

DOI: 10.24850/j-tyca-2025-03-07

Artículos

Proceso operativo simple para el análisis de frecuencias de crecientes con series de duración parcial

Simple operational process for the flood frequencies analysis with partial duration series

Daniel Francisco Campos-Aranda¹, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9876-3967>

¹Profesor jubilado de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, San Luis Potosí, México, campos_aranda@hotmail.com

Autor para correspondencia: Daniel Francisco Campos-Aranda, campos_aranda@hotmail.com

Resumen

A través del análisis de frecuencias se estiman las *crecientes de diseño* (CD), gastos máximos del río correspondientes a bajas probabilidades de ser excedidos. Con las CD se dimensionan hidrológicamente los diques y muros de protección, los puentes y los drenajes urbanos. El análisis de frecuencias procesa, por lo general, los gastos máximos anuales observados o serie anual de máximos (SAM), pero también se pueden procesar todos los gastos que exceden un *valor umbral* (*vu*) o serie de

duración parcial (SDP), cumpliendo con la condición de ser independientes. La desventaja esencial de la SAM radica en considerar solo el evento máximo anual, ignorando sus valores secundarios, los cuales pueden exceder a los máximos de otros años. Como la SDP está formada por un mayor número de eventos, sus *predicciones* o CD resultan más confiables. En este estudio, las SDP se integran a partir del registro de gastos máximos mensuales, adoptando como *vu* mínimo x_0 , el menor gasto máximo anual, y como *vu* máximo el que define tantos gastos excedentes como años del registro de la SAM. El *vu adoptado* acepta, gráfica y numéricamente, la distribución Poisson-Pareto y conduce al menor error estándar de ajuste para los datos de la SDP analizada. El proceso operativo sugerido se aplica en cinco estaciones hidrométricas de dos regiones hidrológicas de México y concluye con el contraste de predicciones de la SAM y de la SDP. Por último, se formulan las conclusiones, las cuales destacan la sencillez del proceso y la exactitud de sus predicciones.

Palabras clave: serie anual de máximos, serie de duración parcial, valores umbral, distribución Poisson-Pareto, gráfico de excedencias residuales medias, índice de dispersión, predicciones, error relativo.

Abstract

Through frequency analysis, the *design floods* (DF) are estimated, maximum river flows corresponding to low probabilities of being exceeded. With the DF, dikes and protection walls, bridges and urban drainage are hydrologically dimensioned. Frequency analysis generally processes the observed annual maximum flows or Annual Series of

Maximums (SAM), but all flows that exceed a *threshold value* (vu) or Partial Duration Series (SDP) can also be processed, complying with the condition of being independent. The essential disadvantage of the SAM lies in considering only the maximum annual event, ignoring secondary values, which may exceed the maximums of other years. As the SDP is made up of a greater number of events, its *predictions* or DFs are more reliable. In this study, the SDP are integrated from the record of maximum monthly flows, adopting as the minimum vu x_0 , the lowest maximum annual flow, and as the maximum vu the one that defines as many excess flows as years of the SAM record. The *adopted* vu accepts, graphically and numerically, the Poisson-Pareto distribution and leads to the lowest standard error of fit for the analyzed SDP data. The suggested operational process is applied in five hydrometric stations in two hydrological regions of Mexico and concludes with the contrast of SAM and SDP predictions. Finally, conclusions are formulated, which highlight the simplicity of the process and the accuracy of its predictions.

Keywords: Annual series of maximums, partial duration series, threshold values, Poisson-Pareto distribution, graph of average residual exceedances, dispersion index, predictions, relative error.

Recibido: 18/10/2023

Aceptado: 25/03/2024

Publicado *online*: 02/05/2024

Introducción

Generalidades

Una tarea o reto común del hidrólogo consiste en estimar el riesgo o la probabilidad de ocurrencia de *crecientes* o *avenidas máximas* en una cuenca o en una localización específica de un río. Tales crecientes originan inundaciones, cuyos daños económicos y ambientales son cuantiosos; además, pueden dañar las obras hidráulicas, como embalses, puentes, diques y muros de contención, así como el drenaje urbano. La prevención y mitigación de los daños por inundaciones también requiere inversiones importantes (Stedinger, 2017).

Por lo anterior, la estimación de las *crecientes de diseño* (CD), con las cuales se dimensionan las obras hidráulicas y se les brinda seguridad hidrológica, es una actividad que debe ser desarrollada con la mayor exactitud posible. Las CD son gastos máximos asociados con bajas probabilidades de ser excedidos; su estimación se realiza a través del llamado *análisis de frecuencias*, técnica estadística que procesa el registro disponible de gastos máximos por medio de una función de distribución de probabilidades (FDP) para obtener inferencias o *predicciones* factibles de ocurrir en el futuro (Bobée & Ashkar, 1991; Lang, Ouarda, & Bobée, 1999; Singh & Zhang, 2017).

Para que el *análisis de frecuencias de crecientes* (AFC) conduzca a resultados confiables se deben cumplir las siguientes cuatro condiciones: (1) el registro de gastos máximos disponibles debe haber sido originado por un proceso aleatorio estacionario; (2) la FDP utilizada debe ser idónea para el registro procesado, por ello se prueban varias que se consideran

adecuadas; (3) el ajuste de cada FDP a los datos disponibles se debe realizar con métodos eficientes, y (4) la selección de los resultados o predicciones requiere ser exhaustiva y objetiva (Meylan, Favre, & Musy, 2012).

En el AFC y de otros datos hidrológicos extremos se pueden utilizar dos tipos de registros: a) el de gastos máximos anuales o serie anual de máximos (SAM), y b) el de valores superiores a un *valor umbral* (x_0) o serie de duración parcial (SDP), conocida universalmente como análisis POT, de *peaks-over-threshold*. La objeción básica de la SAM es que considera solo el evento máximo anual, ignorando los valores secundarios, los cuales pueden exceder a los máximos de otros años. Lo anterior es válido para la secuencia de años secos, presente en el registro, cuyos valores pequeños pueden influir en la estimación de las CD; ello se ve exacerbado en las regiones áridas y semiáridas (Stedinger, Vogel, & Foufoula-Georgiou, 1993; Madsen, Rasmussen, & Rosbjerg, 1997; Lang *et al.*, 1999; Bhunya, Mishra, Ojha, & Berndtsson, 2008; Bhunya, Singh, Berndtsson, & Panda, 2012; Bezak, Brilly, & Sraj, 2014).

La SDP evita las desventajas de la SAM al emplear un *nivel truncamiento* y procesar todos los gastos superiores a tal nivel básico (x_0). Sin embargo, su uso no se ha generalizado debido a la dificultad para integrarla, ya que sus valores deben cumplir con la condición de independencia y entonces se debe adoptar un criterio para la selección de los eventos (Madsen *et al.*, 1997; Lang *et al.*, 1999). Además, la SDP requiere dos FDP: una para el conteo de excedencias por año y otra para modelar sus magnitudes (Bhunya *et al.*, 2008). Como el promedio y varianza de las excedencias por año cambia con el registro y con el x_0 , se

deben aplicar diferentes FDP para modelar su ocurrencia (Önöz & Bayazit, 2001; Bezak *et al.*, 2014; Pan, Rahman, Haddad, & Ouarda, 2022).

De acuerdo con Stedinger (2017), si un gasto pico es definido de manera apropiada, la SDP estará integrada por eventos independientes y con igual distribución, cumpliendo con el requisito básico (*iid*) del análisis de frecuencias. En general, las SDP resultan más convenientes que la SAM en registros cortos menores a los 14 años y en los registros de las zonas áridas (Bhunya *et al.*, 2008; Bezak *et al.*, 2014).

Objetivos

Campos-Aranda (2000) expuso la teoría básica del análisis estadístico de las SDP y ahora formula un procedimiento simple de integración de tales series; encuentra por tanteos el *valor del umbral (vu)*, que logra el mejor ajuste; verifica, gráfica y numéricamente la aceptación del modelo probabilístico Poisson-Pareto, y contrasta sus predicciones con las adoptadas al procesar previamente la serie anual de máximos.

Los *objetivos* de este estudio fueron los cuatro siguientes: (1) exponer un resumen de conceptos teóricos relacionados con la integración y procesamiento probabilístico de las SDP; (2) procesar cinco registros hidrométricos con SDP, integrados a partir de los registros disponibles de gastos máximos mensuales, que muestra nueve años por página en el sistema BANDAS (IMTA, 2003); (3) verificar la distribución Poisson-Pareto mediante el gráfico de excedencias residuales medias y la prueba del índice de dispersión, y (4) contrastar los errores de ajuste y las predicciones obtenidas con las muestras procesadas de la SAM y de la SDP adoptada.

Aunque en un inciso previo a la presentación de los cinco registros de SDP que serán procesados se describen con detalle las seis etapas que integran el procedimiento operativo sugerido, en la Figura 1 se muestra un esquema descriptivo de tal secuencia, para establecer una concepción previa y básica de su planteamiento.

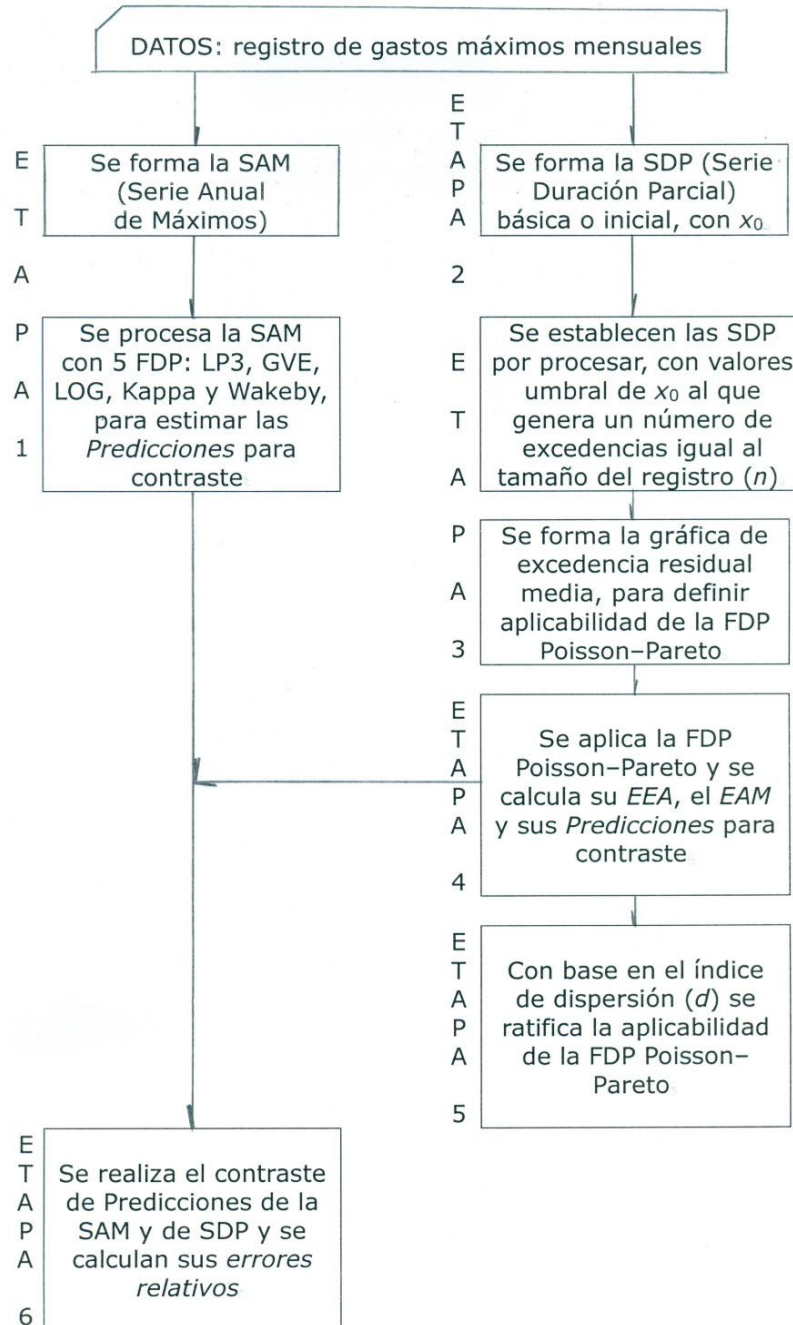


Figura 1. Esquema descriptivo básico de las etapas del procedimiento operativo sugerido.

Conceptos teóricos relativos a las SDP

Criterios de independencia

Cuando se analizan hidrogramas observados y ocurren dos gastos máximos (Q_1, Q_2) que definen dos hidrogramas pico, su independencia queda establecida por el lapso mínimo (θ) en días entre ellos, así como por el descenso que alcanza el gasto (x_{\min}) entre ellos. Bezak *et al.* (2014) exponen y aplican el criterio seguido en EUA, que es el siguiente:

$$\theta > 5 \text{ días} + \ln(A) \quad (1)$$

$$x_{\min} < \left(\frac{3}{4}\right) \min(Q_1, Q_2) \quad (2)$$

En la Ecuación (1), A es el área de cuenca en millas cuadradas. El segundo gasto pico en magnitud debe ser eliminado si no se cumplen las ecuaciones (1) y (2). Lang *et al.* (1999) y Pan *et al.* (2022) exponen y analizan otros criterios similares.

Selección del valor umbral (x_0)

La otra dificultad asociada con la integración de las SDP es la estimación idónea de x_0 , o *valor umbral* mínimo o base. De acuerdo con Lang *et al.* (1999) existen dos diferentes enfoques para la selección de valor base x_0 : el primero está basado en un criterio físico y por ello consiste en la

identificación del gasto máximo o creciente que desborda el cauce hacia las planicies de inundación; el segundo enfoque está basado en consideraciones matemáticas y/o estadísticas, que buscan seleccionar excedencias que sean independientes, y cuya ocurrencia puede ser descrita por un proceso de Poisson.

