

DOI: 10.24850/j-tyca-2026-01-02

Artículos

Diseño físico de un humedal subsuperficial de flujo horizontal utilizando el algoritmo NSGA-II

Physical design of a horizontal flow subsurface wetland using the NSGA-II Algorithm

Jhonatan Mendez-Valencia¹, ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-0484-0951>

Carlos Sánchez-López², ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3214-5832>

Eneida Reyes-Pérez³, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6198-8580>

¹Laboratorio de Ambiental, Universidad Autónoma de Tlaxcala, Tlaxcala, México, 20172903@uatx.mx

²Departamento de Electrónica, Universidad Autónoma de Tlaxcala, Tlaxcala, México, csanchezl@uatx.mx

³Laboratorio de Ambiental, Universidad Autónoma de Tlaxcala, Tlaxcala, México, eneida.reyes@uatx.mx

Autor para correspondencia: Carlos Sánchez-López, csanchezl@uatx.mx

Resumen

Este trabajo presenta el diseño físico de un humedal subsuperficial de flujo horizontal destinado al tratamiento de aguas residuales grises. El



objetivo principal es optimizar la eficiencia de remoción de la demanda bioquímica de oxígeno mediante el uso del algoritmo NSGA-II, el cual es una técnica de optimización multiobjetivo. Se evalúan tres funciones objetivo: maximización de la eficiencia de remoción, maximización del caudal y minimización del volumen del humedal. Cuatro restricciones son definidas: eficiencia de remoción superior al 95 %, volumen físico menor a 1 000 m³, caudal superior a 10 m³/d y una relación largo-ancho entre 2 y 4. Las funciones objetivo y las restricciones dependen de seis variables de diseño: tiempo de retención hidráulica, ancho, longitud, profundidad del agua en el humedal, profundidad del humedal y pendiente. Al emplear el algoritmo genético de clasificación no dominada como optimizador evolutivo se utilizó una población junto con un número de generaciones de 100, 200 y 300 durante el proceso de optimización. El objetivo de la optimización multiobjetivo es proporcionar los mejores compromisos entre los objetivos, el cual se visualiza claramente en las superficies de Pareto generadas.

Palabras clave: humedal, optimización multiobjetivo, MOP, agua residual.

Abstract

This paper presents the physical design of a horizontal flow subsurface wetland for the treatment of grey wastewater. The main objective is to optimize the removal efficiency of biochemical oxygen demand by using the NSGA-II algorithm, which is a multi-objective optimization technique. Three objective functions are evaluated: Maximization of removal efficiency, maximization of flow rate, and minimization of wetland volume. Four constraints are defined: Removal efficiency greater than 95%,

physical volume less than 1000 m³, a flow rate greater than 10 m³/d, and a length-to-width ratio between 2 and 4. The objective functions and constraints depend on six design variables, which are: Hydraulic retention time, width, length, water depth in the wetland, substrate depth, and slope. By employing the non-dominated sorting genetic algorithm as an evolutionary optimizer, a population along with a generation number of 100, 200, and 300 were used during the optimization process. The goal of multi-objective optimization is to provide the best trade-offs between objectives, which is clearly visualized in the generated Pareto surfaces.

Keywords: Wetland, Multiobjective optimization, MOP, Waste Water.

Recibido: 21/01/2025

Aceptado: 31/03/2025

Publicado *ahead of print*: 29/04/2025

Versión final: 01/01/2026

Introducción

El tratamiento de aguas residuales se ha convertido en un tema de creciente importancia, especialmente en áreas donde la escasez de agua y la necesidad de reducir la contaminación son críticas (Aguilar, 2019; Arteaga-Cortez *et al.*, 2019; Vidal & Hormazábal, 2018; Cenipalma *et al.*, 2022). Entre las tecnologías más prometedoras para el tratamiento de estas aguas se encuentran los humedales artificiales (HA). Este tipo de tecnologías se caracteriza por su simplicidad operativa y su capacidad para remover contaminantes orgánicos a través de procesos como la biodegradación y sedimentación (Conagua, s.f.; Delgadillo, 2010;

Antonio-Traba, 2023). Sin embargo, a pesar de la simplicidad que presenta su diseño, puede ser tratado como un problema de optimización multiobjetivo debido a la necesidad de equilibrar simultáneamente múltiples factores y criterios de desempeño (Mendez-Valencia, Sánchez-López, & Reyes-Pérez, 2024). Así, Liao, Jin, Chen y Li (2020) examinan uno de los principales canales de drenaje de Beijing, el río Beiyun en China, por donde se descarga el 76 % de las aguas residuales de la ciudad. En tal estudio se diseñó y construyó un HA en la parte baja del río Beiyun, con el objetivo de tratar sus aguas residuales. Para la evaluación y optimización del humedal se empleó el sistema de modelado MIKE 21 para simular la distribución del agua. Después se utilizó el método de jerarquía analítica para analizar los resultados de la simulación. Además, se implementó una red neuronal de retro-propagación, entrenada para cuantificar la relación entre los parámetros hidrológicos y el rendimiento del humedal, basándose en la distribución del agua y las correspondientes clasificaciones. Aunque el proceso de simulación y optimización fue complejo, pues involucró el uso de tres *softwares*, el estudio no incluyó una representación gráfica de las generaciones realizadas para visualizar todas las soluciones. Asimismo, se reportó un tiempo de simulación aproximado de 24 horas, lo que resalta la importancia de tener en cuenta los aspectos temporales en este tipo de análisis.

En Li *et al.* (2022) se realizó un estudio sobre un humedal subsuperficial de flujo horizontal (HSFH) en un sistema rural de tratamiento de aguas residuales, donde se plantaron juncos (*Phragmites australis*) para facilitar la eliminación de contaminantes. Para mejorar la simulación y predicción del rendimiento del HSFH, se desarrolló una red neuronal completamente conectada basada en el algoritmo de

optimización ADAM. Los datos de entrada incluían condiciones climáticas, así como la calidad y cantidad de los afluentes y efluentes. Además, se emplearon análisis de redundancia, partición de variaciones y modelado de trayectorias de mínimos cuadrados parciales para examinar el impacto de las condiciones climáticas y la carga de los afluentes en la calidad del efluente. Aunque el estudio de Li *et al.* (2022) incluye factores climáticos, se limita a generar un único diseño, el cual debe someterse a múltiples pruebas y análisis adicionales para garantizar su eficacia, lo que implica una mayor inversión de tiempo y esfuerzo computacional.

Recientemente, Mendez-Valencia *et al.* (2024) llevaron a cabo la optimización evolutiva de un HSFH para el tratamiento de aguas grises utilizando el algoritmo NSGA-II. Se plantearon dos funciones-objetivo: minimizar el volumen del humedal y maximizar la eficiencia de remoción de contaminantes. Estas funciones-objetivo se definieron en función de seis variables de diseño: tiempo de retención hidráulico, largo, ancho, profundidad del agua, profundidad del medio y pendiente. A partir de dichas variables obtuvieron un conjunto de soluciones que permitió identificar el frente de Pareto. Sin embargo, no se incluyó el caudal como objetivo durante el proceso de optimización, lo que resultó en un caudal mínimo de aguas tratadas.

Además, el espacio de búsqueda de soluciones estuvo restringido a un volumen reducido, lo que limitó la exploración de nuevas configuraciones de diseño. Como se ha observado en los estudios reportados hasta la fecha, el diseño y la construcción de los diferentes HA se efectúa mediante diversas metodologías, pero ninguna aborda el diseño como un problema multiobjetivo, a diferencia de lo propuesto por Mendez-Valencia *et al.* (2024). Esta falta de enfoque multiobjetivo genera una discrepancia significativa, pues en el diseño de un HA es crucial

considerar varios factores de forma simultánea. La omisión de estos factores puede dar lugar a problemas en el desempeño del humedal, lo que, a su vez, implica un mayor consumo de recursos económicos tanto en su construcción como en su mantenimiento. Por lo ya descrito, en el presente trabajo se propone una continuación para mejorar el diseño del HSFH a partir del estudio de Mendez-Valencia *et al.* (2024). Por lo tanto, este trabajo tiene como objetivo principal optimizar el diseño del HSFH utilizando el algoritmo genético multiobjetivo NSGA-II, incorporando tres funciones-objetivo (se incluye el caudal) y cuatro restricciones, para dar como resultado una mejor eficiencia de remoción de contaminante en el HSFH.

