

DOI: 10.24850/j-tyca-2026-01-04

Artículos

## **Análisis experimental de la turbulencia y la erosión local en una pila de puente de sección cuadrada en un canal con una derivación a 90 grados**

### **Experimental analysis of turbulence and local erosion in a squares-section bridge pier in channel with a 90 degree derivation**

Camila Carrión<sup>1</sup>, ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-1217-0893>

Khaled Hamad-Mohamed<sup>2</sup>, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9365-9602>

Joseph Sánchez-Balseca<sup>3</sup>, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1741-3229>

Jorge Escobar-Ortiz<sup>4</sup>, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3862-1657>

<sup>1</sup>Facultad de Infraestructura, Hábitat y Creatividad, Pontificia Universidad Católica del Ecuador (PUCE), Ecuador, [cinthyacamila.carrion@gmail.com](mailto:cinthyacamila.carrion@gmail.com)

<sup>2</sup>Centro de Investigaciones y Estudios de Ingeniería de los Recursos Hídricos & Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador, [khaled.hamad@epn.edu.ec](mailto:khaled.hamad@epn.edu.ec)

<sup>3</sup>Facultad de Infraestructura, Hábitat y Creatividad, Pontificia Universidad Católica del Ecuador (PUCE), Ecuador, [jsanchez450@puce.edu.ec](mailto:jsanchez450@puce.edu.ec)



<sup>4</sup>Centro de Investigaciones y Estudios de Ingeniería de los Recursos Hídricos & Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador, jorge.escobaro@epn.edu.ec

Autor para correspondencia: Khaled Hamad-Mohamed,  
khaled.hamad@epn.edu.ec

## Resumen

Un adecuado análisis de la socavación, transporte y sedimentación de partículas permite mitigar los efectos de erosión sobre las estructuras construidas sobre un cauce hídrico, tal como ocurre con los puentes. La presente investigación utilizó un canal de bifurcación de 90 grados, a escala de laboratorio, de 0.60 m de ancho y profundidad, de 6 m de longitud para el canal principal y 2.2 m para el canal secundario. En el centro de la bifurcación del canal se instaló una pila de sección cuadrada de lado igual a 0.10 m y alto de 0.90 m. La profundidad del sedimento en el canal es de 0.20 m, que reposa sobre 0.10 m de grava. Se utilizó un medidor ultrasónico de efecto Doppler (ADV) para determinar las velocidades instantáneas. La pila incrementó considerablemente la socavación aguas arriba de la estructura, determinando una máxima socavación de -0.182 m. Además, se observó que la velocidad instantánea en la dirección del flujo  $U_x$  tiene valores máximos de 0.30 m/s cercanos a la velocidad media del flujo (0.33 m/s), lo que identifica cómo la pila alteró el patrón del flujo y creó zonas de alta turbulencia. Las velocidades turbulentas, en específico cerca del lecho del canal, llegan a tener picos de 0.10 m/s en  $U'_x$ . Aguas abajo, las tensiones de Reynolds,  $\tau_{xx}$ , cercanas a la pila, fueron máximas, entre 0.02 y 0.04 (m/s)<sup>2</sup> para una altura de z



= 0.08 m y decrecen a valores inferiores a 0.015 (m/s)<sup>2</sup> para z = 0.11 m, lo que indica que la presencia de la pila genera un aumento en el transporte de sedimentos y contribuye a procesos erosivos intensos en su alrededor. Cerca del lecho del canal (z = 0.08 m), las escalas de longitud de Kolmogórov tuvieron valores reducidos entre 0.1 y 0.3 mm, lo que refleja la presencia de estructuras turbulentas de tamaño limitado y gran intensidad.

**Palabras clave:** socavación, erosión local, turbulencia, transporte de sedimentos, bifurcación, pilas de puente, ADV.

## Abstract

An adequate analysis of scour, transport, and sedimentation of particles allows for the mitigation of erosion effects on structures built over a watercourse, as is the case with bridges. The present research utilized a 90-degree bifurcation channel, constructed at a laboratory scale, measuring 0.60 m in width and depth, with a main channel length of 6 m and a secondary channel length of 2.2 m. At the center of the channel bifurcation, a square-section pile measuring 0.10 m on each side and 0.90 m in height was installed. The sediment depth in the channel is 0.20 m, resting on 0.10 m of gravel. An Acoustic Doppler Velocimeter (ADV) was employed to determine instantaneous velocities. The pile significantly increased the scour upstream of the structure, resulting in a maximum scour of -0.182 m. Additionally, it was observed that the instantaneous velocity in the flow direction  $U_x$  reached maximum values of 0.30 m/s, close to the mean flow velocity (0.33 m/s), indicating how the pile altered the flow pattern, creating zones of high turbulence. Turbulent velocities, specifically near the channel bed, peaked at 0.10 m/s in  $U'_x$ . Downstream,

the Reynolds stresses  $\tau_{xx}$  near the pile were maximal, ranging from 0.02 to 0.04  $(\text{m/s})^2$  at a height of  $z = 0.08 \text{ m}$ , then decreasing to values below 0.015  $(\text{m/s})^2$  for  $z = 0.11 \text{ m}$ , indicating that the presence of the pile generates an increase in sediment transport and contributes to intense erosional processes in its vicinity. Near the channel bed ( $z = 0.08 \text{ m}$ ), the Kolmogorov length scales were reduced to values between 0.1 and 0.3 mm, reflecting the presence of turbulent structures with limited size and high intensity.