Con fines prácticos, se han sugerido magnitudes que conduzcan a un número de excedencias por año (λ) de un mínimo de uno y un máximo de cinco; pasando por el valor de 1.63 para alcanzar una menor varianza muestral comparada con la obtenida con la SAM (Pan *et al.*, 2022). Madsen *et al.* (1997) recomiendan estimar el valor de x_0 con la expresión:

$$x_0 = \mu_x + FC \cdot \sigma_x \quad (3)$$

Donde:

μ_x = media de la serie básica de gastos diarios

σ_x = desviación estándar de la serie básica de gastos diarios

$FC = 3$ = factor de frecuencia citado por Lang *et al.* (1999) y adoptado por Bezak *et al.* (2014).

Madsen, Rosbjerg y Harremoës (1993) aplican la Ecuación (3), en SDP de lluvias extremas.

Por otra parte, Bezak *et al.* (2014) indican que Langbein (1949) sugirió que el *valor umbral mínimo* (x_0) fuera igual al valor más bajo de la SAM. Fischer y Schumann (2016) adoptan el criterio anterior y trabajan con registros de gasto máximo mensual, para los cuales aceptan que pueden tener cierto grado débil de dependencia, la cual ignoran debido a

la ganancia en exactitud por el aumento de eventos o excedencias en la SDP formada.

En opinión del autor, esta selección como valor umbral *mínimo* (x_0) en una SDP conduce a la aceptación de todos los valores superiores al mínimo anual, para que integren las excedencias y, por lo tanto, implica una relación o correspondencia entre la SAM y la SDP. Por otra parte, el *valor umbral* v_u que será *adoptado* está relacionado con el mejor ajuste logrado y la verificación de aplicabilidad del modelo probabilístico Poisson-Pareto.

Relación entre periodos de retorno T_a y T_p

Para una SDP con λ excedencias promedio por año y FDP de los eventos que exceden a x_0 igual a $G(x)$, entonces los eventos independientes que no exceden a x y que, por lo tanto, ocurren en el intervalo de x_0 a x , estarán definidos por la siguiente expresión (Stedinger *et al.*, 1993; Stedinger, 2017):

$$\lambda^* = \lambda[1 - G(x)] \quad (4)$$

Si $F_a(x)$ es la FDP de la SAM, es decir, la probabilidad de que un valor máximo anual no exceda a x . Entonces, para eventos independientes, la probabilidad de no tener excedencias de x en un lapso de un año está dada por la distribución de Poisson (Stedinger *et al.*, 1993; Stedinger, 2017), cuya expresión es:

$$F_a(x) = \exp(-\lambda^*) = \exp(-\lambda[1 - G(x)]) = \exp(-1/T_p) \quad (5)$$

De la expresión anterior se obtiene la ecuación que relaciona el periodo de retorno (T_p) de la SDP con el correspondiente (T_a) de la SAM (Stedinger, 2017):

$$1/T_a = 1 - \exp(-1/T_p) \quad (6)$$

Para periodos de retorno infrecuentes, por ejemplo, mayores de 10 años, con la expresión anterior se obtiene que $T_a \cong T_p + 0.50$, lo cual indica que los periodos de retorno de la SAM y de la SDP son básicamente los mismos.

FDP del número de excedencias por año (λ)

La distribución de probabilidades de Poisson es comúnmente aplicada para estimar la probabilidad del número de excedencias (λ) por año superiores a x_0 . Una propiedad importante de tal distribución es que también define un proceso de Poisson para cualquier otro umbral superior (Metcalf, 1997; Önöz & Bayazit, 2001). La distribución de Poisson es aplicable si el valor medio de las excedencias por año (E) es igual a su varianza (V).

La variable aleatoria binomial es un conteo del número de éxitos en un cierto número de ensayos, mientras que la variable de la distribución binomial negativa contabiliza los fracasos. En ambas distribuciones, el

número de éxitos está predeterminado y el número de ensayos es aleatorio (Bhunya *et al.*, 2012). En la distribución binomial, la media es mayor que la varianza; y en la binomial negativa, la varianza es mayor que su media (Önöz & Bayazit, 2001; Bezak *et al.*, 2014; Pan *et al.*, 2022).

Test para la selección de la distribución de λ

Önöz y Bayazit (2001) exponen el test o prueba desarrollada por Cunnane (1979) para ratificar la selección entre las distribuciones Poisson, binomial y binomial negativa, ya que su adopción inicial depende del valor del número medio de excedencias por año (E) y de su varianza (V). Como ya se indicó, cuando $E \cong V$ se adopta la distribución de Poisson, con $E > V$ la binomial y con $E < V$ la Binomial negativa. El estadístico del test es el *índice de dispersión* (d), cuya expresión es:

$$d = \sum_{i=1}^n \frac{(\lambda_i - \bar{\lambda})^2}{\bar{\lambda}} = \frac{(n-1)V}{E} \quad (7)$$

Para un nivel de significancia del 5 %, la distribución de Poisson se acepta si d está comprendido entre $\chi_{0.025}^2$ y $\chi_{0.975}^2$, definidos en la Tabla 1, para $n-1$ grados de libertad (*g.l.*), siendo n el número de años del registro. Si d es menor que $\chi_{0.025}^2$ se adopta la distribución binomial y si d es mayor que $\chi_{0.975}^2$ se acepta la distribución binomial negativa (Önöz & Bayazit, 2001).

Tabla 1. Valores de la distribución Chi-cuadrada para un nivel de significancia del 5 % (Ostle & Mensing, 1975).

<i>g.l.</i>	$\chi^2_{0.025}$	$\chi^2_{0.975}$	<i>g.l.</i>	$\chi^2_{0.025}$	$\chi^2_{0.975}$	<i>g.l.</i>	$\chi^2_{0.025}$	$\chi^2_{0.975}$
30	16.8	47.0	54	35.6	76.2	78	55.5	104.3
32	18.3	49.5	56	37.2	78.6	80	57.2	106.6
34	19.8	52.0	58	38.8	80.9	82	58.8	108.9
36	21.3	54.4	60	40.5	83.3	84	60.5	111.2
38	22.9	56.9	62	42.1	85.7	86	62.2	113.5
40	24.4	59.3	64	43.8	88.0	88	63.8	115.8
42	26.0	61.8	66	45.4	90.3	90	65.6	118.1
44	27.6	64.2	68	47.1	92.7	92	67.4	120.4
46	29.2	66.6	70	48.8	95.0	94	69.1	122.7
48	30.8	69.0	72	50.4	97.4	96	70.8	125.0
50	32.4	71.4	74	52.1	99.7	98	72.5	127.3
52	34.0	73.8	76	53.8	102.0	100	74.2	129.6

Gráfica de excedencias residuales medias

Coles (2001) expone dos procedimientos para seleccionar el valor umbral superior a x_0 . El primero se basa en la gráfica de *excedencias residuales medias*, cuyas abscisas y ordenadas están definidas en la siguiente expresión:

$$\left(vu, \frac{1}{n_{vu}} \sum_{i=1}^{n_{vu}} (x_i - vu) \right) \quad (8)$$

En la cual:

v_u = un valor umbral superior a x_0 .

x_i = gastos máximos que exceden a v_u , cuyo número es n_{v_u} .

Entonces, arriba de un valor umbral x_0 inicial, que acepta la FDP Pareto generalizada (PAG), el gráfico de excedencias residuales medias debe ser aproximadamente lineal para seguir siendo válida la distribución citada. El otro procedimiento de Coles (2001) se basa en la similitud que deben tener los parámetros de ubicación y escala de la distribución PAG.

Distribución de la magnitud de las excedencias

La distribución exponencial fue utilizada por Shane y Lynn (1964) para modelar la magnitud de las excedencias de x_0 en el trabajo pionero de los análisis probabilísticos de las SDP. Posteriormente, se ha utilizado la distribución Pareto generalizada para describir a la FDP de $G(x)$, para la magnitud de los eventos mayores que el umbral x_0 , la cual es (Metcalf, 1997; Stedinger *et al.*, 1993; Singh & Zhang, 2017):

$$G(x) = F = 1 - \left[1 - k \left(\frac{x-x_0}{\alpha} \right) \right]^{\frac{1}{k}} \text{ para } k \neq 0 \quad (9)$$

Donde:

x_0 = ubicación

α = escala

Para valores positivos del parámetro de forma k , esta FDP tiene una frontera superior en $x_{max} = x_0 + \alpha/k$; para $k < 0$ no tiene frontera y su cola derecha es más gruesa o densa; cuando $k = 0$ se obtiene la FDP exponencial de dos parámetros.

Distribución Poisson-Pareto

Aceptando que la FDP Pareto generalizada describe a $G(x)$, entonces se sustituye la Ecuación (9) en la (4) y se puede obtener una distribución GVE para los valores de la SAM mayores de x_0 (Stedinger *et al.*, 1993; Campos-Aranda, 2000; Meylan *et al.*, 2012), cuyas ecuaciones son:

$$F_a(x) = \exp \left[- \left(1 - k \frac{x-u^*}{\alpha^*} \right)^{1/k} \right] \text{ para } k \neq 0 \quad (10)$$

Siendo:

$$k = \frac{\mu - x_0}{\lambda_2} - 2 \quad (11)$$

$$\alpha = (\mu - x_0)(1 + k) \quad (12)$$

$$u^* = x_0 + \frac{\alpha(1-\lambda^{-k})}{k} \quad (13)$$

$$\alpha^* = \alpha \cdot \lambda^{-k} \quad (14)$$

En la Ecuación (9):

$\mu = \beta_0 =$ media de las excedencias o valores superiores a x_0 .

$\lambda_2 =$ momento L de segundo orden, función de los momentos de probabilidad pesada β_1 y β_0 con las expresiones siguientes (Hosking & Wallis, 1997):

$$\lambda_2 = 2 \cdot \beta_1 - \beta_0 \quad (15)$$

$$\beta_r = \frac{1}{n} \sum_{j=r+1}^n \frac{(j-1)(j-2)\dots(j-r)}{(n-1)(n-2)\dots(n-r)} x_{j:n} \text{ para } r = 0 \text{ y } 1 \quad (16)$$

Se considera una muestra de tamaño n ordenada en forma progresiva, es decir que $x_{1:n} \leq x_{2:n} \leq \dots \leq x_{n:n}$. u^* y α^* son los parámetros de ubicación y escala corregidos de la FDP Pareto generalizada, ya que toman en cuenta el proceso de Poisson a través del número medio de excedencias por año (λ).

Por último, la solución inversa de la Ecuación (9) conduce a la función de cuantiles, que permite estimar las *predicciones* asociadas con una determinada probabilidad de no excedencia (F), obtenidas con la SDP, ya que son función de u^* y α^* ; tal expresión es:

$$x_{Tr} = u^* + \left(\frac{\alpha^*}{k}\right) [1 - (1 - F)^k] \quad (17)$$

Conceptos teóricos relativos a las SAM

Distribuciones de probabilidad utilizadas

Para este contraste, entre calidad del ajuste y predicciones obtenidas con las SAM y SDP, se procesaron los registros de la SAM con base en las tres FDP que han sido sugeridas como norma o referencia: la Log-Pearson tipo III (LP3), la general de valores extremos (GVE) y la logística generalizada (LOG). Además, se aplicaron dos FDP de gran versatilidad, la distribución Kappa y la Wakeby.

La distribución LP3 se aplicó con el método de momentos en los dominios logarítmico (WRC, 1977) y real (Bobée, 1975), adoptando la de mejor ajuste; el resto de distribuciones se aplicó con el método de los momentos L (Hosking & Wallis, 1997).

Error estándar de ajuste

A mediados de la década de 1970 (Kite, 1977) se estableció el *error estándar de ajuste (EEA)* como un indicador estadístico cuantitativo que estima la calidad del ajuste y que además permite la comparación objetiva entre las diversas FDP que se prueban en una muestra, ya que tiene las unidades de los datos. Actualmente es el indicador más común para el contraste de las FDP a datos reales (Chai & Draxler, 2014).

Se ha aplicado en México haciendo uso de la fórmula empírica de Weibull. Ahora se recomienda aplicarlo utilizando la fórmula de Cunnane (Ecuación (18)), la cual conduce a probabilidades de no excedencia (F)

aproximadamente insesgadas para muchas FDP, según Stedinger (2017), la cual es:

$$F = \frac{i-0.40}{n+0.20} \quad (18)$$

La expresión del error estándar de ajuste (*EEA*) es:

$$EEA = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{(n-np)} \right]^{1/2} \quad (19)$$

Donde:

x_i = valores de la variable estudiada ordenados de menor a mayor, cuyo número es n .

\hat{x}_i = magnitudes estimadas para la probabilidad calculada con la Ecuación (18) y la solución inversa de la FDP que se contrasta.

np = número de parámetros de ajuste, con tres para las distribuciones LP3, GVE y LOG, y 4 y 5 para los modelos Kappa y Wakeby, que serán aplicadas.

Cuando la Ecuación (18) se aplica en las SDP:

n = igual al número de excedencias que define el vu probado; lógicamente ordenadas de menor a mayor, cuyo número de orden es i .

$np = 3$ para la distribución Poisson-Pareto (Ecuación (10)).

Error absoluto medio

Abreviado *EAM*, sus ventajas radican en tener las unidades de la variable (Willmott & Matsuura, 2005), al igual que el *EEA*, y evitar que el impacto de los valores dispersos sea elevado al cuadrado y por ello $EEA \geq EAM$. Su expresión es:

$$EAM = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \hat{x}_i|}{n - np} \quad (20)$$

Etapas del procedimiento operativo sugerido

Etapas 1: como se indicó en el inciso de los objetivos, el procedimiento operativo propuesto incluye el contraste de predicciones obtenidas con las SAM y SDP. Por lo anterior, se comienza por adoptar en el registro de gastos máximos mensuales, que muestra nueve años por página (IMTA, 2003) sus valores máximos anuales, con lo cual queda integrada la SAM. A tal registro se le aplican las cinco FDP adoptadas (LP3, GVE, LOG, Kappa y Wakeby) para obtener sus errores de ajuste (ecuaciones (18) a (20)) y sus respectivas predicciones, con los siguientes siete periodos de retorno para contraste: 25, 50, 100, 500, 1 000, 5 000 y 10 000 años.