El presente trabajo se organiza de la siguiente manera: se describen las ecuaciones de comportamiento del HSFH, y se define el problema de optimización multiobjetivo (MOP), el cual abarca las funciones objetivo, restricciones y variables de diseño. Asimismo, se incluye una descripción concisa del diagrama de flujo que ilustra el funcionamiento del algoritmo NSGA-II. En los resultados numéricos se analizan las superficies de Pareto generadas a partir de los dos objetivos previamente definidos. En la discusión se aborda la optimización multiobjetivo del HSFH y por último se tienen las conclusiones.

Materiales y métodos

El diseño del HSFH se realizó utilizando el algoritmo NSGA-II, una técnica de optimización multiobjetivo que permite abordar varios objetivos simultáneamente, lo cual maximiza la eficiencia de remoción de contaminante, materia orgánica (DBO_5), y caudal de agua contaminada, minimizando el volumen del humedal. Para ello se establece una

concentración de entrada de 220 mg/L de DBO₅, basada en datos reportados en la literatura. Además, dado que este estudio se desarrolla de manera teórica y no se cuenta con un HSFH construido, se identifica un área de oportunidad para su implementación y validación experimental en futuras investigaciones.

Formulación del problema de optimización

Un MOP se formula matemáticamente como:

$$\begin{matrix} \text{Min} \\ \text{Max} \end{matrix} f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)]$$

$$\text{Sujeto a } c(x) = [c_1(x), c_2(x), \dots, c_m(x)] \geq 0 \quad (1)$$

$$\text{Con } x = (x_1, x_2, \dots, x_q) \in X$$

$$x_q^v \leq x_q \leq x_q^u$$

Donde:

$f(x)$ = vector con p funciones-objetivo

$c(x)$ = vector con m funciones de restricción

x = vector con q variables de diseño en el espacio de decisión X , limitando cada variable de diseño entre un límite inferior (x_q^v) y un límite superior (x_q^u)

Para abordar el problema de la Ecuación (1), la literatura reporta el uso de algoritmos genéticos de clasificación no dominada, como el NSGA-II (Deb, 2001; Rangaiah, 2016). Este método es ampliamente reconocido por su eficacia en la resolución de problemas de optimización multiobjetivo, al utilizar un enfoque basado en algoritmos genéticos que permite explorar eficientemente el espacio de soluciones (Deb, 2001).

El algoritmo NSGA-II se basa en cuatro principios clave: la clasificación no dominada, la preservación de élite, la distancia de aglomeración y el operador de selección (Deb, 2001). Estos principios guían la búsqueda y selección de soluciones óptimas para el diseño del HSFH. El algoritmo opera con una población de padres que atraviesa un ciclo de operación, donde los individuos se ajustan a las restricciones del problema. A medida que se generan soluciones, estas se agregan en sucesivas generaciones hasta formar un conjunto óptimo que contiene soluciones viables para el problema. Los resultados finales, obtenidos tras aplicar NSGA-II, se consolidan en la última generación y conforman las soluciones no dominadas, esenciales para construir el frente de Pareto (Deb, 2001).

La Figura 1 muestra un diagrama de flujo del algoritmo. Al inicio se generan las poblaciones a partir de las variables de diseño, y en los pasos sucesivos se crean descendientes, y se evalúan las funciones objetivo y las restricciones.

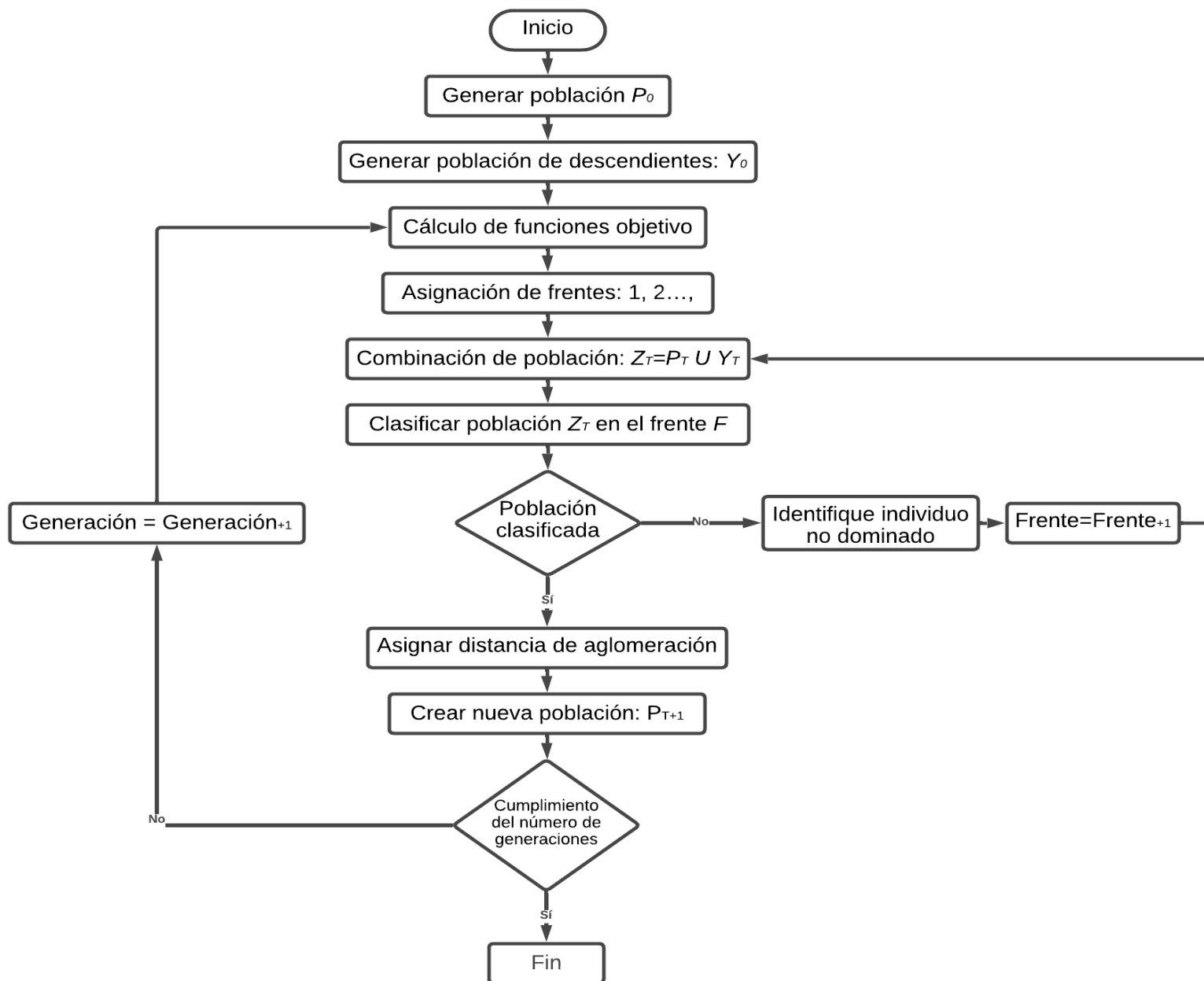


Figura 1. Algoritmo NSGA-II. Fuente: elaboración propia con base en Deb, Pratap, Agarwal y Meyarivan (2002).