**Keywords:** Scour, local erosion, turbulence, sediment transport, bifurcation, bridge piers, ADV.

Recibido: 27/02/2025

Aceptado: 23/04/2025

Publicado *ahead of print*: 28/05/2025

Versión final: 01/01/2026

## Introducción

Los puentes son elementos esenciales en la infraestructura de un país, que reflejan el desarrollo urbano y la situación económica de la región (Abu-Dabous & Feroz, 2020). Un puente es una estructura susceptible al desgaste debido a varios elementos resultantes de la intervención de los fenómenos naturales (Cusba-Morales, 2011). Por consiguiente, es esencial considerar en el diseño de puentes las potenciales amenazas a las que pueden estar expuestos, a fin de optimizar su durabilidad y prolongar su vida útil (Monleón, 2017). Desde el punto de vista hidráulico, la principal problemática radica en los procesos de socavación en las pilas,



que ocurren al no tener en cuenta la interacción entre el cauce del río, los sedimentos y la estructura (Farroñan-Inoñan, 2022). La socavación en torno a pilas de puentes se ha establecido como un factor determinante causante de colapso, pues representa un 46 % de todas las fallas identificadas en los puentes que han sufrido colapso en Ecuador desde el año 2000 hasta el 2022 (Marín-Guzmán & Maldonado-Noboa, 2022).

Durante el fenómeno de socavación, el material en el fondo del río y en las cercanías de las pilas es erosionado debido a los cambios bruscos en la velocidad del agua (Tapia, Molina, Pérez, & Torres, 2012; Barros & Echeverría, 2020; Torres, 2019). La presencia de la pila altera el equilibrio en el transporte de sedimentos en el cauce aluvial, siendo dicha alteración especialmente notable alrededor de la estructura (Fernández-Nualart, 2004; Bateman-Pinzón & Martín-Vide, 2011). Esto generalmente provoca un proceso de socavación del lecho, donde se generan remolinos, conocidos como vórtices de herradura, que ocurre como resultado del aumento en la velocidad del flujo (Rodríguez-Beltrán, 2007; Gallardo, 2019; Álvarez-Mejía, 2022). Asimismo, debido a la presencia de la pila se generan vórtices en la superficie, producidos por la interacción con la lámina de agua y la estructura. En pilas cilíndricas, el desprendimiento periódico del flujo da lugar al vórtice de Von Kármán, caracterizado por una fila de remolinos aguas abajo de la pila (Barros & Echeverría, 2020).

En los últimos años, el análisis y la investigación de modelos físicos asociados con la erosión local alrededor de pilas de puentes han despertado un interés creciente (Guevara-Álvarez, 2021; Cañas-Ramos, 2018; Rivera-Soler, Daza-Ramírez, & Torres, 2022). Para la medición de la velocidad del flujo, de forma tradicional se ha utilizado un instrumento mecánico llamado molinete. Este dispositivo determina el comportamiento de las partículas líquidas a partir del número de giros de

su hélice, lo cual permite conocer la velocidad del agua (Burgos-Flores, 2017). No obstante, su uso se encuentra limitado para canales abiertos con profundidades mínimas y velocidades relativamente bajas (Tapia *et al.*, 2012).

En contraste, en estudios experimentales es común el uso del velocímetro Doppler acústico, también conocido como ADV, un equipo que permite medir el flujo tridimensional utilizando la información captada por los sensores que se encuentran equipados en el dispositivo, además funciona bien con fluidos que contienen material particulado en suspensión (Voulgaris & Trowbridge, 1998). Debido a la tecnología acústica Doppler, el ADV proporciona mediciones precisas de velocidades instantáneas; ello lo convierte en una herramienta fundamental para investigaciones en hidráulica (Barros & Echeverría, 2020).

En los estudios de la erosión local, los canales con bifurcación representan un escenario de especial interés debido a la complejidad del flujo en la zona de derivación y a la formación de patrones de turbulencia que incrementa el proceso erosivo alrededor de una estructura hidráulica, como lo son las pilas de puentes. El caudal que se conduce a través de la bifurcación es dividido en dos o más partes: una parte sigue el curso en dirección al flujo inicial, la segunda parte se conduce a través de un canal secundario (Muriel, 2023). En un canal que presenta bifurcaciones, usualmente los sedimentos se desplazan hacia el canal secundario producto de la derivación. Este comportamiento de partículas sólidas en un canal con bifurcación genera un transporte de sedimentos desigual y se observa una acumulación en la entrada de la derivación.

El efecto Bulle se conoce así debido a la investigación realizada por Henri Bulle en 1926, donde documenta la distribución de los sedimentos en canales con derivaciones o bifurcaciones (Bulle, 1926). Bulle observó

que las velocidades del flujo cerca de la entrada de las derivaciones eran relativamente bajas, lo cual facilitaba el desvío de las partículas hacia el canal secundario (Muriel, 2023).

El desvío del flujo se atribuye a la presencia de un gradiente de presión lateral ubicado en el ingreso de la derivación, que condiciona la dirección del movimiento del agua. Además, se ve afectado el flujo aguas abajo y contribuye a la formación de depósitos que requieren mantenimiento periódico para evitar obstrucciones o pérdida de capacidad en los canales (Muriel, 2023).