Etapas 2: nuevamente, a partir del archivo de gastos máximos mensuales se integra la SDP básica o inicial, que adopta como valor umbral inferior (x_0) el menor gasto máximo anual. En seguida, se seleccionan, en cada año, los gastos máximos mensuales que son superiores a x_0 y con ellos se integran las SDP que serán procesadas, las cuales se muestran en el inciso siguiente.

Etapa 3: partiendo de x_0 se asignan incrementos constantes al valor umbral (vu) y se obtiene la gráfica de excedencias residuales medias con la Ecuación (8). En tal gráfica se busca el tramo de tendencia lineal que permite definir, de manera aproximada, los valores umbrales donde la distribución Poisson-Pareto (Ecuación (10)) es aplicable.

Etapa 4: para los valores umbral (vu) seleccionados se aplican las ecuaciones (10) a (17) para obtener las predicciones de contraste en los periodos de retorno citados. Además, se obtienen sus indicadores de calidad del ajuste logrado con base en las ecuaciones (18) a (20). Esta etapa concluye, y se encuentra el valor umbral (vu) que conduce al menor error estándar de ajuste.

Etapa 5: para cada vu procesado se aplica el test de selección de la distribución del número promedio de excedencias por año basado en el índice de dispersión (d) y se ratifica si la aplicabilidad de la distribución Poisson-Pareto es aplicable.

Etapa 6: por último, se contrastan las predicciones de la SAM y de la SDP adoptada con base en el error relativo (ER) en porcentaje, cuya expresión es:

$$ER = \frac{Q_{SDP}^{Tr} - Q_{SAM}^{Tr}}{Q_{SDP}^{Tr}} 100 \quad (21)$$

En la cual el ER es negativo cuando la predicción de la SAM (Q_{SAM}^{Tr}) es mayor que la predicción obtenida con la SDP (Q_{SDP}^{Tr}); en cambio, cuando el ER es positivo, la creciente estimada con la SDP es mayor a la calculada

con la SAM. Por último, se formulan las conclusiones relativas a cada registro procesado de crecientes.

Registros que serán procesados

Los cinco registros que fueron integrados como SDP se muestran y procesan en orden progresivo de área de cuenca (A). En la Tabla 2 se expone la SDP de la estación *Guamúchil* en el río Mocorito de la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México, con $A = 1\,645\text{ km}^2$, $n = 33$ años, $x_0 = 65.3\text{ m}^3/\text{s}$ y número de excedencias (NE) = 101. Este registro abarca desde su año de inicio de operación hasta la construcción de la presa Eustaquio Buelna.

Tabla 2. Gastos máximos mensuales (m^3/s) superiores al mínimo anual en la estación hidrométrica *Guamúchil*, México.

Año	Excedentes					
	1	2	3	4	5	6
1939	299.0	299.0	164.4	78.0		
1940	254.5					
1941	65.3					
1942	445.0	298.0	161.0	83.0		
1943	1 550.0	1 236.4	298.0	284.0	92.3	71.5
1944	391.8	125.0				
1945	916.0	336.0	276.0	228.7		
1946	241.0	197.3				
1947	530.0	133.0				
1948	648.0	548.0	195.9			
1949	375.0	145.4	89.2	72.8		
1950	272.3	74.2	69.3			
1951	422.3	409.7	82.8			
1952	376.8					
1953	1 173.0	261.3	213.0			
1954	219.0	115.4	101.2			
1955	3 507.0	189.0	117.0			
1956	165.0	148.2	76.4			
1957	526.0	342.0				
1958	1 014.0	534.0	221.0	168.0		
1959	1 610.0	374.0	372.8	203.8		
1960	137.0	130.0	94.5	69.3		
1961	524.5	302.0	211.0	134.1		
1962	985.0	524.0	168.0	112.5		
1963	459.5	311.2	211.5	90.7		
1964	390.0	202.1	123.2			
1965	449.0	382.5				
1966	793.9	687.8				
1967	719.5	325.0	105.7			
1968	200.0	146.2	132.5	129.6		
1969	312.0	126.6	84.7			
1970	520.0	295.0	256.0			
1971	1 045.0	790.0	175.0			
Estadísticos de la SAM:	μ_x	σ_x	Cv	Cs	Ck	
	652.6	640.2	0.981	3.061	14.916	

En la Tabla 3 se presenta la SDP de la estación *Santa Rosa* en el río Valles de la Región Hidrológica No. 26 (Pánuco), México, con $A = 3\,521\text{ km}^2$, $n = 45$ años, $x_0 = 65.0\text{ m}^3/\text{s}$ y $NE = 185$. En la Tabla 4 se presenta la SDP de la estación *Tempoal* en el río del mismo nombre de la Región Hidrológica No. 26 (Pánuco), México, con $A = 5\,275\text{ km}^2$, $n = 48$ años, $x_0 = 449.0\text{ m}^3/\text{s}$ y $NE = 142$.

Tabla 3. Gastos máximos mensuales (m^3/s) superiores al mínimo anual en la estación hidrométrica *Santa Rosa*, México.

Año	Excedentes					
	1	2	3	4	5	6
1958	1 176.0	732.0	326.0	187.0	163.0	103.0
1959	505.0	291.0	185.0			
1960	341.5	88.7	84.2			
1961	728.0	370.0	234.0	210.7		
1962	324.0	108.5	96.2	72.0		
1963	973.0	250.4	106.0			
1964	145.2	116.5	101.0	83.9		
1965	360.0	165.5	162.7	122.5		
1966	1 691.5	1 187.0	274.2	158.1	81.7	75.0
1967	912.0	550.0	440.0	391.0		
1968	769.5	208.6	130.0	127.8	125.7	120.3
1969	1 244.0	1 193.0	191.0	160.0		
1970	803.0	532.0	515.3	441.0	252.4	
1971	636.0	581.7	390.0	330.4	223.8	
1972	393.6	392.0	301.0	139.1	67.7	
1973	951.3	608.0	326.8	250.5	183.0	66.3
1974	1 480.0	302.7	217.6	106.8	66.3	
1975	662.0	575.0	341.0	90.0		
1976	2 588.0	288.0	251.5	211.6	196.0	87.9

Año	Excedentes					
	1	2	3	4	5	6
1977	1 884.0	250.0	127.7	126.8		
1978	372.2	138.5	135.4	113.8		
1979	283.4	249.4	85.8			
1980	161.8	158.3	73.3			
1981	289.0	150.0	128.9	121.0	72.3	
1982	65.0					
1983	525.0	261.2	170.6			
1984	461.7	348.4	124.9	121.7	77.1	
1985	361.4	244.4	240.9	127.3	120.7	
1986	353.3	247.0	195.0	179.2	82.1	
1987	187.0	184.0	162.4	74.4		
1988	898.0	329.0	148.9	103.5		
1989	267.0	96.4				
1990	800.0	154.9	152.0	126.9	107.9	
1991	1 163.0	255.0	100.0	96.3		
1992	1 272.8	158.7	130.1	122.9	97.4	83.9
1993	1 933.7	1 249.0	1 057.0	281.5	102.2	77.0
1994	233.6	108.3				
1995	479.9	109.1	85.2			
1996	771.5	541.0	207.0	119.3		
1997	221.9	91.1	73.9			
1998	234.2	187.2				
1999	286.7	147.6	72.8			
2000	663.2	227.7	146.2	96.8		
2001	307.0	115.7	96.6			
2002	222.7	213.1	112.4	97.7	83.5	
Estadísticos de la SAM:	μ_x	σ_x	Cv	Cs	Ck	
	697.4	552.1	0.792	1.501	5.378	

Tabla 4. Gastos máximos mensuales (m^3/s) superiores al mínimo anual en la estación hidrométrica *Tempoal*, México.

Año	Excedentes					
	1	2	3	4	5	6
1955	6 000.0	4 905.0	2 186.0			
1956	4 424.0	1 094.0	533.0			
1957	449.0	449.0				
1958	4 100.0	2 640.0	2 075.0	828.0	524.1	
1959	1 507.6	1 442.4	520.2			
1960	1 277.0	1 210.7	514.4	507.0		
1961	852.9	710.0	654.0	652.9	585.2	506.4
1962	739.2	702.0	694.0			
1963	1 800.0	533.0				
1964	748.0	737.0	540.0			
1965	792.7	738.0				
1966	1 778.0	813.0	508.2	494.9		
1967	2 245.0	1 184.0	1 082.0			
1968	1 145.0	656.0	520.0	498.0		
1969	1 948.0	748.8	469.0			
1970	1 418.0	1 227.0	560.0	501.2		
1971	1630.0	627.2				
1972	989.0	702.0	523.0			
1973	1 668.0	1 142.0	1 140.0	821.4	656.0	
1974	4 950.0	2 410.0	880.0	757.0		
1975	4 040.0	613.0	555.7			
1976	1 275.0	1 237.4	1 125.0	921.0	820.0	
1977	514.0					
1978	3 725.0	1 052.0	820.0	784.6		
1979	1 655.9	722.3	529.9			
1980	1 162.0					

Año	Excedentes					
	1	2	3	4	5	6
1981	2 020.0	1 805.0	1 520.0	1 492.0	503.0	
1982	539.6					
1983	868.0	559.1				
1984	4 030.0	1 680.0	467.7	467.1		
1985	1 882.0	1 064.0	711.9			
1986	476.0					
1987	1 765.0	1 080.0	702.0	463.0		
1988	3 265.0					
1989	649.0	614.0				
1990	1 611.0	569.0	483.0			
1991	3 532.0	2 100.0	795.0	580.0		
1992	2 291.0	887.2	645.0	510.4		
1993	6 120.0	1 773.6	1 050.0	764.8	678.4	
1994	1 133.0	709.0				
1995	742.0	513.0				
1996	683.0					
1997	905.0					
1998	1 266.9	1 096.3	489.0			
1999	2 693.7	978.5	615.7			
2000	641.2	561.2	537.4			
2001	1 847.9					
2002	926.4					
Estadísticos de la SAM:		μ_x	σ_x	Cv	Cs	Ck
		1 931.7	1 453.3	0.752	1.394	4.380

En la Tabla 5 se presenta la SDP de la estación *Huites* en el río Fuerte de la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México, con $A = 26\ 057\text{ km}^2$, $n = 51$ años, $x_0 = 593.0\text{ m}^3/\text{s}$ y $NE = 185$. Este registro abarca desde

su año de inicio de operación hasta la construcción de la presa Luis Donaldo Colosio.

Tabla 5. Gastos máximos mensuales (m^3/s) superiores al mínimo anual en la estación hidrométrica *Huites*, México.

Año	Excedentes					
	1	2	3	4	5	6
1942	2 531.0	2 037.6	1 868.8	780.0		
1943	1 4376.0	3 283.0	1 396.9	1 085.0		
1944	2580.0	1 262.5	1 024.8	976.0	768.0	
1945	1 499.2	1 250.0	1 191.3			
1946	1 164.8	808.4				
1947	1 127.3	754.8	718.8	634.0		
1948	3 215.0	799.0	623.2			
1949	10 000.0	2 297.5	942.4	895.3	826.4	
1950	3 225.3	1 384.0	961.0			
1951	677.0					
1952	1 266.0	895.0				
1953	1 025.0	885.0				
1954	954.8	715.0				
1955	4 780.3	1 069.9	662.0			
1956	695.7					
1957	593.0					
1958	3 010.0	1 045.0	894.0	849.0	608.5	
1959	1 908.0	1 831.0	1 345.5	652.0		
1960	15 000.0	1 046.0	985.2	790.0	721.4	
1961	1 396.3	905.9	831.6	771.2	682.0	
1962	1 620.0	912.0	892.8			
1963	2 702.0	1 054.0	980.1	969.2		
1964	1 319.1	938.5	912.4			
1965	1 944.0	1 787.6	663.1			

Año	Excedentes					
	1	2	3	4	5	6
1966	2 420.0	892.4	738.0	688.9		
1967	2 505.8	1 310.5	1 192.8			
1968	1 534.3	1 478.3	1 118.0	1 019.6	703.8	
1969	1 508.0	736.0				
1970	1 558.0	1 330.0	970.0			
1971	2 200.0	1 176.0				
1972	2 225.0	2 040.0	1 142.0	1 109.0	732.1	732.0
1973	7 960.0	2 256.5	1 546.1	1 380.0	800.0	
1974	3 790.0	3 315.0	1 120.0	886.7		
1975	1 095.0	965.5	944.6			
1976	2 677.0	1 360.2	1 211.0			
1977	1 135.0	1 113.7	622.0			
1978	4 790.0	1 750.0	1 119.2	756.0		
1979	6 860.0	3 347.5	1 001.0	820.0		
1980	1 496.0	1 475.0	1 197.8	660.2		
1981	4 828.1	2 448.0	2 280.0	2 052.0	1 000.3	
1982	2 450.0	2 422.0	1 571.6	1 085.2	624.0	
1983	8 275.0	1 439.0	1 400.0	1 006.7	893.0	877.6
1984	5 580.0	1 623.0	1 132.0	960.0	624.5	
1985	3 585.0	1 250.0	1 121.4	925.0	820.4	
1986	1 348.8	1 329.3	944.7			
1987	1 429.2	1 218.9	679.2			
1988	1 866.3	1 494.3	666.7			
1989	1 868.5	1 413.9	1 378.9	1 230.3	1 164.7	
1990	1 1558.6	3 544.2	970.1	815.8	693.3	
1991	2 563.2	2 370.0	1 721.5	1 517.6	1 266.7	
1992	2 025.3	1 564.9	1 348.9	787.3		
Estadísticos de la SAM:		μ_x	σ_x	Cv	Cs	Ck
		3 328.3	3 312.7	0.995	2.210	7.668

Por último, en la Tabla 6 se presenta la SDP de la estación *Pánuco* en el río del mismo nombre de la Región Hidrológica No. 26 (Pánuco), México, con $A = 65\,577\text{ km}^2$, $n = 31$ años, $x_0 = 829.9\text{ m}^3/\text{s}$ y $NE = 109$. En este registro, en 1992 no se incluyó una séptima excedencia de $883.0\text{ m}^3/\text{s}$, para buscar uniformizar el proceso de captura y lectura de todos los registros a seis excedencias, incluyendo ceros. Lo anterior facilita el procesamiento numérico de cada registro con cualquier valor del umbral vu mayor que x_0 .