Ecuaciones de comportamiento del HSFH

El proceso de diseño de un HSFH se divide en dos etapas: la etapa cinética y la etapa hidráulica. En la primera etapa del diseño se utilizó el modelo de primer orden para calcular la concentración de contaminante a la salida del humedal (Delgadillo, 2010; Dotro *et al.*, 2021). La ecuación utilizada para este propósito fue:

$$C_s = C_e \exp^{-K_T \cdot t} \quad (2)$$

Donde:

C_e, C_s = concentraciones de entrada-salida del contaminante (mg/l)

$K_T = 0.262$ es la constante cinética de primer orden (d^{-1}) (Conagua, s.f.; Delgadillo, 2010)

t = tiempo de retención hidráulico (d)

En la segunda etapa, el dimensionamiento del HSFH considera parámetros hidráulicos como el área superficial (A_s) (m^2) dado por:

$$A_s = \frac{Q \ln \frac{C_e}{C_s}}{K_T h_m n} \quad (3)$$

Donde:

Q = caudal de entrada al humedal (m^3/d)

C_e, C_s = concentraciones de entrada-salida del contaminante (mg/l)

$K_T = 0.262$ es la constante cinética de primer orden (d^{-1}) (Conagua, s.f.; Delgadillo, 2010)

h_m = profundidad del humedal (m)

$n = 0.35$, es la porosidad (Conagua, s.f.; Delgadillo, 2010; Cenipalma *et al.*, 2022)

El ancho del humedal (W) (m) se estima como:

$$W = \frac{1}{h_a} \left(\frac{QA_s}{sK_s} \right)^{0.5} \quad (4)$$

Donde:

h_a = profundidad del agua (m)

Q = caudal de entrada al humedal (m^3/d)

A_s = área superficial (m^2)

s = pendiente (m)

$K_s = 5\,000$ es la conductividad hidráulica (m/d) (Conagua, s.f.; Delgadillo, 2010; Cenipalma *et al.*, 2022)

El largo del humedal (L) (m) se aproxima como:

$$L = \frac{A_s}{W} \quad (5)$$

Donde:

A_s = área superficial (m^2)

W = ancho del humedal (m)

Funciones-objetivo y restricciones

Las funciones-objetivo del MOP dependen de las variables de diseño y deben cumplir con diversas restricciones específicas. Además, es crucial que exista un equilibrio entre ellas, ya que mejorar una puede implicar compromisos en otras. Con base en este análisis y considerando las ecuaciones de (2) a (5), se plantean las funciones-objetivo. Para el volumen del humedal (V_H) (m^3), la función-objetivo se define como:

$$V_H = \frac{t[(h_a + h)_m] W h_a^2 s K_s}{h_m n L} \quad (6)$$

Donde:

t = tiempo de retención hidráulico (d)

h_a = profundidad del agua (m)

h_m = profundidad del humedal (m)

W = ancho del humedal (m)

s = pendiente (m)

$K_s = 5\,000$ es la conductividad hidráulica (m/d) (Conagua, s.f.; Delgadillo, 2010; Cenipalma *et al.*, 2022)

$n = 0.35$ es la porosidad (Conagua, s.f.; Delgadillo, 2010; Cenipalma *et al.*, 2022)

L = largo del humedal (m)

La función-objetivo para la eficiencia de remoción de contaminante (μ) (%) se define como:

$$\mu = 1 - e^{-k_T t} \quad (7)$$

Donde:

$K_T = 0.262$ es la constante cinética de primer orden (d^{-1}) (Conagua, s.f.; Delgadillo, 2010)

t = tiempo de retención hidráulico (d)

El caudal de entrada al humedal se define como función-objetivo:

$$Q = \frac{W h_a^2 s K_s}{L} \quad (8)$$

Donde:

W = ancho del humedal (m)

h_a = profundidad del agua (m)

s = pendiente (m)

$K_s = 5\,000$ es la conductividad hidráulica (m/d) (Conagua, s.f.; Delgadillo, 2010; Cenipalma *et al.*, 2022)

L = largo del humedal (m)

La función-objetivo dada por la Ecuación (6) debe ser minimizada, mientras que las dos funciones-objetivo dadas por las ecuaciones (7) y (8) deben ser maximizadas. Estas funciones-objetivo forman el vector $f(x)$ con $p = 4$ funciones-objetivo en la Ecuación (1). El potencial de mejora de una función-objetivo no es infinito, dado que su desempeño está limitado por diversas restricciones. Estas restricciones son

fundamentales para asegurar la viabilidad y funcionalidad del sistema dentro de parámetros operacionales y de diseño. Considerando lo antes mencionado, se definen cuatro restricciones:

$$\mu \geq 0.95 \quad (9)$$

$$Q > 10 \quad (10)$$

$$V_F < 1000 \quad (11)$$

$$2 \leq \frac{L}{W} \leq 4 \quad (12)$$

Donde:

μ = eficiencia de remoción de contaminante (%)

Q = caudal de entrada al humedal (m^3/d)

V_H = volumen del humedal (m^3)

L = largo del humedal (m)

W = ancho del humedal (m)

La primera restricción, establecida en la Ecuación (9), busca lograr una remoción de contaminantes del 95 % (es decir, $\mu \geq 0.95$), lo que asegura que las concentraciones de salida estén por debajo de los límites establecidos en las normas oficiales mexicanas para la DBO_5 (Semarnap, 1997). Sin embargo, dicha metodología está diseñada específicamente para el tratamiento de aguas residuales grises, por lo que, en caso de

aplicar a otros tipos de aguas, como las aguas negras, será necesario realizar ajustes en el diseño y en los parámetros de optimización.

La segunda restricción, indicada en la Ecuación (10), garantiza un caudal superior a $10 \text{ m}^3/\text{d}$, lo que asegura un volumen adecuado de agua residual tratada. La tercera restricción, presentada en la Ecuación (11), está relacionada con el volumen del humedal y su objetivo es que este no exceda el área disponible para la implementación del HSFH que es de 1000 m^3 .

Finalmente, la cuarta restricción, descrita en la Ecuación (12), establece una relación específica entre L y W del HSFH, con un límite inferior de 2 y un límite superior de 4, con el objetivo de evitar la generación de geometrías idénticas en el diseño del humedal. Tales restricciones forman el vector $c(x)$ con $m = 4$ funciones de restricción en la Ecuación (1). Tanto las funciones objetivo como las restricciones dependen de seis variables de diseño, las cuales son cruciales, pues definen el espacio de búsqueda en el que el algoritmo de optimización opera para maximizar o minimizar los objetivos establecidos. Cada variable puede afectar de modo significativo el rendimiento del sistema, por lo que su correcta selección y ajuste son fundamentales en el proceso de diseño. La Tabla 1 ofrece un resumen detallado de las variables de diseño utilizadas durante el proceso de optimización, al igual que las variables utilizadas en las ecuaciones (2) a (12), que incluyen los rangos de valores basados en la literatura; esto garantiza que las decisiones se fundamenten en información validada. Por lo tanto, es claro que el vector $x = (t, W, L, h_a, h_m, s)$ en la Ecuación (1).

Tabla 1. Variables de diseño.

Variable	Descripción	Literatura	Este trabajo	Unidades
t	Tiempo de retención hidráulico	1-5 ¹ , 2-7 ² , 3-10 ³ , 4-15 ^{4,5}	1-60	d
L	Largo del humedal	1-15 ² , 15-61 ⁶	5-100	m
W	Ancho del humedal	1-60 ² , 5-30 ⁶	5-100	m
h _a	Profundidad del agua	0.4-0.5 ² , 0.3-0.6 ³ , 0.1-0.8 ⁴	0.1-2	m
h _m	Profundidad del humedal	0.1-0.6 ¹ , 0.5-0.6 ² , 0.5-0.8 ³ , 0.7-1.5 ⁴ , 5-8 ⁵	0.1-10	m
s	Pendiente	0-1 ^{1,4} , 0.5-1 ²	0-1	m
A _s	Área superficial	-	-	m ²
C _s	Concentración de salida	-	-	mg/L
C _e	Concentración de entrada	-	-	mg/L
K _s	Conductividad hidráulica	-	-	m/d
K _T	Constante cinética de primer orden	-	-	d ⁻¹
n	Porosidad	-	-	-
Q	Caudal de entrada al humedal	-	-	m ³ /d
V _H	Volumen del HSFH	-	-	m ³
μ	Eficiencia de remoción de contaminante	-	-	%

¹Vidal y Hormazábal (2018)

²Conagua (s.f.)

³Cenipalma *et al.* (2022)

⁴Delgadillo (2010)

⁵Halverson (2004)

⁶Rincón-Santamaría (2020)

De acuerdo con la literatura y para fines comparativos, la Tabla 1 no solo incluye el rango de valores de cada variable de diseño, sino que también garantiza que las decisiones se basen en información verificada. No obstante, para enriquecer el proceso de búsqueda de soluciones, se amplía el espacio de decisión, extendiendo los rangos de valores de las variables de diseño.