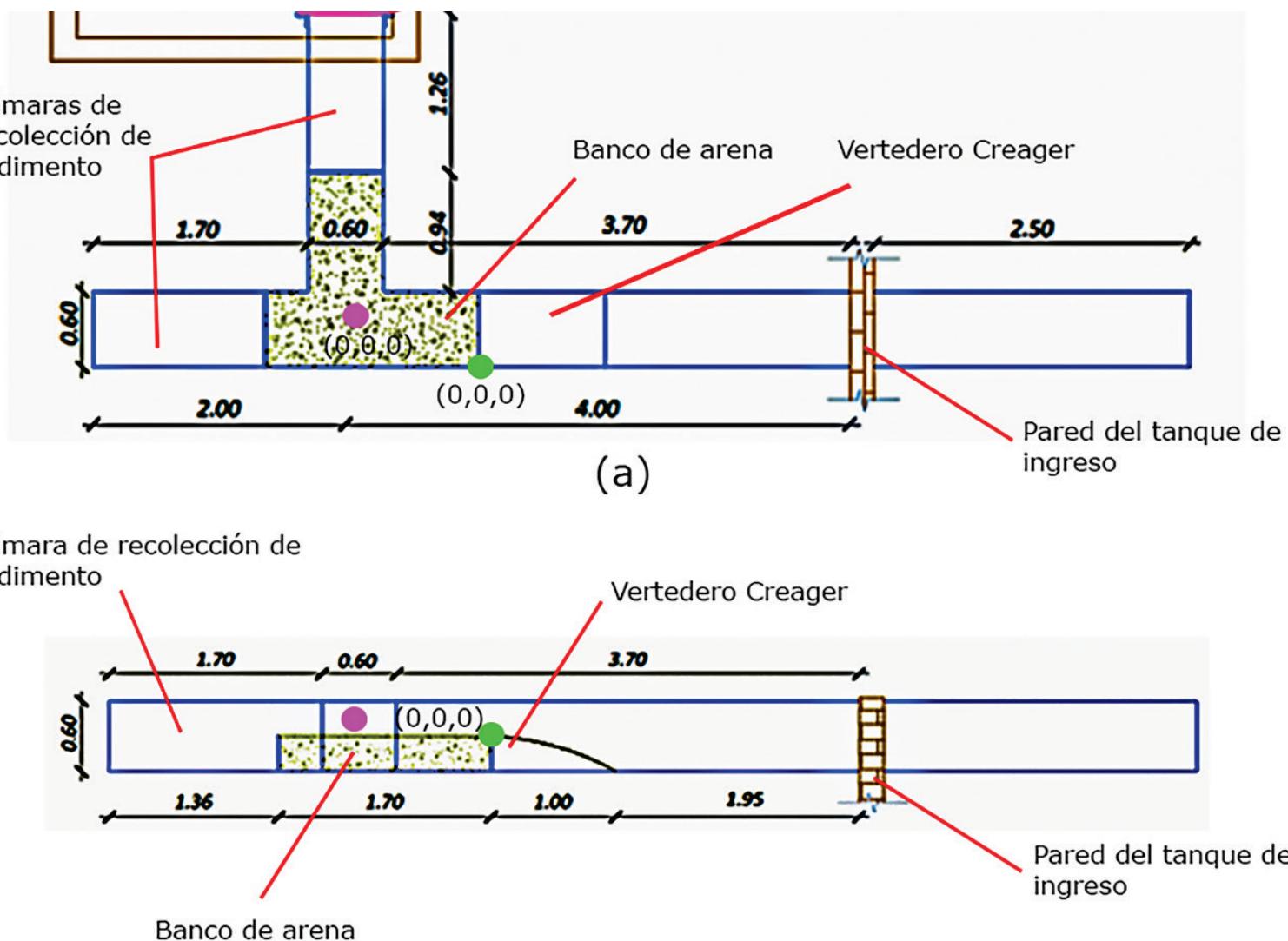
La interacción del flujo en estas estructuras genera patrones complejos de turbulencia, al igual que variaciones importantes en el transporte de sedimentos. Por esta razón, el presente artículo pretende analizar de modo experimental la erosión local y la turbulencia en un canal con bifurcación a 90 grados, que tiene una pila de puente de sección cuadrada. La investigación se centra en identificar la erosión local, medir las velocidades instantáneas del flujo mediante un velocímetro Doppler acústico (ADV) y calcular los parámetros clave de turbulencia, como las tensiones de Reynolds, energía cinética turbulenta, escalas de Kolmogórov e intensidades turbulentas. Esta investigación se desarrolló en un modelo de laboratorio, en el Centro de Investigaciones y Estudios en Recursos Hídricos (CIERHI) de la Escuela Politécnica Nacional (EPN), en Quito-Ecuador. Esta ciudad está en las coordenadas geográficas de latitud 0.1807° S y longitud 78.4678° O. Debido a la localización en la zona ecuatorial, en esta ciudad se presenta una estabilidad térmica documentada en la Tercera Comunicación Nacional del Ecuador sobre Cambio Climático (Ministerio del Ambiente, 2017), lo que proporciona condiciones controladas en estudios experimentales de laboratorio.

## Materiales y métodos

### Materiales

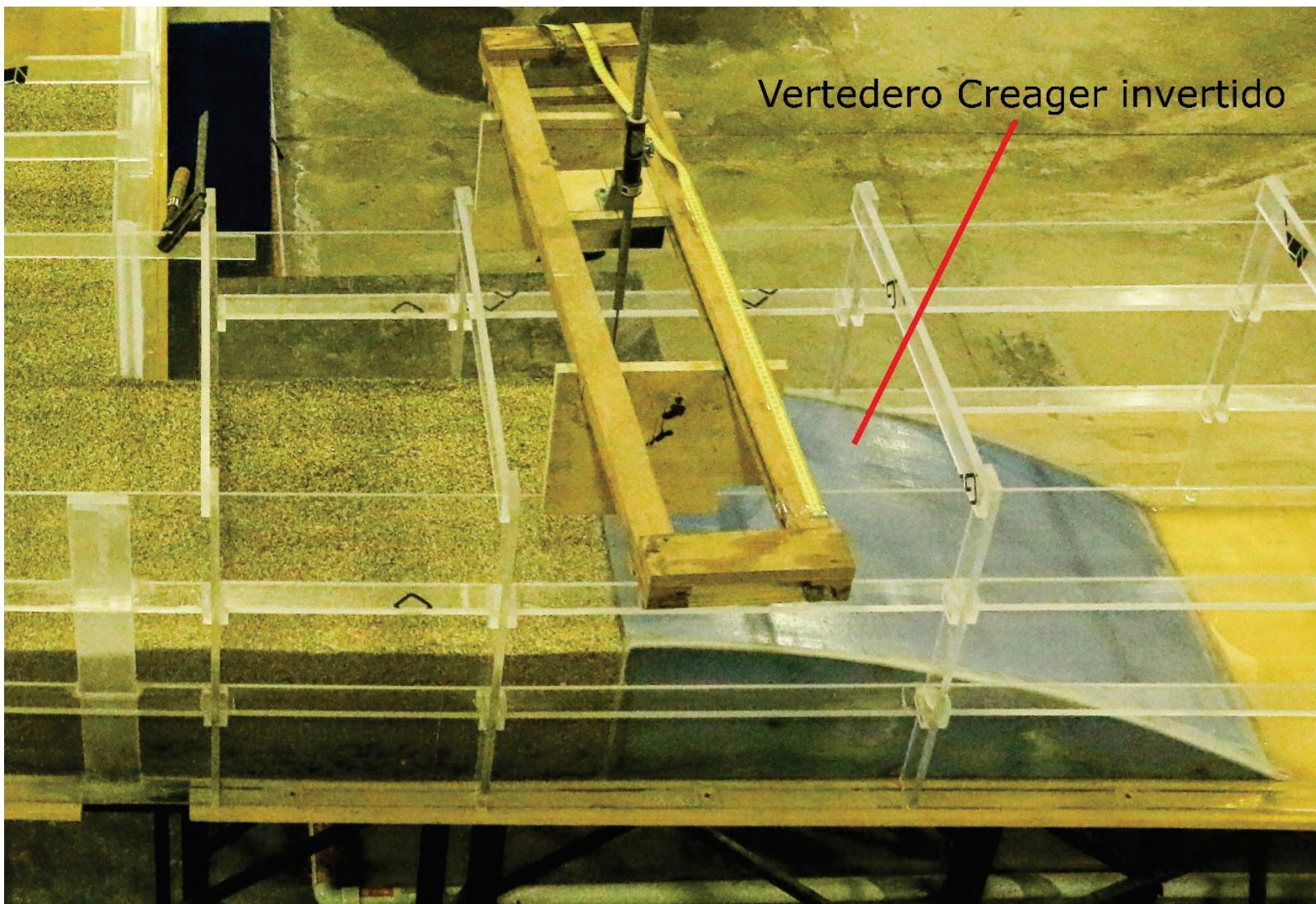
#### Descripción del canal de bifurcación a 90 grados