Tabla 6. Gastos máximos mensuales (m^3/s) superiores al mínimo anual en la estación hidrométrica *Pánuco*, México.

Año	Excedentes					
	1	2	3	4	5	6
1972	2 880.0	2 469.5	2 375.4	1 129.0		
1973	3 234.0	3 150.0	3 071.5	2 777.8	2 150.7	
1974	7 300.0	6 928.0	3 708.4	1 653.0	900.0	845.6
1975	4 138.0	2 402.0	2 181.0	1 676.0		
1976	3 886.0	2 819.0	2 492.0	2 313.0	2 064.0	
1977	1 968.0	1 067.0	955.8			
1978	3 471.0	2 794.0	1 278.0	1 106.0	859.5	
1979	3 525.0	1 544.0				
1980	2 753.0	2 187.0				
1981	3 240.0	3 154.0	2 987.0	2 717.0	2 710.0	
1982	829.9					
1983	2 631.0	2 017.0	1 683.0	1 013.0		

Año	Excedentes					
	1	2	3	4	5	6
1984	4 236.0	3 105.0	2 834.0	1 265.0	893.2	887.0
1985	2 906.0	2 430.0	1 422.0			
1986	1 641.0	1 538.9	1 414.0			
1987	2 775.0	2 745.0	1 064.0	1 052.0		
1988	3 170.0	1 935.0	1 145.0	1 088.0		
1989	1 530.0	1 467.0				
1990	3 445.0	1 635.0	1 560.0	1 235.0		
1991	3 619.0	3 360.0	2 100.0	1 100.0	847.2	
1992	2 890.0	2 700.0	2 146.0	1 180.0	1 165.0	1 045.4
1993	5 400.0	4 033.0	3 691.0	3 257.2	1 420.5	
1994	2 325.0	1 179.0				
1995	1 976.0	1 289.2				
1996	2 546.0	2 193.0				
1997	2 334.0					
1998	2 486.6	2 282.6	1 252.7			
1999	2 701.3	2 006.0	1 351.4			
2000	1 817.9	1 396.4	1 063.7			
2001	2 306.4	1 468.4	1 160.1			
2002	1 899.4	872.2				
Estadísticos de la SAM:		μ_x	σ_x	Cv	Cs	Ck
		2 963.2	1 220.6	0.412	1.579	7.609

Descripción de los resultados

Verificación de la aleatoriedad en las SAM

Con base en el test de Wald-Wolfowitz, expuesto y aplicado por Bobée y Ashkar (1991), Rao y Hamed (2000), y Meylan *et al.* (2012), se probó la independencia y estacionariedad de las SAM expuestas en las segundas columnas de la Tabla 2, Tabla 3, Tabla 4, Tabla 5 y Tabla 6. El estadístico U de tal prueba para cada estación hidrométrica fue -1.414, 2.152, -0.111, 0.446 y 1.190, respectivamente.

Los estadísticos anteriores detectan a la SAM de la estación *Santa Rosa* como no aleatoria, por lo cual se le aplicaron: una prueba general, la de Von Neumann y seis específicas, las de Anderson y Sneyers de persistencia, las de Kendall y Spearman de tendencia, la de Bartlett de variabilidad y la de Cramer de cambio en la media. Se encontró que tal SAM muestra persistencia con un coeficiente de correlación serial de orden uno de 0.305.

Khaliq, Ouarda, Ondo, Gachon y Bobée (2006) exponen tres métodos para eliminar la persistencia de los registros hidrológicos. Se ha verificado —con el criterio más simple (Campos-Aranda, 2018; Campos-Aranda, 2023)— que al suprimir tal componente determinística, los resultados de análisis de frecuencias o *predicciones* resultan menores. Por lo anterior, tal SAM no se corregirá, pero se verificará su aceptación o funcionalidad con el gráfico de excedencia residual media.

AFC en la estación *Guamúchil*

En la Tabla 7 se ha seleccionado la distribución GVE por conducir a los errores de ajuste menores y a unas predicciones que se consideran representativas de las obtenidas con las otras cuatro FDP.

Tabla 7. Errores de ajuste y predicciones (m^3/s) de las tres FDP de referencia y dos de aplicación generalizada en el registro de crecientes anuales de la estación hidrométrica *Guamúchil*, México.

FDP	EEA	EAM	Periodos de retorno en años						
			25	50	100	500	1 000	5 000	1 0000
LP3	176.0	69.7	1 948	2 507	3 150	5 024	6 020	8 861	10 345
GVE	153.4	61.9	1 927	2 609	3 492	6 701	8 813	16 506	21 569
LOG	161.7	63.9	1 873	2 562	3 487	7 089	9 612	19 479	26 397
KAP	159.3	64.0	1 894	2 588	3 515	7 071	9 530	18 999	25 557
WAK	153.6	66.5	1 957	2 645	3 513	6 507	8 384	14 859	18 920

En la Figura 2, correspondiente a la gráfica de excedencias residuales medias de la estación *Guamúchil*, se puede aceptar una tendencia escasamente lineal o muy aproximada desde $x_0 = 65.3 \text{ m}^3/\text{s}$ hasta $vu = 350 \text{ m}^3/\text{s}$.

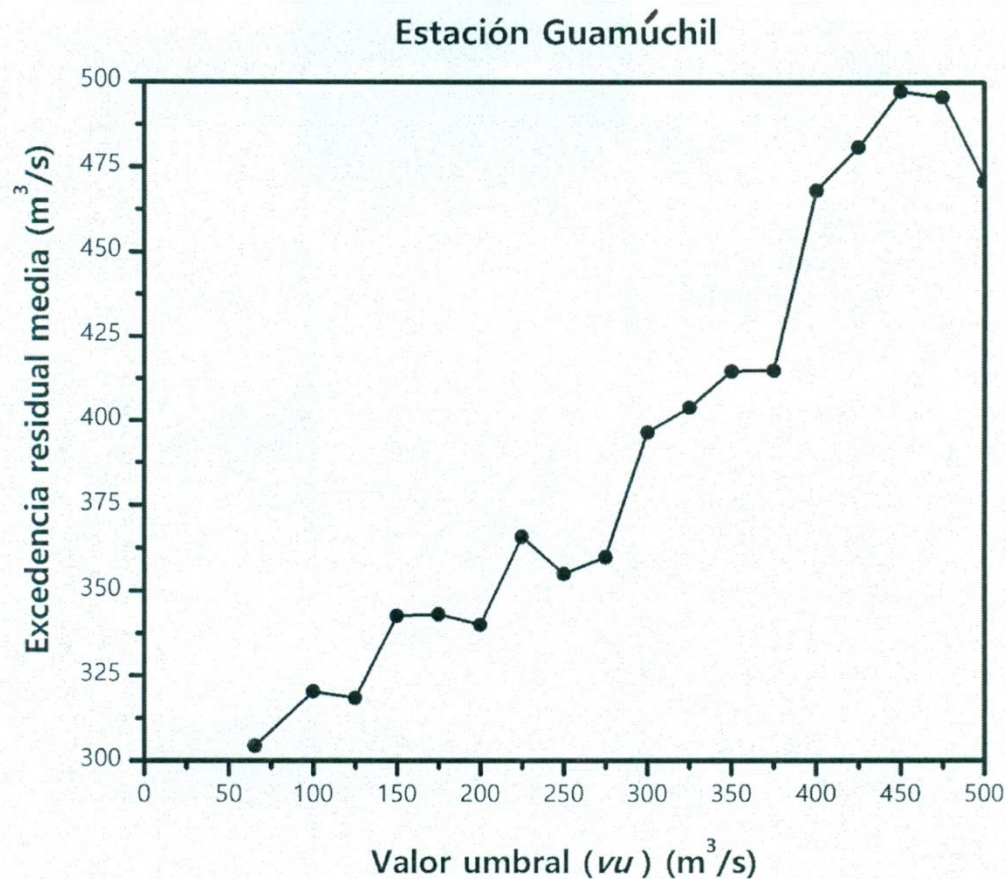


Figura 2. Gráfica de excedencias residuales medias en la SDP de la estación *Guamúchil*, México.

En la Tabla 8, para los 12 valores de umbral adoptados del x_0 al $vu = 350 \text{ m}^3/\text{s}$, que conduce a un número de excedencias igual al tamaño del registro ($n = 33$), el *EEA* mínimo se obtuvo con un $vu = 300 \text{ m}^3/\text{s}$, pero sus predicciones son menores a las obtenidas con un $vu = 275 \text{ m}^3/\text{s}$ que reporta las predicciones más severas y también define un *EEA* bajo. Para el renglón sombreado, sus *ER* (Ecuación (21)) van de 2.6 a 16.4 %, para los periodos de retorno de 25 y 10 000 años.

Tabla 8. Errores de ajuste y predicciones (m^3/s) de las series de duración parcial obtenidas con la distribución Poisson-Pareto aplicada al registro de crecientes de la estación hidrométrica *Guamúchil*, México.

x_0 vu	NE	EEA	EAM	Periodos de retorno en años						
				25	50	100	500	1 000	5 000	10 000
65.3	101	419	403	1 950	2 541	3 266	5 642	7 067	11 741	14 542
100	86	364	351	1 929	2 497	3 186	5 411	6 724	10 963	13 464
125	80	338	322	1 976	2 613	3 411	6 134	7 826	13 597	17 181
150	69	292	283	1 924	2 484	3 159	5 322	6 589	10 644	13 018
175	64	261	250	1 952	2 558	3 309	5 814	7 340	12 433	15 533
200	60	230	214	1 982	2 657	3 522	6 592	8 567	15 579	20 089
225	52	193	182	1 956	2 570	3 331	5 886	7 449	12 694	15 901
250	50	162	148	1 978	2 677	3 588	6 916	9 115	17 146	22 448
275	46	131	112	1 979	2 711	3 684	7 365	9 872	19 356	25 813
300	39	121	75	1 981	2 659	3 530	6 632	8 634	15 765	20 366
325	36	125	59	1 977	2 667	3 563	6 807	8 933	16 634	21 678
350	33	145	66	1 973	2 667	3 572	6 873	9 051	16 998	22 238

x_0 = valor umbral mínimo en m^3/s .

vu = valor umbral probado en m^3/s .

NE = número de excedencias.

EEA = error estándar de ajuste en m^3/s .

EAM = error absoluto medio en m^3/s .

Como el número años del registro (n) es 33, entonces $\chi_{0.025}^2 = 18.3$ y $\chi_{0.975}^2 = 49.5$, según valores de la Tabla 1. En la Tabla 9 se verifica que el ajuste de la distribución Poisson-Pareto es aceptable para los vu superiores a $150 \text{ m}^3/\text{s}$. Además, se observa una semejanza de órdenes de magnitud en los parámetros de forma (k) a partir del $vu = 200 \text{ m}^3/\text{s}$.

Tabla 9. Resultados del test de selección de la distribución de λ y parámetros de ajuste de la distribución Poisson-Pareto aplicada a las SDP de las crecientes de la estación hidrométrica *Guamúchil*, México.

x_0 vu	E	V	d	DE	ERM	Parámetros de ajuste		
						u^*	a^*	k
65.3	3.061	1.148	12.001	BI	304.4	350.0387	298.6488	-0.293721
100	2.606	1.027	12.606	BI	320.3	353.4125	301.6087	-0.279857
125	2.424	1.032	13.624	BI	318.4	345.2760	286.4088	-0.326209
150	2.091	1.295	19.816	PO	342.6	353.5177	304.6174	-0.272875
175	1.939	1.208	19.939	PO	343.1	349.4684	291.1793	-0.308004
200	1.818	1.179	20.752	PO	340.0	345.4118	270.2383	-0.358669
225	1.576	1.032	20.960	PO	365.8	347.9105	289.9379	-0.312327
250	1.515	0.977	20.635	PO	355.0	348.7276	256.9866	-0.382545
275	1.394	1.027	23.568	PO	359.9	350.4437	243.0065	-0.411040
300	1.182	0.755	20.438	PO	396.4	343.5819	268.8417	-0.361499
325	1.091	0.749	21.980	PO	403.7	347.3032	260.5336	-0.375388
350	1.000	0.667	21.333	PO	414.6	350.0000	256.4193	-0.381468

x_0 = valor umbral mínimo en m^3/s .

vu = valor umbral probado en m^3/s .

E = media del número de excedencias por año.

V = varianza del número de excedencias por año.

d = índice de dispersión (Ecuación (7)).

DE = FDP del número de excedencias por año (λ).

BI = DE binomial.

PO = DE Poisson.

BN = DE binomial negativa.

ERM = excedencia residual media en m^3/s .

AFC en la estación *Santa Rosa*

En la Tabla 10 se observa que las FDP que conducen a los errores de ajuste más bajos son la Wakeby y la Kappa, pero sus predicciones son muy reducidas comparadas con las de los modelos LOG y GVE. Por lo anterior, se adoptó la distribución LP3, que muestra errores de ajuste bajos y predicciones superiores.

Tabla 10. Errores de ajuste y predicciones (m^3/s) de las tres FDP de referencia y dos de aplicación generalizada en el registro de crecientes anuales de la estación hidrométrica *Santa Rosa*, México.