Resultados

A continuación se detallan los resultados obtenidos a través de la aplicación del algoritmo NSGA-II para la optimización del HSFH. El proceso de ejecución del algoritmo NSGA-II y la evolución de las funciones objetivo se realizaron en una computadora equipada con una CPU Intel Core i5 de 1.6 GHz y una memoria RAM de 4 GB, bajo un sistema operativo Windows 10; el lenguaje en el que se programó el algoritmo NSGA-II es C.

Funciones-objetivo y restricciones

El algoritmo NSGA-II genera un conjunto de soluciones basado en el tamaño de la población (P) y número de generaciones (G). Estas soluciones, conocidas como no dominadas, están determinadas por las restricciones y variables de diseño indicadas en la Tabla 1. Para ofrecer una visión más clara del rendimiento y la evolución del algoritmo bajo distintas configuraciones, se ha generado la Tabla 2, que resume a cuatro individuos (i) aleatoriamente de cada una de las poblaciones propuestas, donde $i = 4$ de un total de 100, $i = 4$ de un total de 200 e $i = 4$ de un total de 300, que corresponde al conjunto de soluciones que son todas

aceptadas de la última generación; destaca cómo varían al ajustar los valores de P y G para las funciones-objetivo descritas en las ecuaciones (6) a (8).

Tabla 2. Funciones-objetivo y restricciones.

P	G	i	Función-objetivo			Restricciones			
			μ	Q	V_H	μ	Q	V_H	L/W
100	100	1	0.986	12.644	607.357	0.036	2.644	392.643	0.576
		2	0.977	17.651	754.551	0.027	7.651	245.449	0.202
		3	0.961	20.367	746.169	0.011	10.367	253.831	0.069
		4	0.958	13.904	495.991	0.008	3.904	504.009	0.475
200	200	1	0.972	12.142	503.592	0.022	2.142	496.408	0.808
		2	0.958	18.388	660.263	0.008	8.388	339.737	0.717
		3	0.978	19.059	840.599	0.028	9.059	159.401	0.623
		4	0.996	15.440	964.405	0.046	5.440	35.595	0.385
300	300	1	0.985	16.483	792.242	0.035	6.483	207.758	0.769
		2	0.993	13.188	744.956	0.043	3.188	255.044	0.119
		3	0.967	18.961	733.688	0.017	8.961	266.312	0.142
		4	0.959	25.678	936.150	0.009	15.678	63.851	0.103

En el análisis detallado de los datos presentados en la cuarta columna de la Tabla 2 se destacan las eficiencias de remoción de contaminantes superiores al 95 % (equivalente a $\mu \geq 0.95$) que cumplen con la restricción definida en la Ecuación (9). Este nivel de eficiencia garantiza que las concentraciones de DBO_5 sean inferiores a 20 mg/l, con lo cual se cumplen los límites máximos permisibles establecidos por la

NOM-003-SEMARNAT-1997 en México. En la quinta columna se observan los resultados del caudal de entrada (Q) al HSFH; se obtienen caudales superiores a los $10 \text{ m}^3/\text{d}$, que cumplen con la restricción indicada en la Ecuación (10), donde se observa cómo el NSGA-II maximiza esta función-objetivo, lo cual implica que a un mayor caudal un mayor volumen de agua tratada. En cuanto a la última función-objetivo respecto al volumen del humedal (V_H), a partir de la Ecuación (11), los datos muestran que en todos los casos se mantiene por debajo de los $1\,000 \text{ m}^3$, como se indica en la sexta columna de la Tabla 2. Esto demuestra que al reducir el volumen del HSFH se obtienen altas eficiencias de remoción de contaminante superiores al 95 %. Finalmente, las columnas 7-10 de la Tabla 2 corresponden a los valores de las restricciones obtenidas por el NSGA-II definidas por las ecuaciones (9) a (12). Tales restricciones limitan el espacio de búsqueda de soluciones y permiten obtener solo las mejores configuraciones de diseño del HSFH.

Variables de diseño

Las variables de diseño descritas en la Tabla 1 son fundamentales, pues influyen de manera directa en el rendimiento, eficacia del sistema de tratamiento y están intrínsecamente ligadas con las funciones-objetivo del proceso de optimización. En la Tabla 3 se detallan las variables de diseño que han sido seleccionadas por NSGA-II para diversas configuraciones del HSFH. Se presentan los resultados de cuatro individuos (i) seleccionados de modo aleatorio de cada una de las poblaciones propuestas, donde $i = 4$ de un total de 100, $i = 4$ de un total de 200 e $i = 4$ de un total de 300; estas soluciones son todas aceptadas de la última generación. Asimismo, el propósito de que NSGA-II

proporcione estas variables de diseño está vinculado con la rápida obtención de los datos requeridos por el especialista en la construcción física del HSFH.

Tabla 3. Variables de diseño.

P	G	i	t	W	L	h_a	h_m	s
100	100	1	16.280	9.508	33.997	0.146	4.482	0.423
		2	14.457	12.958	41.497	0.154	4.404	0.478
		3	12.411	11.803	36.227	0.149	4.492	0.563
		4	12.130	12.827	44.578	0.131	4.477	0.560
200	200	1	13.589	11.218	42.722	0.197	2.894	0.237
		2	12.070	11.177	41.546	0.201	4.864	0.339
		3	14.540	12.588	45.602	0.228	3.698	0.265
		4	20.895	11.764	39.822	0.221	4.779	0.214
300	300	1	15.989	13.693	51.611	0.128	2.456	0.757
		2	18.805	14.092	43.954	0.110	2.150	0.674
		3	13.028	13.831	43.462	0.127	3.202	0.742
		4	12.202	13.786	42.783	0.147	3.224	0.733

En la cuarta columna se observan los valores del tiempo de retención hidráulico, en donde el promedio $P=G=100$ es igual a 13.820, $P=G=200$ es igual a 15.273 y para $P=G=300$ es igual a 15.006. Delgadillo (2010) y Halverson (2004) reportan un rango de 4 a 15 días; comparando los promedios se demuestra que los valores obtenidos por NSGA-II caen dentro del valor máximo que reportan dichos autores. Respecto a los valores obtenidos del ancho del HSFH, según lo reportado por Rincón-

Santamaría (2020), se encuentran entre 5 y 30 metros; mientras que Conagua (s.f.) reporta un valor de 1 a 60 metros; es evidente que los datos obtenidos por NSGA-II caen dentro lo reportado por ambos autores.

Los valores del largo del HSFH, Conagua (s.f.) y Rincón-Santamaría (2020) reportan un rango de 1-15 metros y de 15-61 metros, respectivamente; los resultados obtenidos por el NSGA-II caen dentro de lo reportado por Rincón-Santamaría (2020). En la séptima columna se observan los valores obtenidos por NSGA-II para la profundidad del agua de 0.110-0.228, que caen dentro de los que reporta Delgadillo (2010). Mientras que para la profundidad del HSFH reportada por Halverson (2004) se encuentra en un rango de 5-8 metros, con el NSGA-II se obtuvieron valores entre 2.150 y 4.864 metros, que están en el límite inferior reportados por Halverson (2004). Por último, la novena columna muestra los valores de la pendiente, que se obtuvieron con NSGA-II, los cuales, comparados con Vidal y Hormazábal (2018), Delgadillo (2010) y Conagua (s.f.) se encuentran dentro del rango que reportan.

Superficies de Pareto

Las superficies de Pareto se obtienen reprocesando las soluciones identificadas por NSGA-II para las funciones-objetivo mediante el uso de *Matlab Online* (MathWorks, s.f.). Las superficies de Pareto ilustran las interacciones y compensaciones entre las diversas funciones-objetivo a través de su confrontación para los diferentes valores de P y G. En la Figura 2, Figura 3 y Figura 4 se presentan las superficies de Pareto de la confrontación de μ vs. Q vs. V_H , donde se observa que a mayor densidad de población mejora la visualización de las soluciones no dominadas partir de los valores iniciales de P y G. En la Figura 2 y Figura 4, cada punto

representa una solución aceptada que cumple con las restricciones del problema, por lo cual todas las soluciones son válidas y se obtiene más de un diseño óptimo de HSFH.