El canal principal mide 6 m de largo y cuenta con una sección destinada a la recolección de sedimentos de 1.36 m. Por otra parte, el canal secundario, que corresponde a la bifurcación de 90 grados, tiene una longitud de 2.2 m y una sección de recolección de sedimentos de 1.26 m. Ambos canales poseen una profundidad y un ancho de 0.6 m. La vista en planta y lateral del canal de bifurcación se muestra en la Figura 1. En la Figura 1 (b) se destacan los puntos de referencia para las mediciones, con el origen de coordenadas (0, 0, 0) marcado en color rosado para el uso del velocímetro acústico Doppler (ADV), y en color verde el punto inicial para el levantamiento batimétrico.



**Figura 1.** (a) Vista en planta y (b) vista lateral del canal con bifurcación a 90°.

El laboratorio cuenta con un sistema de recirculación y bombeo, que transporta el agua hacia el tanque de ingreso. A partir de este tanque, el agua fluye hacia el canal principal y pasa por un vertedero Creager invertido, que se puede observar en la Figura 2, para garantizar la estabilización del flujo y que el agua pueda llegar de forma horizontal al banco de arena.



**Figura 2.** Vertedero Creager invertido.

En la salida del canal de bifurcación se encuentra la compuerta de regulación del calado. En el tanque de descarga se ubica un vertedero que, junto con los limnímetros, permite determinar el caudal en el modelo, lo que se evidencia en la Figura 3.



**Figura 3.** Instalaciones del tanque de aforo del CIERHI.

## Características de la pila cuadrada instalada en el canal de bifurcación a 90 grados

La pila instalada en el canal de bifurcación presenta una resistencia a la compresión de 210 kg/cm<sup>2</sup>, valor representativo de las pilas de puentes convencionales. Su superficie es rugosa, lo que contribuye a reproducir condiciones más realistas de interacción flujo-estructura, y sus esquinas son completamente rectas, manteniendo una geometría definida que facilita el análisis del patrón de flujo. Para la determinación de sus dimensiones se consideró que el ancho debía estar dentro del rango del 10 al 30 % del ancho del canal, lo cual permite garantizar estabilidad estructural sin generar una obstrucción excesiva al flujo; mientras que la altura debía ser, como mínimo, el 90 % de la profundidad del canal, a fin de asegurar que la estructura sobresaliera por encima del nivel de calado (Barros & Echeverría, 2020), tal como se muestra en la Figura 4. Las medidas seleccionadas para la pila cuadrada son de:

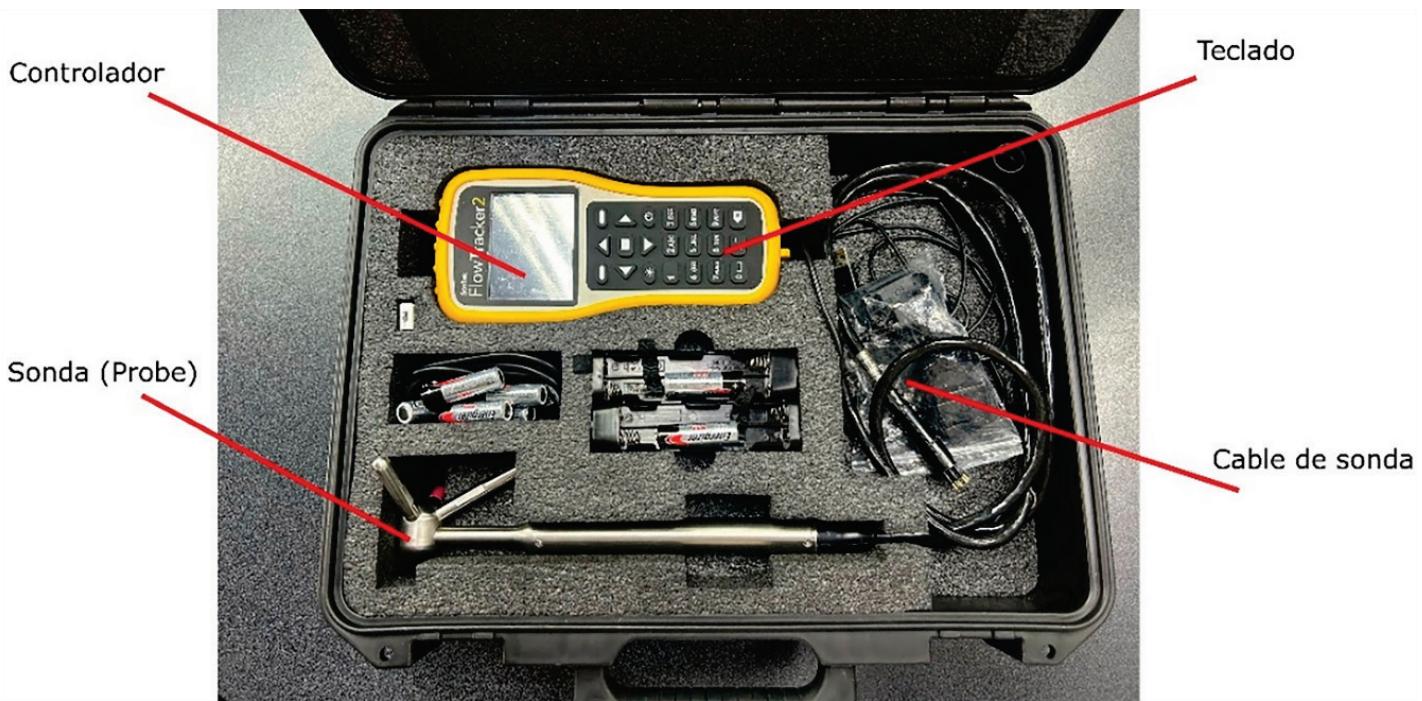
- Lado (b): 10 cm.
- Altura (h): 90 cm.