FDP	EEA	EAM	Periodos de retorno en años						
			25	50	100	500	1 000	5 000	10 000
LP3	64.2	49.8	1 997	2 480	3 005	4 393	5 066	6 818	7 657
GVE	76.7	61.6	1 941	2 453	3 051	4 860	5 869	8 935	10 646
LOG	92.6	74.5	1 897	2 444	3 122	5 422	6 846	11 701	14 713
KAP	50.0	43.4	1 964	2 296	2 603	3 223	3 456	3 928	4 104
WAK	48.7	40.2	1 967	2 370	2 780	3 761	4 197	5 241	5 705

La Figura 3 del gráfico de excedencia residual media de la estación *Santa Rosa* es uno de los bien formados, cuyo tramo con tendencia lineal aproximada varía de $x_0 = 65 \text{ m}^3/\text{s}$ a un $vu = 400 \text{ m}^3/\text{s}$.

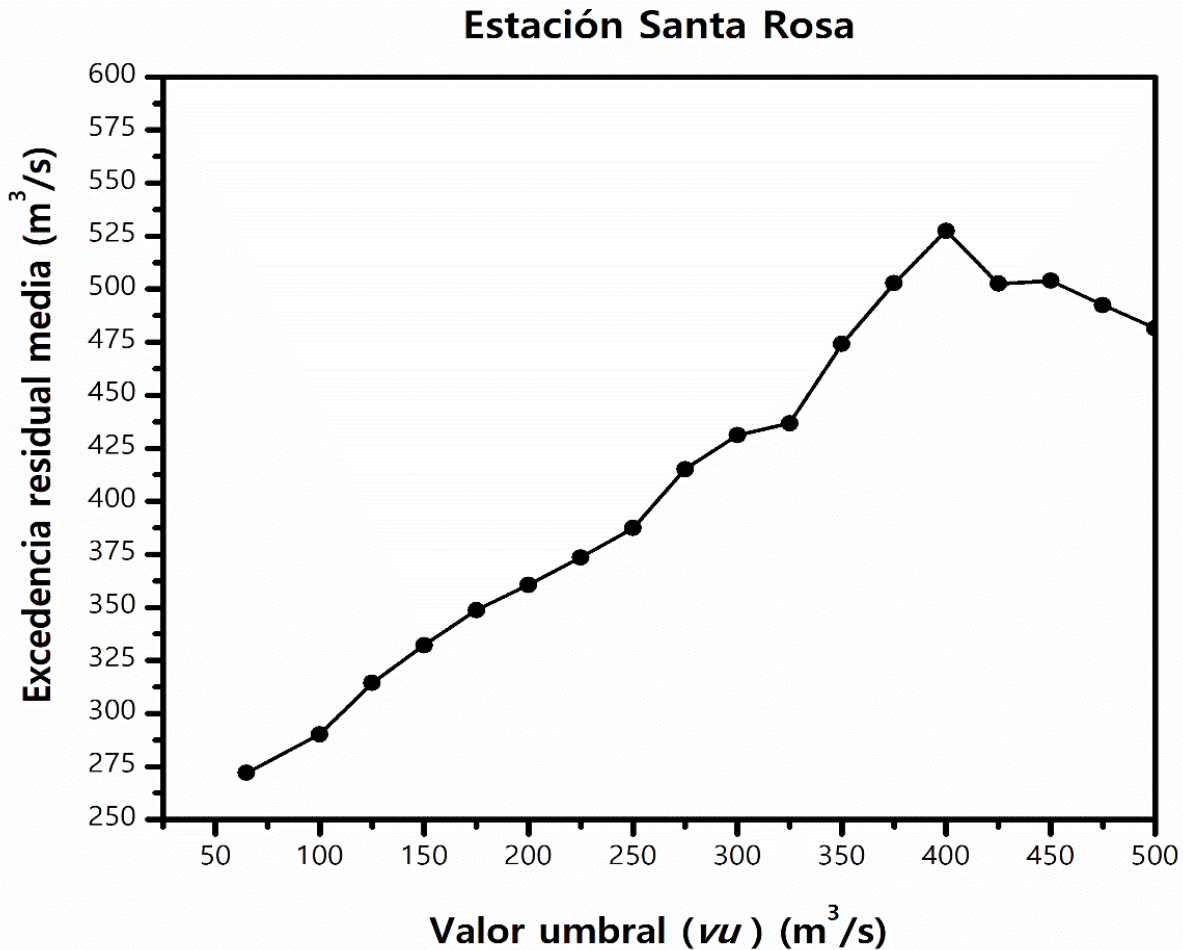


Figura 3. Gráfica de excedencias residuales medias en la SDP de la estación *Santa Rosa*, México.

En la Tabla 11 se observa que el vu que conduce al menor error de ajuste es $375 \text{ m}^3/\text{s}$, pero sus predicciones en los periodos de retorno elevados son reducidas, por ello se adoptó el valor vu de $325 \text{ m}^3/\text{s}$, con predicciones estables, antes de una reducción importante. Las predicciones adoptadas definen ER (Ecuación (21)) van de 3.5 a 32.9 %, para los periodos de retorno de 25 y 10 000 años.

Tabla 11. Errores de ajuste y predicciones (m^3/s) de las SDP obtenidas con la distribución Poisson-Pareto aplicada al registro de crecientes de la estación hidrométrica *Santa Rosa*, México.

x_0 vu	NE	EEA	EAM	Periodos de retorno en años						
				25	50	100	500	1 000	5 000	10 000
65	185	595	502	2 195	2 967	3 970	7 614	10 007	15 704	24 415
100	153	546	447	2 216	3 015	4 063	7 930	10 508	20 022	26 359
125	130	472	400	2 175	2 915	3 865	7 242	9 419	17 159	22 145
150	114	417	357	2 150	2 855	3 749	6 853	8 814	15 628	19 929
175	101	367	316	2 131	2 807	3 654	6 537	8 324	14 411	18 182
200	91	329	278	2 129	2 804	3 648	6 521	8 300	14 353	18 100
225	82	292	239	2 129	2 802	3 643	6 501	8 268	14 268	17 978
250	74	253	199	2 125	2 789	3 615	6 400	8 110	13 872	17 410
275	65	189	153	2 087	2 670	3 365	5 539	6 786	10 685	12 920
300	59	148	116	2 072	2 622	3 265	5 210	6 291	9 561	11 377
325	55	125	90	2 070	2 620	3 264	5 214	6 298	9 584	11 411
350	48	64	47	2 022	2 462	2 938	4 198	4 815	6 451	7 252
375	43	57	46	1 980	2 337	2 697	3 543	3 912	4 778	5 155
400	39	103	96	1 938	2 225	2 494	3 050	3 264	3 709	3 880

x_0 = valor umbral mínimo en m^3/s .

vu = valor umbral probado en m^3/s .

NE = número de excedencias.

EEA = error estándar de ajuste en m^3/s .

EAM = error absoluto medio en m^3/s .

Como el número de años del registro (n) es 45, entonces $\chi^2_{0.025} = 27.6$ y $\chi^2_{0.975} = 64.2$, según valores de la Tabla 1. En la Tabla 12 se verifica la aceptación del modelo Poisson-Pareto desde un νu de 125 m³/s; se observa que conforme aumenta el νu los parámetros de forma (k) disminuyen, mostrando una reducción importante del νu de 325 al de 350 m³/s.

Tabla 12. Resultados del test de selección de la distribución de λ y parámetros de ajuste de la distribución Poisson-Pareto aplicada a las SDP de las crecientes de la estación hidrométrica *Santa Rosa*, México.

x_0 vu	E	V	d	DE	ERM	Parámetros de ajuste		
						u^*	a^*	k
65	4.111	1.521	16.279	BI	372.0	381.2178	288.7109	-0.377817
100	3.400	1.840	23.812	BI	290.2	377.4422	285.2420	-0.390893
125	2.889	1.832	27.904	PO	314.4	384.8855	294.7532	-0.360205
150	2.533	1.849	32.112	PO	332.2	389.3301	300.4796	-0.341370
175	2.244	1.918	37.601	PO	348.7	392.7313	306.1809	-0.324451
200	2.022	1.666	36.253	PO	360.6	392.8934	306.6225	-0.323680
225	1.822	1.524	36.798	PO	373.5	392.5919	307.1636	-0.322220
250	1.644	1.607	42.996	PO	387.4	392.7665	310.1531	-0.315750
275	1.444	1.358	41.368	PO	415.1	394.3980	340.0730	-0.253666
300	1.311	1.370	45.972	PO	431.1	393.2664	354.9367	-0.225466
325	1.222	1.373	49.422	PO	436.8	394.3612	353.5649	-0.226593
350	1.067	1.084	44.733	PO	474.1	377.2306	423.4738	-0.113324
375	0.956	1.154	53.118	PO	502.7	352.3812	497.3375	-0.010191
400	0.867	0.960	48.738	PO	527.5	316.5242	587.4352	-0.098024

x_0 = valor umbral mínimo en m^3/s .

vu = valor umbral probado en m^3/s .

E = media del número de excedencias por año.

V = varianza del número de excedencias por año.

d = índice de dispersión (Ecuación (7)).

DE = FDP del número de excedencias por año (λ).

BI = DE binomial.

PO = DE Poisson.

BN = DE binomial negativa.

ERM = excedencia residual media en m^3/s .

AFC en la estación *Tempoal*

En la Tabla 13, las distribuciones que definen los menores errores de ajuste son la Kappa y la Wakeby; se adopta la segunda por conducir a predicciones algo mayores que las obtenidas con la LP3; pero ambas resultan muy reducidas comparadas con las predicciones de las distribuciones LOG y GVE, que también reportan los errores de ajuste más grandes.

Tabla 13. Errores de ajuste y predicciones (m^3/s) de las tres FDP de referencia y dos de aplicación generalizada en el registro de crecientes anuales de la estación hidrométrica *Tempoal*, México.

FDP	EEA (m^3/s)	EAM (m^3/s)	Periodos de retorno en años						
			25	50	100	500	1 000	5 000	10 000
LP3	273.0	206.2	4 993	5 918	6 845	9 005	9 935	12 089	13 011
GVE	359.7	210.9	5 220	6 630	8 300	13 494	16 464	25 730	31 031
LOG	397.8	240.0	5 100	6 590	8 460	14 923	18 999	33 165	42 110
KAP	221.0	170.6	5 301	6 178	6 979	8 578	9 168	10 343	10 776
WAK	267.3	159.7	5 324	6 438	7 577	10 321	11 547	14 501	15 821

La Figura 4 del gráfico de excedencia residual media de la estación *Tempoal* no muestra un tramo amplio con tendencia lineal, e incluso en el vu de 1 050 m^3/s se observa un descenso acusado debido a que el número de excedencias en tal umbral no se reduce (Tabla 14).

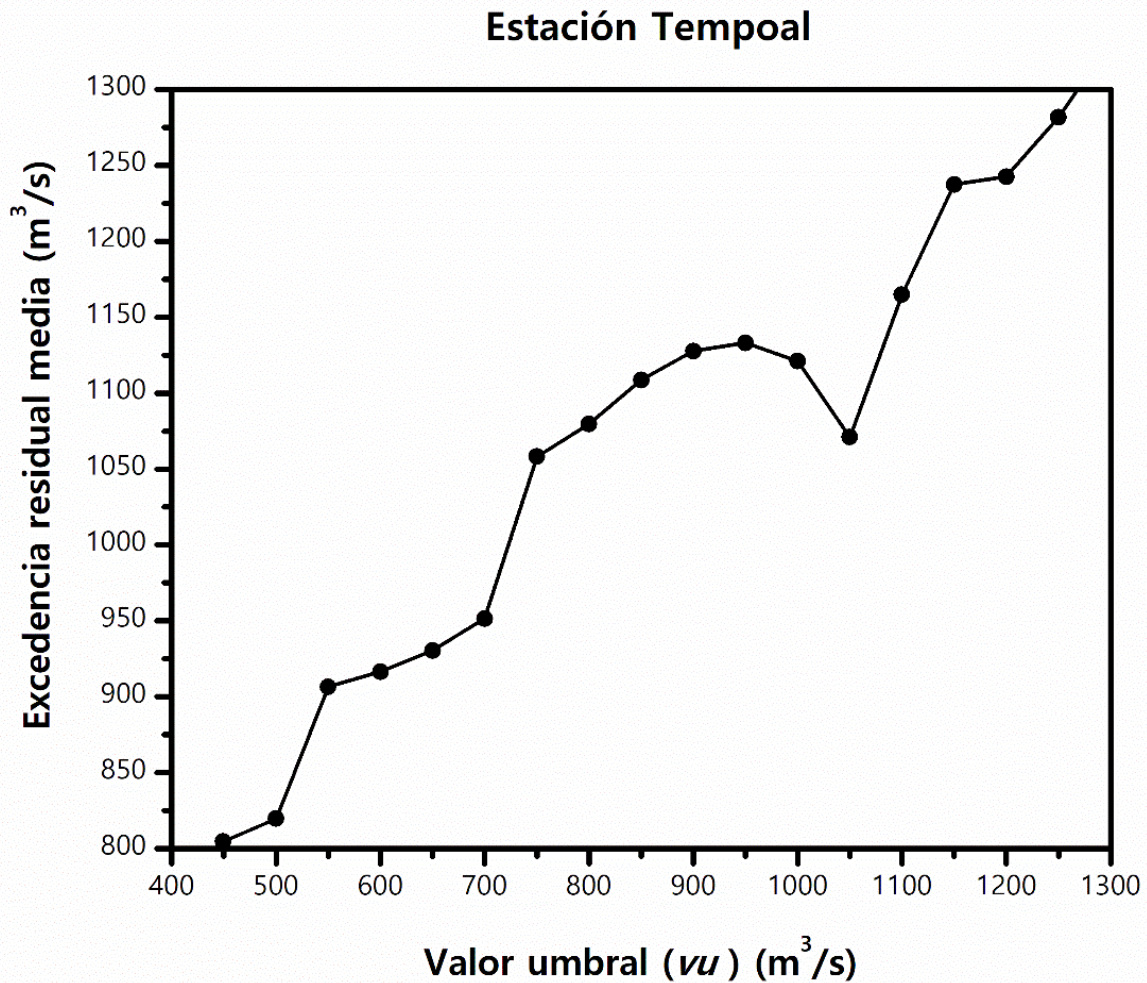


Figura 4. Gráfica de excedencias residuales medias en la SDP de la estación *Tempoal*, México.