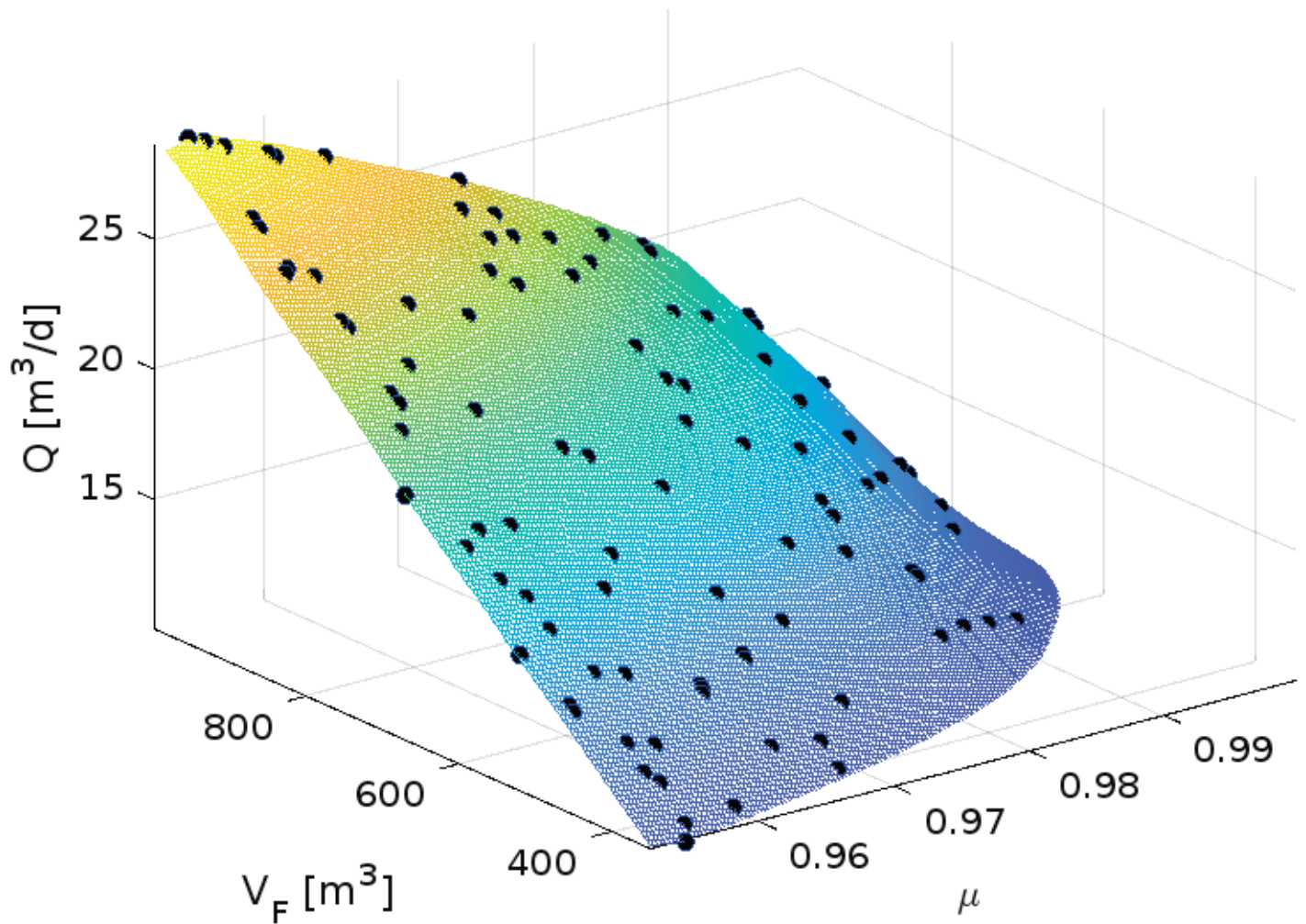


Figura 2. Superficie de Pareto para $P = 100$ y $G = 100$.

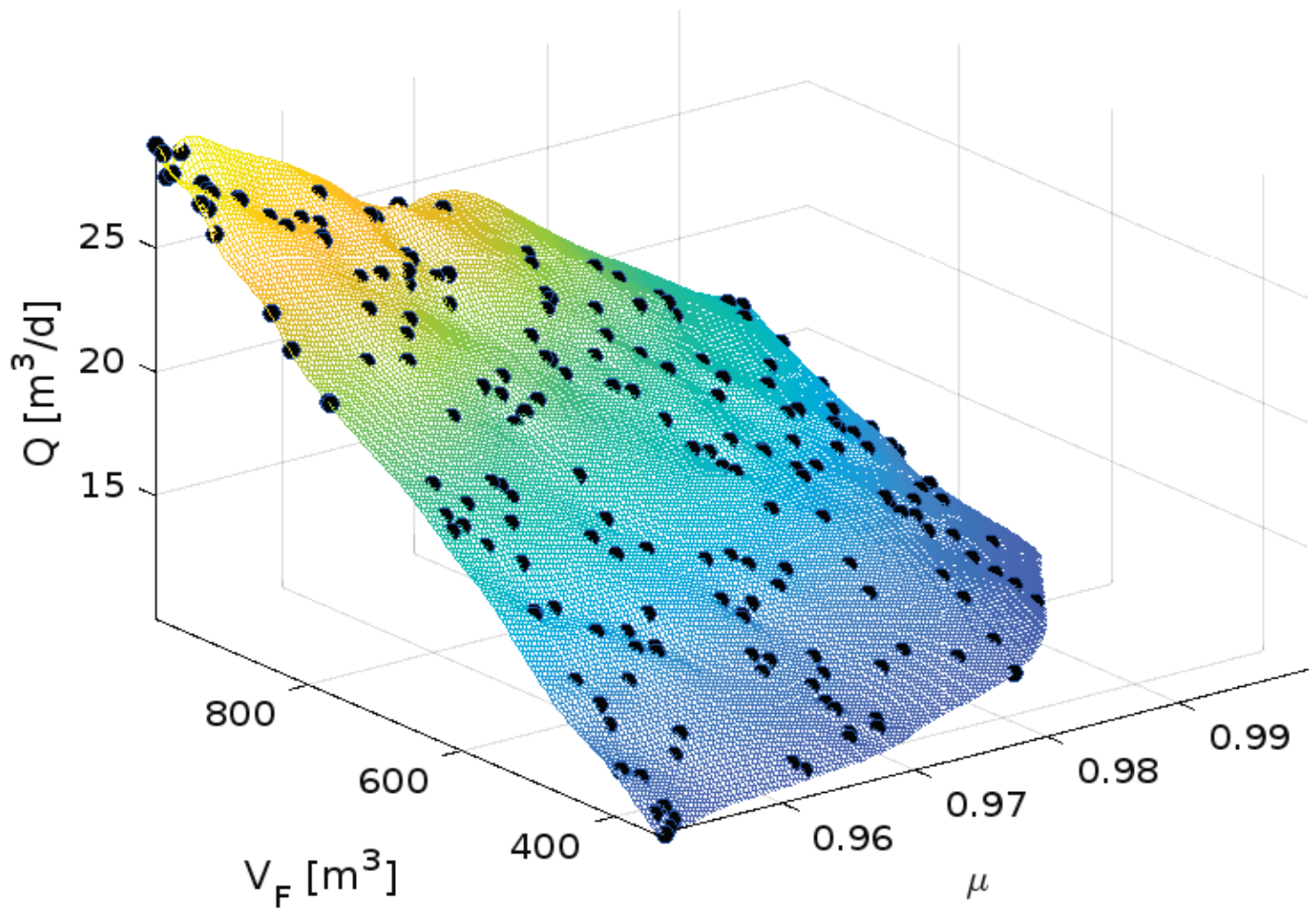


Figura 3. Superficie de Pareto para $P = 200$ y $G = 200$.