**Figura 4.** Dimensiones de la pila.

### Medidor de velocidades instantáneas (ADV)

Para las mediciones de las velocidades instantáneas se utilizó un ADV modelo FlowTracker2 de la marca SonTek, como se observa en Figura 5, un dispositivo portátil que utiliza tecnología Doppler acústica para medir la velocidad instantánea del agua. Tiene la capacidad de medir las velocidades en un rango de 0.001 a 4.0 m/s. El volumen de muestreo se ubica a 10 cm de la punta de la sonda, con un diámetro de 6 mm, lo que garantiza mediciones precisas y localizadas.



**Figura 5.** Componentes del dispositivo ADV.

La frecuencia de muestreo fue de 10 Hz y el tiempo de registro en cada punto de análisis fue de 5 minutos. Además, se controló la relación señal/ruido (SNR), que debe ser mayor que 4 dB para tener una operación confiable. Durante el muestreo, el SNR se mantuvo en 10 dB, el cual es el valor recomendado para garantizar la fiabilidad de los datos obtenidos. Asimismo, este aparato tiene una precisión de  $\pm 1\%$  del valor medio o  $\pm 0.002$  m/s (SonTek, 2018), todas estas características se consideraron en la recolección de las velocidades instantáneas para minimizar posibles errores asociados con el aparato.

Cabe destacar que se llevaron a cabo pruebas preexperimentales con el objetivo de verificar la calidad de las señales registradas y asegurar la ausencia de interferencia en la medición.

## Caracterización del sedimento

Los diámetros característicos del sedimento utilizado en el estudio se encuentran representados en la Tabla 1. Estos valores permitieron calcular el coeficiente de uniformidad con el  $D_{10}$  y el  $D_{60}$ , cuyo valor es de 1.49. Dicho resultado indica que el material tiene una granulometría uniforme, adecuada para el estudio.

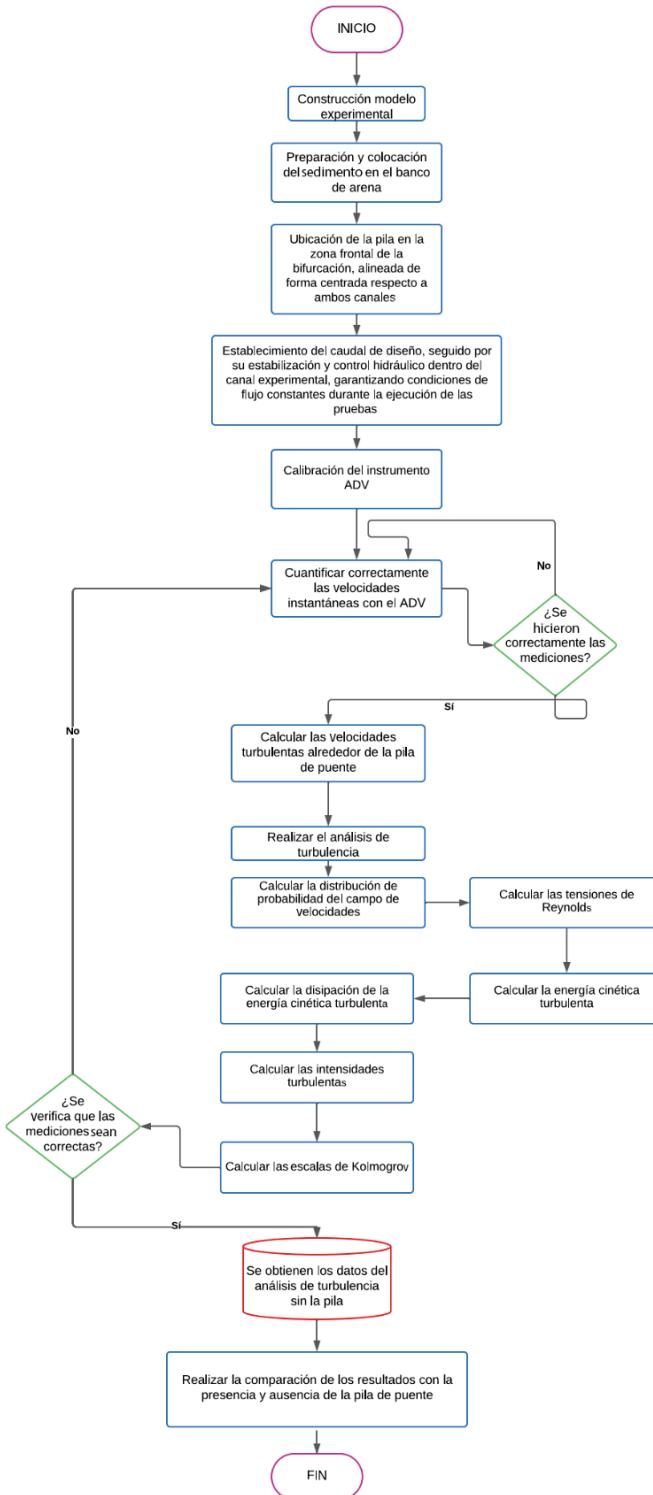
**Tabla 1.** Diámetros característicos del sedimento.