Tabla 14. Errores de ajuste y predicciones (m^3/s) de las SDP obtenidas con la distribución Poisson-Pareto aplicada al registro de crecientes de la estación hidrométrica *Tempoal*, México.

x_0 vu	NE	EEA	EAM	Periodos de retorno en años						
				25	50	100	500	1 000	5 000	10 000
449	142	1 290	1 051	5 820	7 819	10 417	19 847	26 040	48 524	63 283
600	104	952	789	5 673	7 444	9 666	17 256	21 976	38 099	48 119
700	90	842	642	5 702	7 537	9 867	17 987	23 130	41 061	52 411
750	77	653	519	5 520	6 986	8 715	14 025	17 020	26 220	31 407
800	72	559	453	5 506	6 946	8 636	13 775	16 648	25 389	30 272
850	67	486	388	5 471	6 846	8 436	13 152	15 727	23 364	27 531
900	63	432	335	5 454	6 801	8 347	12 882	15 330	22 510	26 385
950	60	402	297	5 459	6 823	8 396	13 047	15 579	23 061	27 131
1 000	58	407	272	5 491	6 943	8 657	13 923	16 895	26 026	31 176
1 050	58	477	272	5 541	7 214	9 298	16 336	20 666	35 287	44 279
1 100	51	371	191	5 493	6 930	8 615	13 747	16 616	25 352	30 234
1 150	46	337	195	5 450	6 714	8 126	12 070	14 106	19 797	22 732
1 200	44	365	230	5 450	6 720	8 143	12 137	14 207	20 019	23 029
1 250	41	399	308	5 425	6 606	7 890	11 324	13 023	17 565	19 811

x_0 = valor umbral mínimo en m^3/s .

vu = valor umbral probado en m^3/s .

NE = número de excedencias.

EEA = error estándar de ajuste en m^3/s .

EAM = error absoluto medio en m^3/s .

En la Tabla 14 se observa que el vu que conduce al menor error de ajuste es $1\,150\text{ m}^3/\text{s}$, pero sus predicciones se consideran reducidas comparadas con las de los tres anteriores vu . Las predicciones adoptadas corresponden al $vu = 1\,100\text{ m}^3/\text{s}$ que muestra el menor EAM . Tales predicciones definen ER (Ecuación (21)) que van de 3.1 a 47.7 %, para los periodos de retorno de 25 y 10 000 años. En realidad, tales predicciones son bastante semejantes a las obtenidas con la distribución GVE en la Tabla 13.

Como el número años del registro (n) es 48, entonces $\chi_{0.025}^2 = 30.0$ y $\chi_{0.975}^2 = 67.8$, según valores de la Tabla 1. En la Tabla 15 se verifica la aceptación del modelo Poisson-Pareto desde el vu de $600\text{ m}^3/\text{s}$ y se observa que conforme aumenta el vu , los parámetros de forma (k) van decreciendo, mostrando una reducción importante del vu de $1\,100$ al de $1\,150\text{ m}^3/\text{s}$.

Tabla 15. Resultados del test de selección de la distribución de λ y parámetros de ajuste de la distribución Poisson-Pareto aplicada a las SDP de las crecientes de la estación hidrométrica *Tempoal*, México.

x_0 vu	E	V	d	DE	ERM	Parámetros de ajuste		
						u^*	a^*	k
449	2.958	1.748	27.775	BI	804.7	1 115.899	749.2466	-0.377337
600	2.167	1.681	36.455	PO	916.5	1 142.518	794.1446	-0.327161
700	1.875	1.609	40.342	PO	951.5	1 138.045	774.8971	-0.343966
750	1.604	1.781	52.176	PO	1058.1	1 153.030	901.7773	-0.238638
800	1.500	1.542	48.306	PO	1079.6	1 153.048	912.0601	-0.230576
850	1.396	1.197	40.321	PO	1108.6	1 152.777	939.9544	-0.209301
900	1.313	1.215	43.503	PO	1127.6	1 152.220	952.9009	-0.199577
950	1.250	1.188	44.650	PO	1133.1	1 155.341	941.5792	-0.206447
1 000	1.208	1.207	46.932	PO	1121.0	1 165.150	892.5770	-0.238993
1 050	1.208	1.207	46.932	PO	1071.0	1 192.564	776.2032	-0.317538
1 100	1.063	1.017	44.984	PO	1164.7	1 154.680	908.2670	-0.231036
1 150	0.958	0.915	44.871	PO	1237.3	1 105.870	1 033.393	-0.159129
1 200	0.917	0.910	46.644	PO	1242.5	1 110.129	1 025.571	-0.162816
1 250	0.854	0.833	45.830	PO	1281.6	1 074.198	1 104.654	-0.121403

x_0 = valor umbral mínimo en m^3/s .

vu = valor umbral probado en m^3/s .

E = media del número de excedencias por año.

V = varianza del número de excedencias por año.

d = índice de dispersión (Ecuación (7)).

DE = FDP del número de excedencias por año (λ).

BI = DE binomial.

PO = DE Poisson.

BN = DE binomial negativa.

ERM = excedencia residual media en m^3/s .

AFC en la estación *Huites*

En la Tabla 16, la distribución Kappa conduce a los errores de ajuste menores y sus predicciones; aunque reducidas, en comparación con las obtenidas con las otras FDP, son ratificadas por el modelo Wakeby. En este registro, las predicciones de las SDP tendrán una importancia relevante.

Tabla 16. Errores de ajuste y predicciones (m^3/s) de las tres FDP de referencia y dos de aplicación generalizada en el registro de crecientes anuales de la estación hidrométrica *Huites*, México.

FDP	EEA	EAM	Periodos de retorno en años						
			25	50	100	500	1 000	5 000	10 000
LP3	957.1	418.3	11 008	15 613	21 776	45 128	60 939	119 793	159 113
GVE	930.1	465.4	10 113	14 166	19 665	41 313	56 611	116 988	159 645
LOG	984.4	496.9	9 812	13 837	19 452	42 767	60 041	132 094	185 524
KAP	766.5	398.9	10 709	14 470	19 089	34 271	43 383	73 314	91 245
WAK	798.5	423.5	10 580	14 355	19 057	34 929	44 692	77 639	97 904

La Figura 5 del gráfico de excedencia residual media de la estación *Huites* muestra un tramo reducido con tendencia lineal entre los vu de 1 300 a 1 600 m^3/s . Esta gráfica, en su inicio y final muestra tramos ligeramente curvos.

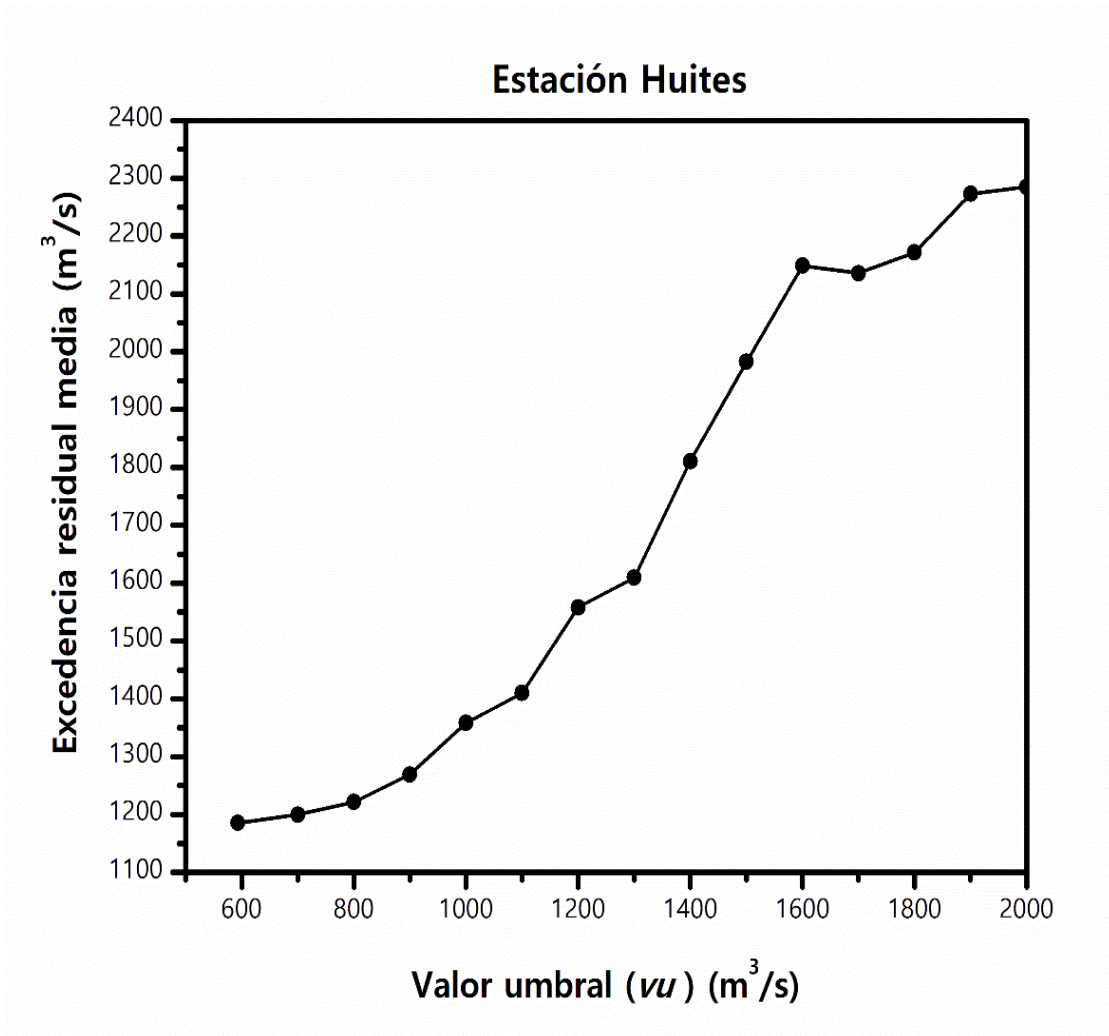


Figura 5. Gráfica de excedencias residuales medias en la SDP de la estación *Huites*, México.

En la Tabla 17, el vu que conduce el menor error estándar de ajuste es $1\ 500\ m^3/s$, cuyas predicciones únicamente resultaron inferiores a las máximas obtenidas con la distribución LOG. Los ER (Ecuación (21)) de los periodos de retorno de 25 y 10 000 años fueron -5.1 y $44.9\ %$, respectivamente.

Tabla 17. Errores de ajuste y predicciones (m^3/s) de las SDP obtenidas con la distribución Poisson-Pareto aplicada al registro de crecientes de la estación hidrométrica *Huites*, México.

x_0 vu	NE	EEA	EAM	Periodos de retorno en años						
				25	50	100	500	1 000	5 000	10 000
593	185	2 157	1 939	9 347	12 544	16 695	31 752	41 635	77 485	101 002
700	167	2 119	1 800	9 622	13 226	18 063	36 650	49 489	98 835	132 902
800	151	2 074	1 648	9 798	13 756	19 221	41 315	57 268	121 770	168 317
900	134	1 967	1 467	9 886	14 099	20 038	44 964	63 552	141 577	199 732
1 000	116	1 742	1 261	9 894	14 153	20 183	45 682	64 821	145 765	206 488
1 100	104	1 614	1 066	9 886	14 328	20 732	48 722	70 331	164 780	237 659
1 200	88	1 303	838	9 899	14 195	20 299	46 262	65 850	149 185	212 022
1 300	80	1 201	695	9 850	14 281	20 679	48 711	70 399	165 429	238 913
1 400	67	951	568	9 945	14 161	20 081	44 751	63 035	139 230	195 671
1 500	58	853	463	10 188	14 059	19 600	41 728	57 536	120 678	165 761
1 600	51	873	426	10 089	13 923	19 030	38 423	51 676	102 000	136 373
1 650	49	972	473	10 001	13 988	19 428	40 984	56 275	116 860	159 815

x_0 = valor umbral mínimo en m^3/s .

vu = valor umbral probado en m^3/s .

NE = número de excedencias.

EEA = error estándar de ajuste en m^3/s .

EAM = error absoluto medio en m^3/s .

Como el número años del registro (n) es 51, entonces $\chi_{0.025}^2 = 32.4$ y $\chi_{0.975}^2 = 71.4$, según valores de la Tabla 1. En la Tabla 18 se verifica la aceptación del modelo Poisson-Pareto desde un vu de 1 000 m³/s y se observa que en intervalo de vu de 900 a 1 300 m³/s, el parámetro de forma (k) fluctúa de -0.49 a -0.53.

Tabla 18. Resultados del test de selección de la distribución de λ y parámetros de ajuste de la distribución Poisson-Pareto aplicada a las SDP de las crecientes de la estación hidrométrica *Huites*, México.

x_0 vu	E	V	d	DE	VRM	Parámetros de ajuste		
						u^*	a^*	k
593	3.627	3.627	21.600	BI	1 185.5	1 818.554	1 200.563	-0.376704
700	3.275	3.275	29.388	BI	1 199.8	1 765.255	1 142.750	-0.424001
800	2.961	1.881	31.762	BI	1 221.6	1 722.484	1 082.439	-0.465250
900	2.627	1.606	30.567	BI	1 269.2	1 693.315	1 033.405	-0.495535
1 000	2.275	1.689	37.137	PO	1 358.3	1 688.471	1 022.298	-0.501614
1 100	2.039	1.606	39.385	PO	1 409.9	1 675.564	969.239	-0.528153
1 200	1.725	1.415	40.998	PO	1 558.0	1 683.167	1 013.682	-0.506420
1 300	1.569	1.265	40.319	PO	1 609.4	1 684.469	959.961	-0.530167
1 400	1.314	1.117	42.523	PO	1 810.7	1 669.746	1 056.082	-0.489724
1 500	1.137	1.099	48.310	PO	1 982.7	1 643.044	1 145.051	-0.455322
1 600	1.000	0.941	47.059	PO	2 148.9	1 600.000	1 259.063	-0.414093
1 700	0.961	0.940	48.900	PO	2 135.7	1 653.323	1 156.329	-0.448775

x_0 = valor umbral mínimo en m^3/s .

vu = valor umbral probado en m^3/s .