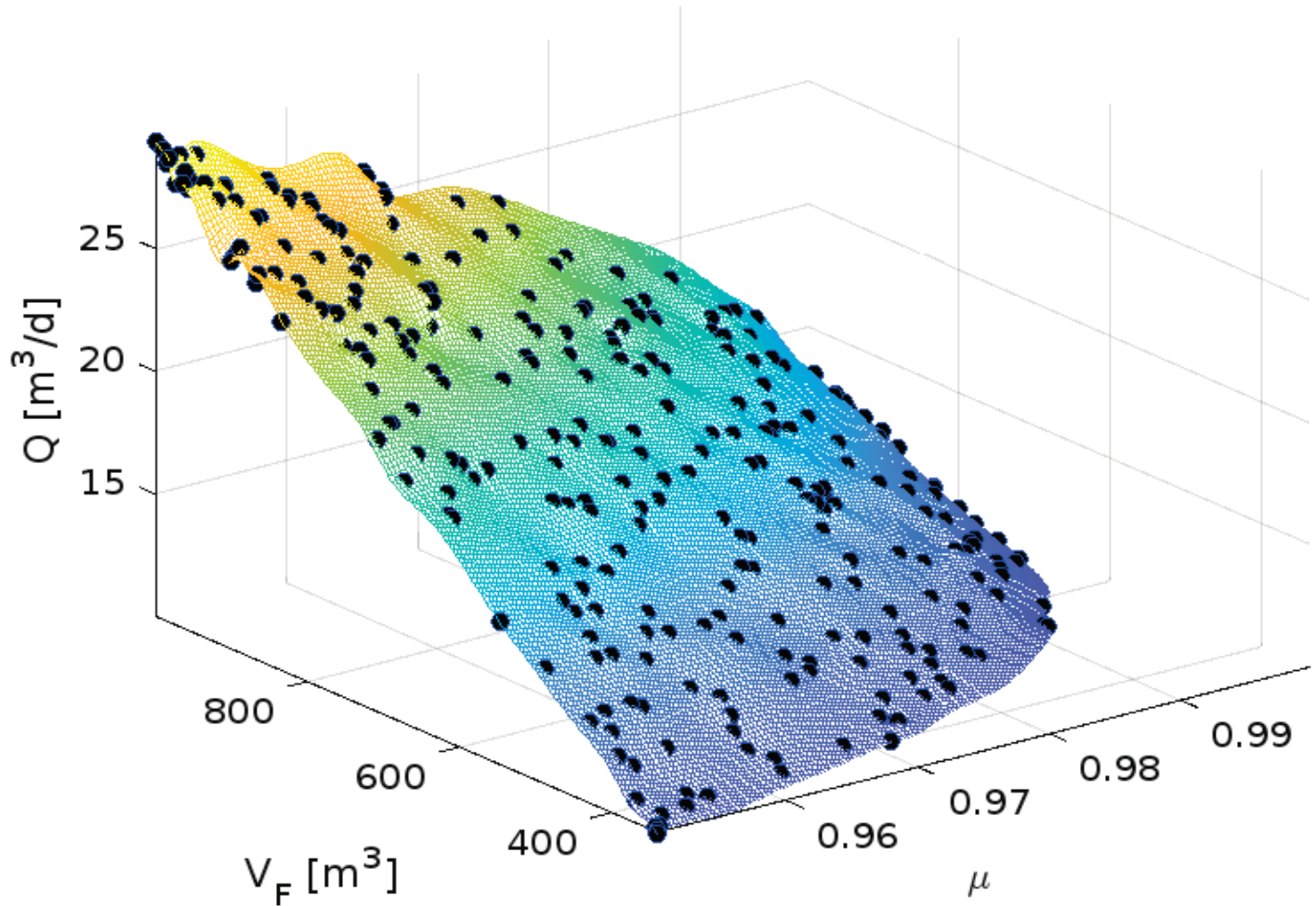


Figura 4. Superficie de Pareto para $P = 300$ y $G = 300$.

En este contexto, al seleccionar cualquier punto de la superficie de Pareto, se muestra la información relacionada con el diseño del HSFH a partir del NSGA-II, como se ilustra en la Figura 5. De esta solución se tiene $\mu = 0.972$ (equivalente a $\mu \geq 0.97\%$), $Q = 12.124 \text{ m}^3/\text{d}$, $V_H = 503.592 \text{ m}^3$, $t = 13.589 \text{ d}$, $W = 11.218 \text{ m}$, $L = 42.722 \text{ m}$, $h_a = 0.197 \text{ m}$, $h_m = 2.894 \text{ m}$ y $s = 0.237 \text{ m}$. Estos resultados demuestran que el algoritmo NSGA-II es una herramienta robusta que, al adaptarse a las características específicas del diseño del HSFH, permite obtener configuraciones optimizadas para mejorar la eficiencia en el tratamiento

de aguas residuales mediante métodos físicos. Esto refuerza la viabilidad del sistema y su potencial para la reutilización en la gestión de aguas residuales grises.

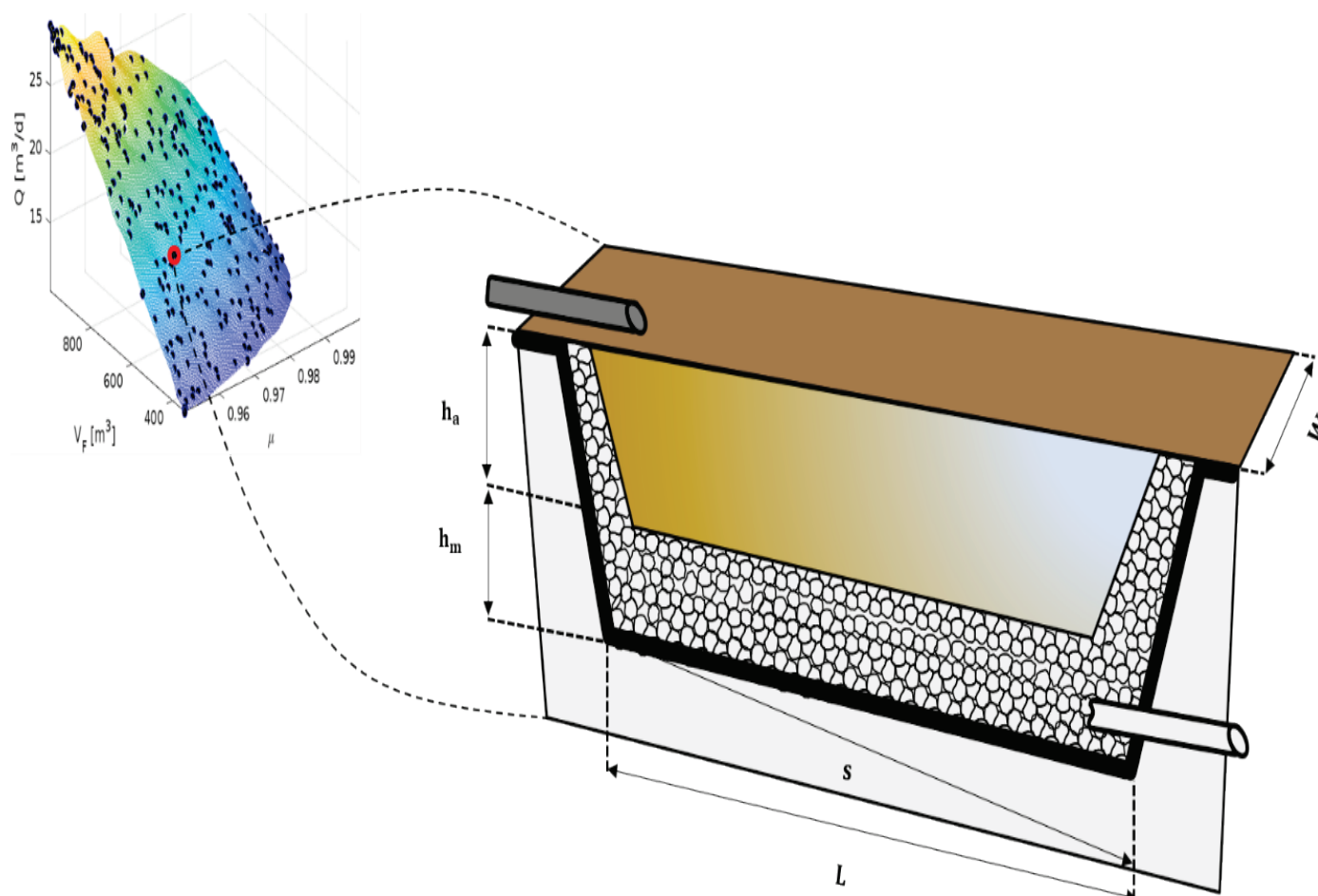


Figura 5. Representación del HSFH.

