencias

AKAIKE, H. A New Look at the Statistical Model Identification. *IEEE Trans. Autom. Control.* AC-19, No. 6, 1974, pp. 716-723.

- HOSKING, J.R.M., WALLIS, J.R., and WOOD, E.F. Estimation of the Generalized Extreme Value Distribution by the Method of Probability Weighted Moments. *Technometrics.* Vol. 27, 1985, pp. 251-261 ().
- JAIN, D. and SINGH, V.P. Estimating Parameters of EV1 Distribution for Flood Frequency Analysis. *Water Resources Bulletin.* Vol. 23, No. 1, 1987, pp. 59-71.
- KITE, G.W. *Flood and Risk Analyses in Hydrology.* Littleton, USA: Water Resources Publications, 1988, 187 pp.
- RAYNAL-VILLASEÑOR, J.A. Computation of Probability Weighted Moments for the General Extreme Value Distribution (Maxima and Minima). *Hydrological Science and Technology Journal.* Vol. 3, No. 1-2, 1987, pp. 47-52.
- RAYNAL-VILLASEÑOR, J.A. *Frequency Analysis of Hydrologic Extremes.* Mexico, D.F.; Lulu.Com, 2010.
- RAO, A.R. and HAMED, K.H. *Flood Frequency Analysis.* Boca Ratón, USA: CRC, 2000.
- REISS, R.D. and THOMAS, M. *Statistical Analysis of Extreme Values: with Applications to Insurance, Finance, Hydrology and Other Fields.* 3a. ed. Basel, Switzerland: Birkhäuser Verlag, 2007.
- U.S. CORPS OF ENGINEERS. Documentación sobre HEC-SSP [en línea]. Fecha de consulta: 14 de abril de 2010. Disponible en *World Wide Web:* <http://www.hec.usace.army.mil/software/hec-ssp/documentation>.

Abstract

RAYNAL, J.A. FLODRO 4.0: A personal computer model for flood frequency analysis. Water Technology and Sciences (in Spanish). Vol. III, No. 2, April-June, 2012, pp. 41-50.

A computer package is presented for flood frequency analysis based on the application of commonly used Excel® spreadsheets (Excel is a registered trademark of Microsoft Corporation, Inc.), using several probability distribution functions. The computer package handles the estimation of parameters, design values and confidence limits for several return periods using several methods to determine these estimations. The computer model uses up to three goodness of fit tests and is able to produce several graphic displays that aid visual comparisons among competing models. The paper includes an application example using the generalized extreme value probability distribution function and probability weighted moments for the method of estimation, to show the ease of using this computer package.

Keywords: flood frequency analysis, spreadsheets, probability distribution functions, estimation of parameters, estimation of design values, confidence limits.

Dirección institucional del autor

Dr. José A. Raynal

Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental
Universidad de las Américas, Puebla
72820 Cholula, Puebla, MÉXICO
Teléfono: +52 (222) 2292 647
Fax: +52 (222) 2292 031
josea.raynal@udlap.mx