Diámetro x (x = % de material que pasa)	Tamaño del diámetro de la muestra (mm)
$D_{10}$	0.75
$D_{16}$	0.85
$D_{50}$	1.06
$D_{60}$	1.12
$D_{84}$	1.4
$D_{90}$	1.52

## Metodología

La metodología usada en el presente trabajo de investigación siguió el algoritmo mostrado en la Figura 6, que puede resumirse en la secuencia metodológica desarrollada: 1) preparación del sedimento y ubicación de la pila; 2) determinación del caudal dentro del sistema; 3) establecimiento de las condiciones de flujo de entrada; 4) inicio de movimiento; 5) medición de velocidades instantáneas en el modelo hidráulico considerando el sistema de referencia; 6) análisis de turbulencia, y 7) recolección de datos para la batimetría.



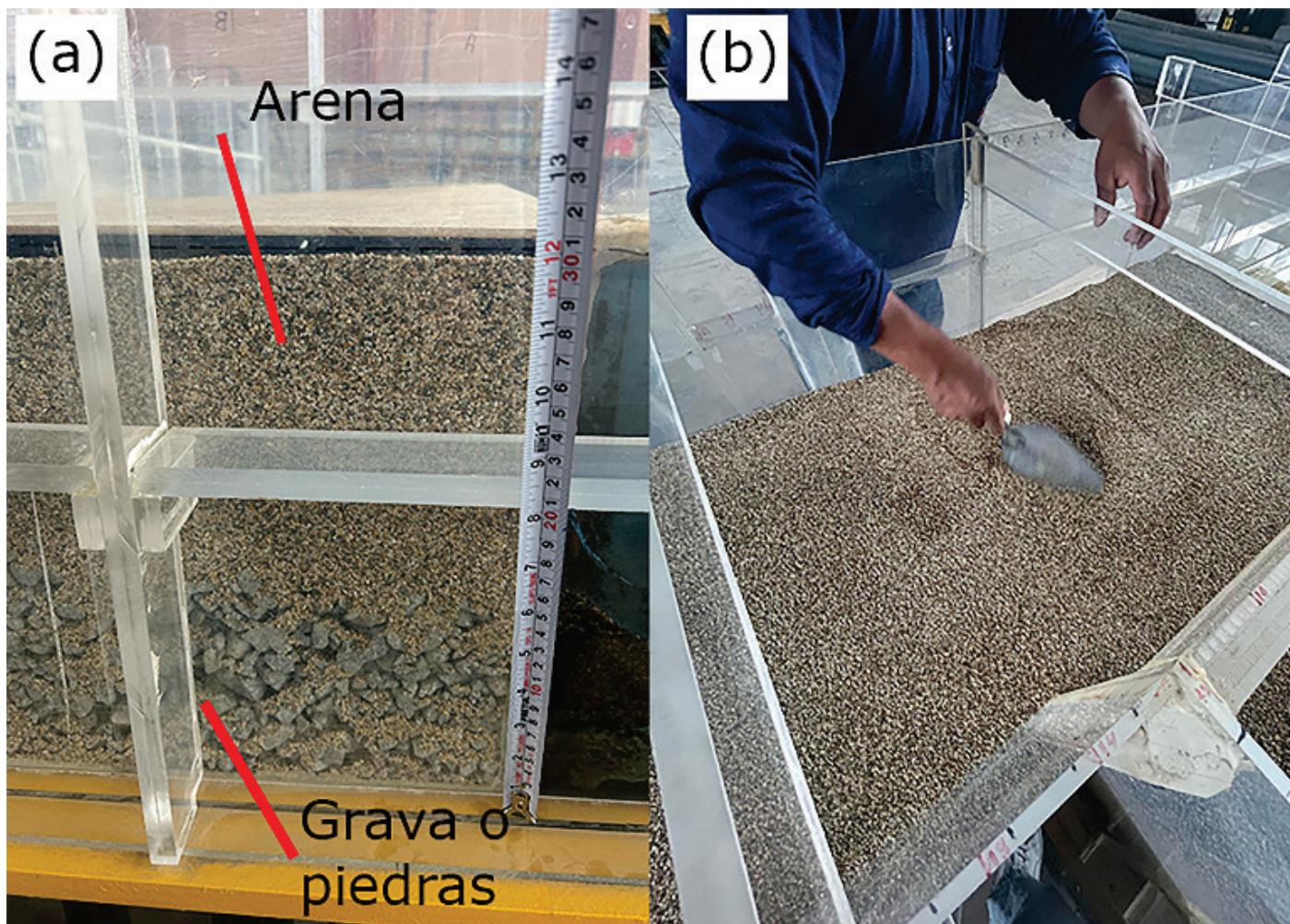


**Figura 6.** Algoritmo de la metodología utilizada en la investigación.

## Preparación del sedimento y ubicación de la pila

Para preparar el lecho del canal, se coloca una capa de grava o piedra de 10 cm de espesor en el fondo, con el fin de generar una rugosidad sólida. Sobre esta capa se deposita arena hasta alcanzar una altura total de 20 cm, de manera que, sumadas ambas capas, se iguale la altura del vertedero Creager invertido (30 cm), como se muestra en la Figura 7 (a). En la zona destinada a la instalación de la pila cuadrada se retira cuidadosamente el material para evitar la mezcla de las capas. Una vez despejada el área, se coloca la pila centrada entre el canal de entrada y el canal de bifurcación. Por último, se nivela la superficie de arena, asegurando una compactación uniforme para evitar desplazamientos del sedimento durante el ensayo, como se muestra en la Figura 7 (b).





**Figura 7.** (a) Configuración de arena y grava en la zona de sedimentos, y (b) proceso de compactación y nivelación de la arena.