Los resultados obtenidos con la metodología propuesta se comparan con diversas configuraciones de diseño de HFSH encontradas en la literatura. Al seleccionar un individuo de la superficie de Pareto y analizar su diseño, es posible establecer comparaciones con otros diseños previamente propuestos, tal como se detalla en la Tabla 4.

Tabla 4. Comparación con otros trabajos.

Función objetivo/variable de diseño	Aguilar (2019)	Basantes- Cascante (2021)	Velásquez <i>et al.</i> (2022)	Mendez-Valencia, Sánchez-López, & Reyes-Pérez (2024)	Este trabajo
μ	96.480	95.000	87.500	96.800	97.200
Q	72.010	148.180	7.800	10.197	12.124
V_H	917.025	351.250	92.400	401.445	503.592
t	8.240	7.000	4.510	13.122	13.589
W	247.310	261.240	9.600	27.446	11.218
L	15.220	26.300	38.500	74.869	42.722
h_a	0.450	0.500	-	0.100	0.197
h_m	-	-	0.250	2.000	2.894
s	1.000	1.000	2.000	0.556	0.237

Como se ha reportado en la literatura, los diseños de HSFH suelen ser completamente personalizados. Además, es habitual que solo se consideren las variables h_a o h_m para el dimensionamiento, con valores de s generalmente fijados en 0 a 2. Asimismo, estos estudios suelen trabajar con una única relación entre L y W, lo que limita la exploración de diversas configuraciones. Ello plantea dudas sobre la posibilidad de alcanzar un diseño realmente óptimo, pues al generar un único diseño pueden surgir discrepancias en su aplicación práctica. Es importante señalar que las referencias citadas reportan un único diseño personalizado, mientras que la metodología desarrollada permite identificar múltiples configuraciones de diseños aceptables. Como se observa en la Figura 2 y Figura 4, cada punto representa una configuración de diseño. Por ejemplo, en la Figura

4, con $P = 300$, se presentan 300 configuraciones de diseño viables para el HSFH.

Discusión

Los resultados obtenidos mediante el uso del algoritmo NSGA-II muestran un claro balance entre las tres funciones-objetivo planteadas: maximizar la eficiencia de remoción, maximizar el caudal y minimizar el volumen del HSFH. La evolución de los resultados a través de las simulaciones con diferentes tamaños de P y G resaltan la importancia de un enfoque multiobjetivo en el diseño del HSFH. El aumento en el número de individuos y generaciones en cada simulación permite mejorar la calidad de las soluciones, reflejado en una mayor densidad de población de las superficies de Pareto, como se muestra en la Figura 4. Esto indica que con un mayor número de simulaciones es posible obtener diseños que optimizan de manera más efectiva los tres funciones-objetivo de modo simultáneo.

Una de las principales ventajas del uso del algoritmo NSGA-II es la capacidad de manejar restricciones, lo cual fue clave para asegurar que los diseños generados cumplieran con la normativa vigente, como la NOM-003-SEMARNAT-1997. Todos los diseños obtenidos en las simulaciones superaron el 95 % de remoción de la DBO_5 y demostraron la efectividad del humedal en el tratamiento de aguas residuales grises. Asimismo, las restricciones sobre el caudal y el volumen del humedal desempeñaron un papel crucial para evitar el sobredimensionamiento del HSFH. La principal contribución de este estudio es la metodología del diseño del HSFH utilizando optimización multiobjetivo, la cual es una opción factible que permite integrar de manera eficiente múltiples factores relevantes para el

diseño de dichos sistemas. Estos hallazgos sugieren que la relación largo-ancho entre 2 y 4 fue un factor determinante para garantizar que los valores varíen del largo-ancho del HSFH. Los resultados de las variables de diseño que se obtuvieron del algoritmo NSGA-II se comparan con las reportadas en la literatura, como se muestra en la Tabla 1, y evidencia que todas las variables de diseño que se obtuvieron en este trabajo se encuentran dentro de los rangos reportados por los diferentes autores que realizaron los trabajos en campo mediante experimentación. De igual manera, los resultados por el NSGA-II son los siguientes: 12-20 días para el tiempo de retención hidráulico, 9-14 metros para el ancho del humedal, 33-51 metros para el largo, 0.1-0.2 metros para la profundidad del agua, 2-4 metros para la profundidad del HSFH, 0-1 metros para la pendiente. Cabe destacar que en este estudio se amplió de forma significativa el rango de búsqueda para cada una de estas variables de diseño; los resultados obtenidos permanecen alineados con los valores reportados, lo que refuerza la validez de NSGA-II.

Respecto al análisis de los resultados que se obtuvieron de las superficies de Pareto, permiten identificar y visualizar las soluciones de las funciones-objetivo de las últimas generaciones, que corresponden a $P = G = 100$, $P = G = 200$, $P = G = 300$, que cumplen con todas las restricciones establecidas en el problema. La generación de estos gráficos resulta fundamental en los procesos de diseño para la optimización, que proporcionan una representación clara de las alternativas óptimas, lo cual facilita la toma de decisiones informada, al evaluar los compromisos entre las diferentes funciones-objetivo planteadas, al contar con más de una solución. En las superficies de Pareto se visualizan todas estas soluciones sin la necesidad de recurrir al banco de datos generado por NSGA-II, por

lo tanto se obtienen más de 100 diseños que cumplen con especificaciones optimizadas y confiables.

En relación con los resultados obtenidos con la metodología propuesta, se realizó una comparación con los trabajos de otros autores, como Aguilar (2019), Basantes-Cascante (2021) y Velásquez *et al.* (2022). Tales estudios emplean métodos tradicionales basados en reglas generales, modelos de flujo de pistón y la ley de Darcy. Si bien estas técnicas han sido útiles para el dimensionamiento de humedales subsuperficiales, presentan limitaciones, pues carecen de análisis más rigurosos, lo que puede generar incertidumbre en los diseños y derivar en sistemas menos eficientes y con posibles errores operativos; dichas metodologías suelen arrojar un único diseño personalizado. Con la contribución metodológica en este trabajo se logra más de un diseño de HSFH, el cual es capaz de adaptarse a cualquier necesidad de diseño. Para conseguir los resultados con la contribución metodológica son importantes tres funciones-objetivo y seis variables de diseño. La eficiencia de remoción de contaminante, caudal de estrada y volumen del HSFH son las funciones-objetivo, mientras que las variables de diseño son tiempo de retención hidráulico, ancho, largo, profundidad del agua, profundidad del HSFH y la pendiente.

Cabe destacar que al comparar este trabajo con Aguilar (2019) y Basantes-Cascante (2021), se observan similitudes en términos de la eficiencia de remoción de contaminantes, que va de 95 a 96.48 (%); en este trabajo se obtuvo 97.200 (%). Sin embargo, el caudal utilizado en estos estudios presenta una variabilidad considerable, ya que va de 72 a 148.18 (m³/d), mientras en este trabajo fue de 12.124 (m³/d). El caudal de entrada impacta directamente en el volumen de los humedales diseñados que va de 351.25 a 917 (m³); en este trabajo se obtuvo de

503.592 (m³). Además, el tiempo de retención hidráulica reportado por estos autores resulta entre 7 y 8.24 (d), para este trabajo fue de 13.589 (d), esto debido a que utilizan pendiente estándar de 1 (m), la cual es mayor a la reportada en este trabajo, que fue de 0.237 (m). Esto representa una desventaja para Aguilar (2019), Basantes-Cascante (2021), pues no exploran otras alternativas de pendiente en su diseño, solo muestran el valor de profundidad de agua que va de 0.45 a 0.5 (m) mientras que para este trabajo fue de 0.197 (m).