E = media del número de excedencias por año.

V = varianza del número de excedencias por año.

d = índice de dispersión (Ecuación (7)).

DE = FDP del número de excedencias por año (λ).

BI = DE binomial.

PO = DE Poisson.

BN = DE binomial negativa.

ERM = excedencia residual media en m^3/s .

AFC en la estación Pánuco

En la Tabla 19, la distribución Wakeby reporta los errores de ajuste más bajos, pero se observa que sus predicciones son bastante elevadas en los periodos de retorno mayores de 500 años respecto a las del resto de FDP aplicadas. Se adopta la distribución LOG por definir los siguientes errores de ajuste más reducidos, cuyas predicciones son ratificadas por el modelo Kappa.

Tabla 19. Errores de ajuste y predicciones (m^3/s) de las tres FDP de referencia y dos de aplicación generalizada en el registro de crecientes anuales de la estación hidrométrica *Pánuco*, México.

FDP	EEA	EAM	Periodos de retorno en años						
			25	50	100	500	1 000	5 000	10 000
LP3	265.4	182.8	5 519	6 257	7 010	8 846	9 682	11 744	12 690
GVE	269.3	168.1	5 442	6 158	6 583	6 888	8 658	9 455	12 266
LOG	232.8	140.7	5 389	6 239	7 202	9 992	11 488	15 853	18 199
KAP	235.6	144.6	5 396	6 800	7 216	10 021	11 526	15 925	18 292
WAK	196.0	128.6	5 387	6 475	7 804	12 130	14 706	23 098	28 095

En la Figura 6, relativa a la gráfica de excedencia residual media de la estación *Pánuco*, se observa una tendencia decreciente del vu dibujado de 1 450 a 2 700 m^3/s . El comportamiento del vu de 2 500 a 2 800 m^3/s está influenciado por el número de excedencias, según se aprecia en la Tabla 20.

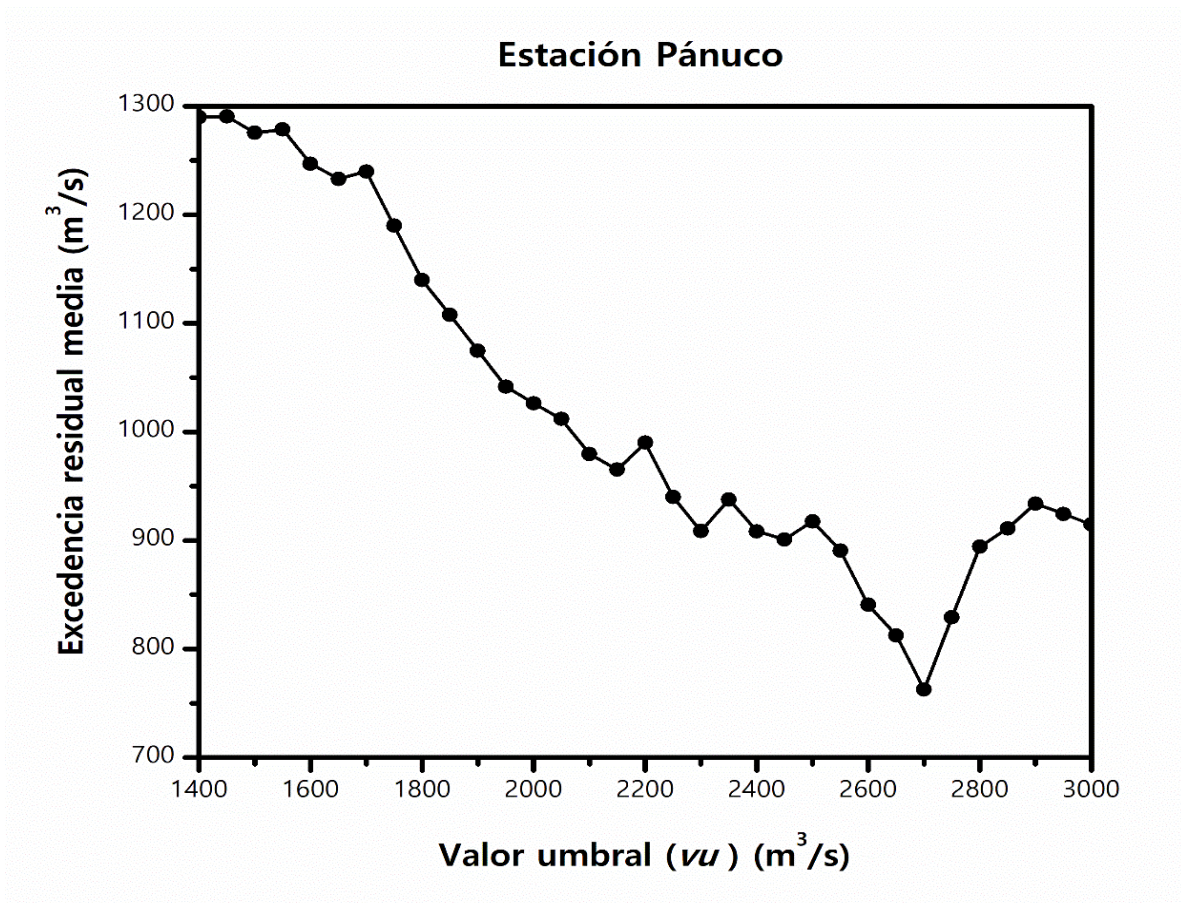


Figura 6. Gráfica de excedencias residuales medias en la SDP de la estación *Pánuco*, México.

Tabla 20. Errores de ajuste y predicciones (m^3/s) de las SDP obtenidas con la distribución Poisson-Pareto aplicada al registro de crecientes de la estación hidrométrica *Pánuco*, México.

x_0 vu	NE	EEA	EAM	Periodos de retorno, en años						
				25	50	100	500	1000	5000	10000
829.9	109	1 561	1 557	5 337	5 639	5 886	6 295	6 420	6 627	6 690
1 000	100	1 435	1 435	5 343	5 652	5 905	6 329	6 459	6 677	6 744
1 250	84	1 229	1 227	5 009	5 204	5 349	5 560	5 615	5 695	5 716
1 500	73	1 066	1 064	4 926	5 095	5 219	5 390	5 432	5 492	5 507
1 750	64	920	914	4 923	5 094	5 219	5 394	5 438	5 499	5 514
2 000	59	736	739	5 434	5 857	6 236	6 970	7 233	7 743	7 925
2 250	50	541	532	5 668	6 282	6 888	8 263	8 843	10 158	10 711
2 400	44	425	398	5 762	6 482	7 226	9 048	9 875	11 902	12 823
2 500	39	373	317	5 743	6 442	7 158	8 887	9 661	11 530	12 367
2 550	38	333	272	5 813	6 615	7 472	9 698	10 768	13 547	14 882
2 600	38	287	224	5 911	6 910	8 061	11 448	13 284	18 692	21 623
2 650	37	259	188	5 956	7 097	8 477	12 900	15 493	23 803	28 674
2 700	37	250	162	5 977	7 340	9 114	15 575	19 832	35 339	45 549
2 750	32	266	114	5 968	7 195	8 722	13 866	17 025	27 666	34 196
2 800	28	336	188	5 959	7 055	8 355	12 380	14 668	21 754	25 780
3 000	22	552	422	5 923	7 091	8 528	13 277	16 141	25 609	31 312

x_0 = valor umbral mínimo en m^3/s .

vu = valor umbral probado en m^3/s .

NE = número de excedencias.

EEA = error estándar de ajuste en m^3/s .

EAM = error absoluto medio en m^3/s .

En la Tabla 20 se observa que el menor error estándar de ajuste se obtiene con un vu de $2\,700\text{ m}^3/\text{s}$, cuyas predicciones son las mayores de todos los vu probados. En este caso, tales resultados no son adoptados debido a que no se cumple la aceptación de la distribución Poisson-Pareto, como se observa en la Tabla 21. Se adopta un vu de $2\,600\text{ m}^3/\text{s}$, para el cual todavía es aceptable el modelo Poisson-Pareto, según resultados de la Tabla 21. Los ER (Ecuación (21)) en los periodos de retorno de 25 y 10 000 años de las predicciones adoptadas son 8.8 y 15.8 %, respectivamente.

Tabla 21. Resultados del test de selección de la distribución de λ y parámetros de ajuste de la distribución Poisson-Pareto aplicada a las SDP de las crecientes de la estación hidrométrica *Pánuco*, México.

x_0 vu	E	V	d	DE	VTM	Parámetros de ajuste		
						u^*	a^*	k
829.9	3.516	2.056	17.544	PO	1402.3	2 738.089	1 252.490	0.296228
1000	3.226	1.852	17.226	PO	1354.2	2 734.251	1 244.537	0.288664
1250	2.710	1.625	17.995	PO	1340.8	2 801.020	1 252.427	0.420709
1500	2.355	1.713	21.821	PO	1275.4	2 818.323	1 255.689	0.460355
1750	2.065	1.867	27.127	PO	1189.8	2 818.849	1 244.772	0.454779
2000	1.903	2.281	35.954	PO	1026.3	2 727.458	1 073.663	0.158639
2250	1.613	1.850	34.413	PO	940.1	2 706.037	949.5336	0.019501
2400	1.419	1.856	39.238	PO	908.4	2 705.831	880.4129	-0.046399
2500	1.258	1.804	43.027	PO	917.6	2 704.300	893.3889	-0.034004
2550	1.226	1.852	45.331	PO	890.6	2 715.482	820.7762	-0.096273
2600	1.226	1.852	45.331	PO	840.6	2 739.234	698.1020	-0.203154
2650	1.194	1.898	47.707	BN	812.5	2 756.943	619.1960	-0.273937
2700	1.194	1.898	47.707	BN	762.5	2 786.495	505.4875	-0.380161
2750	1.032	1.515	44.032	PO	829.3	2 768.109	573.2537	-0.315650
2800	0.903	1.378	45.760	PO	894.2	2 732.191	657.9195	-0.245625
3000	0.710	1.174	49.619	BN	914.6	2 791.176	578.1785	-0.299486

x_0 = valor umbral mínimo en m^3/s .

vu = valor umbral probado en m^3/s .

E = media del número de excedencias por año.

V = varianza del número de excedencias por año.

d = índice de dispersión (Ecuación (7)).

DE = FDP del número de excedencias por año (λ).

BI = DE binomial.

PO = DE Poisson.

BN = DE binomial negativa.

ERM = excedencia residual media, m^3/s .

Como el número de años del registro (n) es 31, entonces $\chi^2_{0.025} = 16.8$ y $\chi^2_{0.975} = 47.0$, según valores de la Tabla 1. En la Tabla 21 se verifica la aceptación del modelo Poisson-Pareto desde el x_0 hasta un vu de 2 600 m^3/s , para el cual el parámetro de forma (k) muestra un valor negativo del orden de magnitud de los obtenidos con vu mayores al adoptado.

Se observa en la Tabla 21, en sus primeros siete vu analizados, que su parámetro de forma (k) es positivo, lo cual coincide con los resultados de un estudio pionero (Campos-Aranda, 1996) con la distribución GVE de parámetro de forma positivo o modelo Weibull, el cual tiene un límite superior en su extremo de niveles máximos observados.

Discusión de resultados

En la Tabla 22 se ha integrado un resumen de predicciones para los cinco registros de crecientes procesados. Se cita para cada SDP adoptada su número de excedencias (NE), el gasto máximo (Q_{\max}) y el mínimo (Q_{\min}) de tales excedentes. Se expone en primer término la FDP aplicada a la SAM, que condujo a las predicciones más severas. En los cuatro primeros registros fue la FDP logística generalizada (LOG) y en la estación Pánuco, fue la distribución Wakeby (WAK).

Tabla 22. Contraste de errores de ajuste y predicciones (m^3/s) de las SAM con las distribuciones indicadas y de la SDP con el valor umbral adoptado en las cinco estaciones hidrométricas procesadas.

FDP <i>vu</i>	EEA	EAM	Periodos de retorno, en años						
			25	50	100	500	1 000	5 000	10 000
<i>Guamúchil</i> ($n = 33$, $NE = 46$; $Q_{\max} = 3\,507 \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_{\min} = 276 \text{ m}^3/\text{s}$)									
LOG	162	64	1 873	2 562	3 487	7 089	9 612	19 479	26 397
GVE	153	62	1 927	2 609	3 492	6 701	8 813	16 506	21 569
275	131	112	1 979	2 711	3 684	7 365	9 872	19 356	25 813
ER	-	-	2.6	3.8	5.2	9.0	10.7	14.7	16.4
<i>Santa Rosa</i> ($n = 45$, $NE = 55$; $Q_{\max} = 2\,588 \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_{\min} = 326 \text{ m}^3/\text{s}$)									
LOG	93	75	1 897	2 444	3 122	5 422	6 846	11 701	14 713
LP3	64	50	1 997	2 480	3 005	4 393	5 066	6 818	7 657
325	125	90	2 070	2 620	3 264	5 214	6 298	9 584	11 411
ER	-	-	3.5	5.3	7.9	15.7	19.6	28.9	32.9
<i>Tempoal</i> ($n = 48$, $NE = 51$; $Q_{\max} = 6\,120 \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_{\min} = 1\,125 \text{ m}^3/\text{s}$)									
LOG	398	240	5 100	6 590	8 460	14 923	18 999	33 165	42 110
WAK	267	160	5 324	6 438	7 577	10 321	11 547	14 501	15 821
1100	284	179	5 493	6 930	8 615	13 747	16 616	25 352	30 234
ER	-	-	3.1	7.1	12.0	24.9	30.5	42.8	47.7
<i>Huites</i> ($n = 51$, $NE = 58$; $Q_{\max} = 15\,000 \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_{\min} = 1\,508 \text{ m}^3/\text{s}$)									
LOG	984	497	9 812	13 837	19 452	42 767	60 041	132 094	185 524
KAP	766	399	10 709	14 470	19 089	34 271	43 383	73 314	91 245
1500	853	463	10 188	14 059	19 600	41 728	57 536	120 678	165 761
ER	-	-	-5.1	-2.9	2.6	17.9	24.6	39.2	44.9
<i>Pánuco</i> ($n = 31$, $NE = 38$; $Q_{\max} = 7\,300 \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_{\min} = 2\,631 \text{ m}^3/\text{s}$)									
WAK	196	129	5 387	6 475	7 804	12 130	14 706	23 098	28 095
LOG	233	141	5 389	6 239	7 202	9 992	11 488	15 853	18 199
2600	287	224	5 911	6 910	8 061	11 448	13 284	18 692	21 623
ER	-	-	8.8	9.7	10.7	12.6	13.5	15.2	15.8

Después se citan las FDP de mejor ajuste en las SAM: GVE, LP3, WAK, KAP y LOG. Tales distribuciones definen los errores de ajuste más bajos en cuatro de los registros en la Tabla 22; la excepción ocurre en la estación Guamúchil para el *EEA* de la SDP.