Mientras que en el estudio de Velásquez *et al.* (2022) se evidencia una diferencia notable en la eficiencia de remoción de contaminantes de 87.500 (%), en este trabajo fue igual a 97.200 (%). Esto se debe principalmente al uso de una pendiente de 2 (m), comparada con 0.237 (m) de este trabajo, que reduce significativamente el tiempo de retención hidráulico a 4.51 (d), respecto a 13.589 (d) de este trabajo, que afecta negativamente la eficiencia del sistema. En cuanto a la profundidad del HSFH, Velásquez *et al.* (2022) reportan un valor de 0.250 (m), en comparación con el obtenido de 2.894 (m), que representa una diferencia de 2.6 (m), con la ventaja de una mejor distribución del flujo de agua a través del HSFH. Estos resultados resaltan la importancia de realizar análisis detallados y utilizar enfoques de optimización avanzados, como el NSGA-II, para garantizar diseños más eficientes y ajustados a los requerimientos específicos; los resultados obtenidos con el algoritmo NSGA-II demuestran su alta eficiencia en el diseño de HSFH; destacan ventajas significativas frente a las metodologías tradicionales basados en reglas generales, modelos de flujo de pistón y la ley de Darcy. Una de las principales fortalezas del NSGA-II es su capacidad para generar múltiples diseños óptimos en lugar de limitarse a una única solución, lo que amplía las posibilidades de elección según los requisitos específicos del proyecto.

Futuras investigaciones podrían involucrar el diseño real de un HSFH e implicar procesos complejos de depuración de contaminantes tanto biológicos como químicos, que representan desafíos adicionales en un contexto más realista. La metodología propuesta en este trabajo establece una base sólida para abordar de manera integrada el diseño biológico y químico, y sienta las bases para futuras mejoras y aplicaciones.

Conclusiones

El diseño de HSFH para el tratamiento de aguas residuales grises utilizando el algoritmo NSGA-II ha demostrado ser una herramienta efectiva para optimizar múltiples funciones-objetivo de diseño. A través de la optimización multiobjetivo se logró maximizar la eficiencia de remoción de la DBO_5 , así como el caudal de entrada, mientras se minimizó el volumen del humedal. Los resultados obtenidos a partir de las simulaciones realizadas con diferentes valores de población y generaciones permitieron identificar que el incremento en el número de individuos y generaciones mejora la calidad y diversidad de las soluciones. En particular, la simulación con 300 individuos y 300 generaciones presentó los mejores resultados en términos de balance entre las tres funciones-objetivo, cumpliendo con todas las restricciones impuestas. El cumplimiento de las restricciones, como la eficiencia de remoción superior al 95 %, el caudal mínimo de $10 \text{ m}^3/\text{d}$ y el volumen máximo del humedal de $1\,000 \text{ m}^3$, garantiza que los diseños generados no solo sean técnicamente viables, sino también eficientes en términos de espacio y operación. Esto subraya la importancia del empleo de técnicas avanzadas de optimización en el diseño de sistemas de tratamiento de aguas

residuales. En conclusión, el algoritmo NSGA-II ofrece una metodología robusta para el diseño optimizado de humedales subsuperficiales y permite abordar problemas complejos con múltiples funciones-objetivo y restricciones, lo que contribuye a la creación de soluciones sostenibles y eficientes para el tratamiento de aguas residuales grises.

Agradecimientos

Se expresa un profundo agradecimiento a la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (Secihti) por la beca otorgada, cuyo apoyo fue fundamental para la ejecución de este proyecto.

Referencias

- Aguilar, K. A. (2019). *Diseño de un sistema de tratamiento de aguas residuales con humedales artificiales para la comunidad de Charcay, Provincia del Cañar (Ecuador)* (tesis de maestría). Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España. Recuperado de <https://core.ac.uk/reader/275645690>
- Antonio-Traba, L. (2023). Humedales y gobernanza ambiental como enfoque para su planificación-gestión. Estado de situación en la Argentina. *Tecnología y ciencias del agua*, 14(5), 1-53. DOI: <https://doi.org/10.24850/j-tyca-14-05-01>
- Arteaga-Cortez, V. M., Quevedo-Nolasco, A., Valle-Paniagua, D. H. D., Castro-Popoca, M., Bravo-Vinaja, Á., & Ramírez-Zierold, J. A. (2019). Estado del arte: una revisión actual a los mecanismos que realizan los humedales artificiales para la remoción de nitrógeno y fósforo. *Tecnología y ciencias del agua*, 10(5), 319-343. DOI: <https://doi.org/10.24850/j-tyca-2019-05-12>

- Basantes-Cascante, C. E. (2021). *Diseño de un sistema de humedales artificiales para el tratamiento de las aguas residuales de la comunidad de Alacao, provincia de Chimborazo (Ecuador)*. Recuperado de <http://hdl.handle.net/10251/177715>
- Conagua, Comisión Nacional del Agua. (s.f.). *Manual de agua potable, alcantarillado y saneamiento. Diseño de plantas de tratamiento de aguas residuales municipales: humedales artificiales*. Recuperado de <https://files.conagua.gob.mx/conagua/mapas/SGAPDS-1-15-Libro25.pdf>
- Cenipalma, Corporación Centro de Investigación en Palma de Aceite, Gonzalez-Diaz, A., Rodríguez, N., García-Núñez, J. A., Ruiz-Álvarez, E., Acero-Hernández, J. H., & Reyes-Ávila, W. A. (2022). *Humedales artificiales como alternativa para el tratamiento terciario de efluentes de planta de beneficio de palma de aceite*. Bogotá, Colombia: Corporación Centro de Investigación en Palma de Aceite, Cenipalma. Recuperado de <https://repositorio.fedepalma.org/handle/123456789/141561#page=2>
- Deb, K. (2001). *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. Weinheim, Alemania: Wiley.
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. A. M. T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), 182-197. DOI: <https://doi.org/10.1109/4235.996017>
- Delgadillo, O. (2010). *Depuración de aguas residuales por medio de humedales artificiales*. Cochabamba, Bolivia: Nelson Antequera.

- Dotro, G., Langergraber, G., Molle, P., Nivala, J., Puigagut, J., R. Stein, O., & Von Sperling, M. (2021). *Humedales para tratamiento*. London, UK: IWA Publishing.
- Halverson, N. (2004). *Review of constructed subsurface flow vs. surface flow wetlands (No. WSRC-TR-2004-00509)*. Savannah River Site (SRS), Aiken, SC (United States). DOI: <https://doi.org/10.2172/835229>
- Liao, R., Jin, Z., Chen, M., & Li, S. (2020). An integrated approach for enhancing the overall performance of constructed wetlands in urban areas. *Water Research*, 187, 116443. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.watres.2020.116443>
- Li, P., Zheng, T., Li, L., Lv, X., Wu, W., Shi, Z., Zhou, X., Zhang, G., Ma, Y., & Liu, J. (2022). Simulating and predicting the performance of a horizontal subsurface flow constructed wetland using a fully connected neural network. *Journal of Cleaner Production*, 380, 134959. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2022.134959>
- MathWorks. (s.f.). MATLAB. Recuperado de <https://la.mathworks.com/products/matlab.html>
- Mendez-Valencia, J., Sánchez-López, C., & Reyes-Pérez, E. (2024). Multi-objective design of a horizontal flow subsurface wetland. *Water*, 16(9), 1253. DOI: <https://doi.org/10.3390/w16091253>
- Rangaiah, G. P. (ed.). (2016). *Multi-objective optimization: Techniques and applications in chemical engineering* (Vol. 5). Singapur: World Scientific.
- Rincón-Santamaría, A. (2020). *Humedales construidos para tratamiento de aguas residuales domésticas y aguas ricas en metales*. Recuperado de <https://repositorio.ucm.edu.co/handle/10839/4221>

- Semarnap, Secretaría de Medio Ambiente, Recursos Naturales y Pesca. (1997). *NORMA Oficial Mexicana NOM-003-ECOL-1997, que establece los límites máximos permisibles de contaminantes para las aguas residuales tratadas que se reúsen en servicios al público*. Recuperado de https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/311363/NOM_003_SEMARNAT.pdf
- Velásquez, M. G., Mendoza, P. C., Espinoza, A. J. G., Casas, E. P. P., Mendoza, T. O. B., & Casas, E. L. P. (2022). Alternativa de tratamiento terciario de aguas residuales mediante humedal de flujo subsuperficial para reúso agrícola. *Alfa Revista de Investigación en Ciencias Agronómicas y Veterinaria*, 6(18), 503-515. DOI: <https://doi.org/10.33996/revistaalfa.v6i18.186>
- Vidal, G., & Hormazábal, S. (2018). *Humedales construidos: diseño y operación*. Concepción, Chile: Universidad de Concepción. Recuperado de <http://biblioteca.cehum.org/handle/CEHUM2018/1779>