En tercer término, se cita el ajuste adoptado con la distribución Poisson-Pareto en las SDP procesadas. Por último, se exponen los errores relativos (Ecuación (21)) obtenidos entre la predicción de la SAM y de la SDP.

Procesos operativos recientes para las SDP

Los enfoques recientes para procesar SDP abarcan desde el uso de otros modelos probabilísticos para las excedencias, caso de las referencias Bhunya *et al.* (2012), y Ashkar y Ba (2017); hasta nuevos procedimientos, como los descritos a continuación, mismos que ha sido citados por Pan *et al.* (2022).

El enfoque de Eastoe y Tawn (2010) es aplicable en registros que muestran exceso de dispersión, al tener una varianza mayor que la media de las excedencias por año. En tales casos, el proceso de Poisson es ampliado para tomar en cuenta la sobredispersión mediante el uso de modelos mixtos y de regresión.

Otro enfoque, diametralmente opuesto, es el de Solari y Losada (2012), los cuales proponen un modelo mixto, con una distribución Log-normal truncada central y dos Pareto generalizadas para los valores máximos y mínimos de sus colas superior e inferior. Los valores umbral

definen los límites de los tres regímenes y se obtienen con el método de máxima verosimilitud.

Por último, Solari, Egüen, Polo y Losada (2017) desarrollan un proceso de estimación automática del valor umbral basado en la prueba de Anderson-Darling, el cual se combina con técnicas de simulación para cuantificar la incertidumbre en las estimaciones del valor umbral y de las predicciones con periodos de retorno elevados.

Por otra parte, también se pueden considerar procesos operativos recientes: los enfoques que abordan la presencia del cambio climático en los registros de datos hidrológicos extremos que debido a ello son no estacionarios. Entre los nuevos enfoques se pueden citar los de Roth, Buishand, Jongbloed, Klein-Tank y van Zanten (2012), así como el de Durocher, Burn y Ashkar (2019).

Conclusiones

En la Tabla 22 se observa de manera general que las predicciones obtenidas con las SDP se aproximan a las máximas que origina la distribución logística generalizada (LOG) con las SAM. Lo anterior es importante, ya que tales predicciones provienen de muestras muy diferentes, desde su número de eventos ($NE > n$), pero sobre todo por sus magnitudes, ya que las SAM incluyen n valores mayores que x_0 o gasto mínimo anual, y las SDP únicamente contienen los eventos mayores al vu adoptado, es decir, NE gastos mayores que el indicado como Q_{min} , en la Tabla 22.

La relevancia de las estimaciones de predicciones con las SDP queda demostrada en los errores relativos de la Tabla 22, para los periodos de retorno mayores de 100 años, lo cuales fluctúan de 2.6 a 10.7 % y de 15.8 a 47.7 % en el periodo de retorno de 10 000 años.

Debido a que no implica dificultad integrar registros de crecientes como SDP, a partir de la información hidrométrica de gastos máximos mensuales disponible en el sistema BANDAS (IMTA, 2003) y además, como la aplicación y verificación de la distribución Poisson-Pareto es bastante simple, se recomienda incorporar el uso de las SDP en el análisis de frecuencias de crecientes con el proceso operativo sugerido.

Por otra parte, se visualizan convenientes los enfoques de Roth *et al.* (2012) y de Durocher *et al.* (2019) para comenzar a abordar los impactos de la no estacionariedad en los análisis de frecuencias mediante series de duración parcial de registros de datos hidrológicos extremos.

Referencias

- Ashkar, F., & Ba, I. (2017). Selection between the generalized Pareto and kappa distributions in peaks-over-threshold hydrological frequency modelling. *Hydrological Sciences Journal*, 62(7), 1167-1180. DOI: 10.1080/02626667.2017.1302089
- Bezak, N., Brilly, M., & Sraj, M. (2014). Comparison between the peak-over-threshold and the annual maximum method for flood frequency analysis. *Hydrological Sciences Journal*, 59(5), 959-977. DOI: 10.1080/02626667.2013.831174

- Bhunya, P. K., Singh, R. D., Berndtsson, R., & Panda, S. N. (2012). Flood analysis using generalized logistic models in partial duration series. *Journal of Hydrology*, 420-421, 59-71. DOI: 10.1016/j.jhydrol.2011.11.037
- Bhunya, P. K., Mishra, S. K., Ojha, C. S. P., & Berndtsson, R. (2008). Chapter 17. Flood estimation in ungauged basins. In: Singh, V. P. (ed.). *Hydrology and hydraulics* (pp. 605-646). Highlands Ranch, USA: Water Resources Publications, LLC.
- Bobée, B. (1975). The Log-Pearson type 3 distribution and its application to Hydrology. *Water Resources Research*, 11(5), 681-689. DOI: 10.1029/WR011i005p00681
- Bobée, B., & Ashkar, F. (1991). Theme 1.1. Statistical criteria and tests. In: *The Gamma Family and derived distributions applied in hydrology* (pp. 1-9). Littleton, USA: Water Resources Publications.
- Campos-Aranda, D. F. (2023). Capítulo 1. Datos locales: aumento y aceptación En: *Temas recientes del análisis de frecuencias hidrológico* (pp. 1-51). Jiutepec, México: Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.
- Campos-Aranda, D. F. (2018). *Ponencia núm. 78. Análisis de frecuencia de datos hidrológicos extremos con persistencia o dependientes*. XXV Congreso Nacional de Hidráulica 5 al 9 de noviembre, Ciudad de México, México.
- Campos-Aranda, D. F. (2000). Descripción y aplicación del modelo Poisson-Pareto en el análisis de frecuencia de crecientes con series de duración parcial. *Ingeniería. Investigación y Tecnología*, 1(5), 199-207.

- Campos-Aranda, D. F. (1996). Caracterización hidrológica de crecientes en la cuenca baja del río Pánuco con base en niveles máximos anuales. *Ingeniería Hidráulica en México*, 11(2), 15-31.
- Chai, T., & Draxler, R. R. (2014). Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)? - Arguments against avoiding RMSE in the literature. *Geoscientific Model Development*, 7(3), 1247-1250. DOI: 10.5194/gmd-7-1247-2014
- Coles, S. (2001). Chapter 4. Threshold models. In: *An introduction to statistical modeling of extreme values* (pp. 74-91). London, England: Springer-Verlag.
- Cunnane, C. (1979). A note on the Poisson assumption in partial duration series models. *Water Resources Research*, 15(2), 489-494. DOI: 10.1029/WR015i002p00489
- Durocher, M., Burn, D. H., & Ashkar, F. (2019). Comparison of estimation methods for a nonstationary index-flood model in flood frequency analysis using peaks over threshold. *Water Resources Research*, 55(11), 9398-9416. DOI: 10.1029/2019WR025305
- Eastoe, E., & Tawn, J. A. (2010). Statistical models for over dispersion in the frequency of peaks over threshold data for a flow series. *Water Resources Research*, 46(2), 1-12. DOI: 10.1029/2009WR007757
- Fischer, S., & Schumann, A. (2016). Robust flood statistics: Comparison of peak over threshold approaches based on monthly maxima and TL-moments. *Hydrological Sciences Journal*, 61(3), 457-470. DOI: 10.1080/02626667.2015.1054391

Hosking, J. R., & Wallis, J. R. (1997). Appendix: *L*-moments for some specific distributions. In: *Regional frequency analysis. An approach based on L-moments* (pp. 191-209). Cambridge, England: Cambridge University Press.

IMTA, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. (2003). *Banco Nacional de Datos de Aguas Superficiales (BANDAS)*. Hidrometría y Sedimentos hasta 2002 (8 CD). Jiutepec, México: Comisión Nacional del Agua, Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.

Khaliq, M. N., Ouarda, T. B. M. J., Ondo, J. C., Gachon, P., & Bobée, B. (2006). Frequency analysis of a sequence of dependent and/or non-stationary hydro-meteorological observations: A review. *Journal of Hydrology*, 329(3-4), 534-552. DOI:10.1016/j.jhydrol.2006.03.004

Kite, G. W. (1977). Chapter 12. Comparison of frequency distributions. In: *Frequency and risk analyses in hydrology* (pp. 156-168). Fort Collins, USA: Water Resources Publications.

Lang, M., Ouarda, T. B. M. J., & Bobée, B. (1999). Towards operational guidelines for over-threshold modeling. *Journal of Hydrology*, 225(3-4), 103-117. DOI: 10.1016/S0022-1694(99)00167-5

Langbein, W. B. (1949). Annual floods and the partial-duration flood series. *Transactions of the American Geophysical Union*, 30(6), 879-881. DOI: 10.1029/TR030i006p00879

Madsen, H., Rasmussen, P. F., & Rosbjerg, D. (1997). Comparison of annual maximum series and partial duration series for modeling extreme hydrologic events. 1. At-site modeling. *Water Resources Research*, 33(4), 747-757. DOI: 10.1029/96WR03848

- Madsen, H., Rosbjerg, D., & Harremoës, P. (1993). Application of the partial duration series approach in the analysis of extreme rainfalls. In: *Extreme hydrological events: Precipitation, floods and droughts* (pp. 257-266). Wallingford, England: IAHS Publication No. 213.
- Metcalf, A. V. (1997). Theme 4.5. Generalized Pareto distribution and peaks over threshold (POT) analysis. In: *Statistics in Civil Engineering* (pp. 94-98). London, England: Arnold Publishers.
- Meylan, P., Favre, A. C., & Musy, A. (2012). Chapter 3. Selecting and checking data series and Theme 8.2.2. Peak over a threshold series. In: *Predictive hydrology. A frequency analysis approach* (pp. 29-70, 139-144). Boca Raton, USA: CRC Press.
- Önöz, B., & Bayazit, M. (2001). Effect of the occurrence process of the peaks over threshold on the flood estimates. *Journal of hydrology*, 244(1-2), 86-96. DOI: 10.1016/S0022-1694(01)00330-4
- Ostle, B., & Mensing, R. W. (1975). Appendix 4. Cumulative Chi-square distribution. In: *Statistic in research* (pp. 540-543) (3rd ed.). Ames, USA: The Iowa State University Press.
- Pan, X., Rahman, A., Haddad, K., & Ouarda, T. B. M. J. (2022). Peaks-over-threshold model in flood frequency analysis: A scoping. *Stochastic Environment Research and Risk Assessment*, 36(9), 2419-2435. DOI: 10.1007/s0047/022-02174-6
- Rao, A. R., & Hamed, K. H. (2000). Theme 1.8. Tests on hydrologic data. In: *Flood frequency analysis* (pp. 12-21). Boca Raton, USA: CRC Press.

- Roth, M., Buishand, T. A., Jongbloed, G., Klein-Tank, A. M. G., & van Zanten, J. H. (2012). A regional peaks-over-threshold model in a nonstationary climate. *Water Resources Research*, 48(11), 1-12. DOI: 10.1029/20126WR012214
- Shane, R. M., & Lynn, W. R. (1964). Mathematical model for flood risk evaluation. *Journal of the Hydraulics Division*, 90(HY6), 1-20.
- Singh, V. P., & Zhang, L. (2017). Frequency distributions. In: Singh, V. P. (ed.). *Handbook of applied hydrology* (pp. 21.1-21.11) (2nd ed.). New York, USA: McGraw-Hill Education.
- Solari, S., Egüen, M., Polo, M. J., & Losada, M. A. (2017). Peaks over threshold (POT): A methodology for automatic threshold estimation using goodness of fit *p*-value. *Water Resources Research*, 53(4), 2833-2849. DOI: 10.1002/2016WR019416
- Solari, S., & Losada, M. A. (2012). A unified statistical model for hydrological variables including the selection of threshold for the peak over threshold method, *Water Resources Research*, 48(10), 1-15. DOI: 10.1029/2011WR011475
- Stedinger, J. R. (2017). Flood frequency analysis. In: Singh, V. P. (ed.). *Handbook of applied hydrology* (pp. 76.1-76.8) (2nd ed.). New York, USA: McGraw-Hill Education.
- Stedinger, J. R., Vogel, R. M., & Foufoula-Georgiou, E. (1993). Theme 18.6.1. Partial duration series. In: Maidment, D. R. (ed.). *Handbook of hydrology* (pp. 18.37-18.39). New York, USA: McGraw-Hill, Inc.

Willmott, C. J., & Matsuura, K. (2005). Advantages of the mean absolute error (MAE) over the root mean square error (RMSE) in assessing average model performance. *Climate Research*, 30(1), 79-82. DOI: 10.3354/cr030079

WRC, Water Resources Council. (1977). *Guidelines for determining flood flow frequency* (revised edition). Bulletin # 17A of the Hydrology Committee. Washington, DC, USA: Water Resources Council.