La pila se ubicó en la zona frontal de la bifurcación, alineada de forma centrada respecto a ambos canales. Luego se procedió a la remoción cuidadosa del sedimento en el área de instalación, a fin de evitar la mezcla entre capas. Una vez despejada la superficie, la pila se colocó en su posición, y se verificó su alineación y nivelación.

## Caudal dentro del sistema

El caudal en el canal de bifurcación se determina mediante el aforo en un vertedero trapezoidal de pared delgada ubicado en la salida. La fórmula calibrada para este modelo experimental es:

$$Q = 1.5705 (H_i - H_0)^{1.3305} \quad (1)$$

Donde:

$Q$  = caudal estimado con el vertedero trapezoidal de pared delgada (l/s)

$H_i$  = nivel de la superficie libre del agua (cm)

$H_0$  = nivel del paramento del vertedero (cm)

Para determinar el nivel del paramento del vertedero se utiliza la lectura registrada en los limnímetros cuando el nivel del agua en el tanque de aforo alcanza la altura de la cresta del vertedero bajo condiciones de flujo estables y sin perturbaciones, como se muestra en la Figura 8. Para identificar los limnímetros (izquierdo y derecho) se observa desde aguas abajo del canal, lo cual permite asociar correctamente el valor de la altura  $H_0$  y saber que caudal se encuentra dentro del sistema; con lo que se obtienen los siguientes valores para un caudal de 40 l/s:

$H_0$  izquierdo = 31.49 cm.

$H_0$  derecho = 22.51 cm.





**Figura 8.** Estructura de control: vertedero trapezoidal.

### Condiciones del flujo de entrada

Para establecer las condiciones del flujo de entrada óptimas para la ejecución del experimento se realizaron varios experimentos preliminares, con el objetivo de verificar el adecuado funcionamiento del ADV y la correcta medición de las velocidades instantáneas, lo que permitió comparar diferentes configuraciones experimentales.

Para la velocidad media del flujo para las condiciones de entrada se determinó a partir de mediciones específicas realizadas en diferentes ubicaciones del canal utilizando el Velocímetro acústico Doppler (ADV). En cada uno de estos puntos se registraron las tres componentes de la velocidad instantánea, a partir de las cuales se calculó la velocidad media. Para finalmente realizar un promedio de las velocidades medias y obtener un resultado de **0.33 m/s**, como se muestra en la Tabla 2.

**Tabla 2.** Condiciones del flujo de entrada del modelo experimental de investigación.

Parámetro	Simbología	Valor	Unidad
Caudal del flujo	$Q$	0.04	$\text{m}^3/\text{s}$
Ancho del canal	$b$	0.60	m
Calado	$d$	0.20	m
Radio hidráulico	$R_h$	0.12	m
Peso específico del agua	$\gamma$	1	$\text{T/m}^3$
Peso específico del sedimento	$\gamma_s$	2.65	$\text{T/m}^3$
Velocidad media del flujo	$V$	0.33	$\text{m/s}$
Pendiente del canal	$S$	0.1	%

## Inicio del movimiento

Una vez establecidas claramente las condiciones de contorno, se procede a realizar el cálculo del inicio de movimiento, que permite identificar los parámetros necesarios para generar el desplazamiento de las partículas que conforman el sedimento. Este procedimiento se realiza bajo condición de flujo con aguas claras, donde el movimiento de las partículas se le atribuye en específico a lo vórtices generados por la presencia de la pila, y o de forma directa a la fuerza de arrastre que tiene la corriente (Barros & Echeverría, 2020).

El inicio de movimiento da comienzo cuando los valores de la tensión del fondo ( $\tau_o$ ) y la tensión crítica ( $\tau_{cr}$ ) son iguales (Shields, 1936), a continuación se detallan los pasos necesarios para obtener esta condición.

## Calcular el número de Reynolds del sedimento ( $Re^*$ )

$$Re^* = \frac{U^* \cdot D_{50}}{\nu} \quad (2)$$

Donde:

$Re^*$  = número de Reynolds del sedimento

$D_{50}$  = diámetro mediano de las partículas (m)

$\nu$  = viscosidad cinemática del agua (m<sup>2</sup>/s)

$U^*$  = velocidad de corte (m/s) se calcula de la siguiente manera:

$$U^* = \sqrt{g \cdot R_h \cdot S} \quad (3)$$

Donde:

$g$  = gravedad (9.8 m<sup>2</sup>/s)

$R_h$  = radio hidráulico (m)

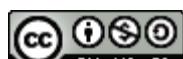
$S$  = pendiente del fondo (m/m)

## Cálculo de la ecuación ASCE

$$ASCE = \frac{D_{50}}{\nu} \cdot \sqrt{0.1 \cdot \left( \frac{\gamma_s}{\gamma} - 1 \right) \cdot g \cdot D_{50}} \quad (4)$$

Donde:

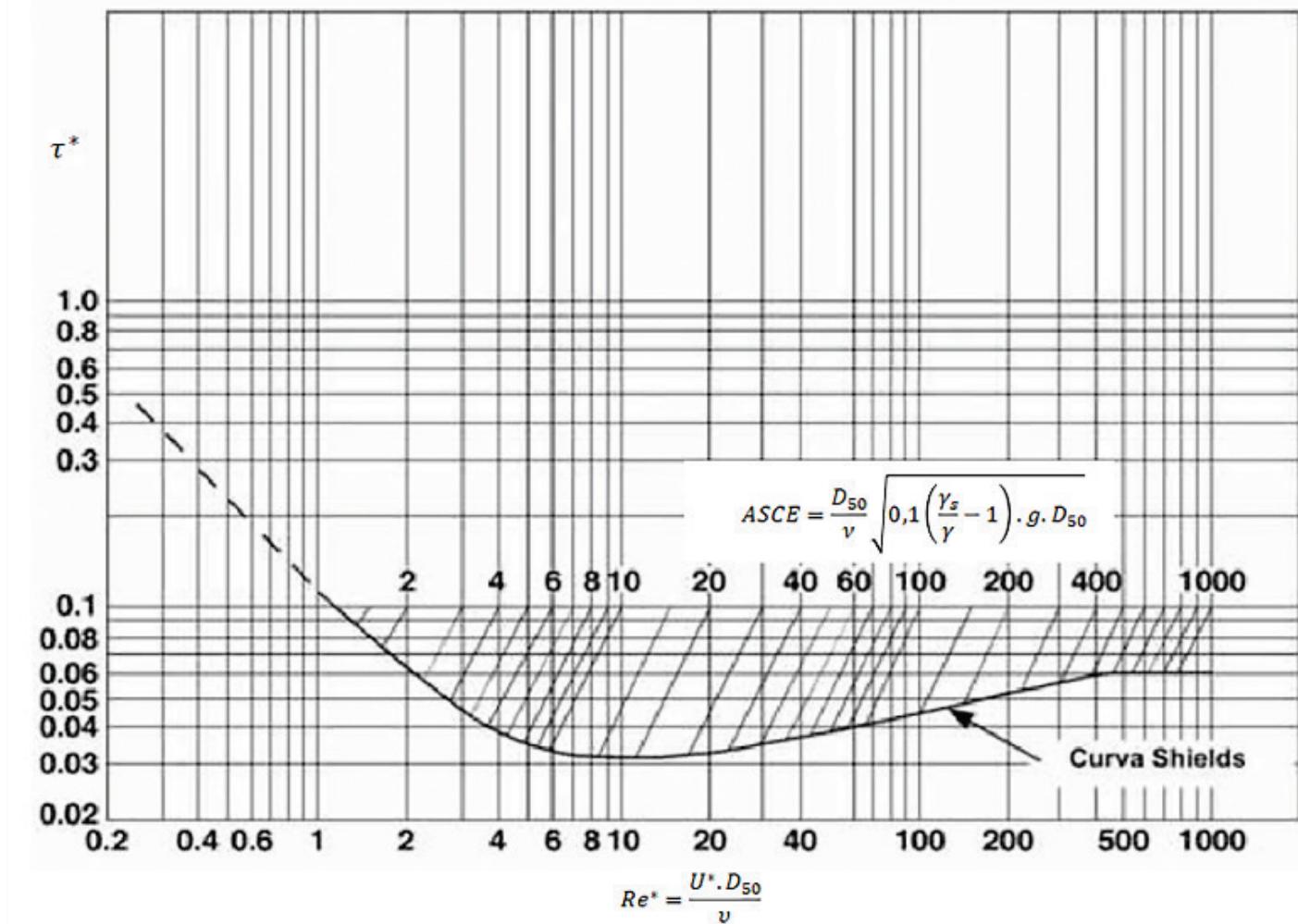
$\gamma_s$  = peso específico del sedimento (2.65 T<sup>3</sup>/m)



$\gamma$  = peso específico del agua ( $1 \text{ T/m}^3$ )

$\nu$  = viscosidad cinemática del agua ( $\frac{1.14 \times 10^{-6} \text{ m}^2}{\text{s}}$ )

Se debe encontrar el punto de intersección entre  $Re^*$  y el resultado de la ecuación ASCE, el cual es un parámetro en el diagrama de Shields, que se muestra en la Figura 9, para obtener  $\tau^*$  y calcular  $\tau_{cr}$ .



**Figura 9.** Diagrama de Shields (Rocha-Felices, 1998).

## Cálculo de la tensión cortante del flujo

$$\tau_{cr} = \tau^* \cdot (\gamma_s - \gamma) \cdot D_{50} \quad (5)$$

Donde:

$\tau^*$  = parámetro del diagrama de Shields (adimensional)

## Cálculo de la rugosidad de Manning

Para obtener la rugosidad de Manning se utiliza la siguiente ecuación (Posada, 1998), la cual se encuentra en función del  $D_{50}$  del sedimento. Cabe mencionar que se escogió esta ecuación de Strickler debido a que la arena utilizada es de origen industrial, por lo que fue provista con su respectiva granulometría, y esta ecuación permite tener una mejor aproximación de condiciones debido a que se utiliza el  $D_{50}$  y representa el tamaño medio de la partícula que forma todo el volumen de sedimento en el canal:

$$n = \frac{D_{50}^{\frac{1}{6}}}{21} \quad (6)$$

Donde:

$D_{50}$  = tamaño de partícula donde el 50 % del material es más fino y el otro 50 % del material es más grueso (mm)

## Cálculo de la pendiente motriz



$$S_f = \frac{n^2 \cdot Q^2}{A^2 \cdot R_h^{\frac{4}{3}}} \quad (7)$$

Donde:

$Q$  = caudal que pasa por la sección ( $\text{m}^3/\text{s}$ )

$A$  = área de la sección ( $\text{m}^2$ )

$n$  = coeficiente de Manning

### Cálculo de la tensión inicial del fondo

$$\tau_o = \gamma \cdot R_h \cdot S_f \quad (8)$$

Donde:

$\tau_o$  = tensión inicial del fondo ( $\text{N}^2/\text{m}$ )

Se realiza la relación entre la tensión crítica y la tensión del fondo:

$$\tau_{cr}/\tau_o \quad (9)$$

Para completar esta última sección se debe identificar cuál condición del flujo se está cumpliendo, tomando en consideración la Tabla 3, propuesta por Barros y Echeverría (2020).



**Tabla 3.** Condición del flujo.

$\tau_o/\tau_{cr}$	Condición del flujo
< 1	Debajo de la línea de inicio de movimiento (existe transporte de sedimentos)
= 1	En la línea de movimiento (la condición del inicio de transporte de sedimentos)
> 1	Sobre la línea de movimiento (no existe transporte de sedimentos)

Fuente: Barros y Echeverría (2020).

### **Medición de velocidades instantáneas en el modelo hidráulico considerando el sistema de referencia**

Se generó una nube de puntos, entendida como un conjunto de coordenadas tridimensionales que representan la geometría del entorno y permiten cubrir el área cercana a la pila, al igual que realizar el estudio correspondiente de las velocidades instantáneas. Los ejes de referencia del canal se definieron tomando como origen el centro de la pila, como se puede identificar en la Figura 10.



**Figura 10.** Sistema de coordenadas.

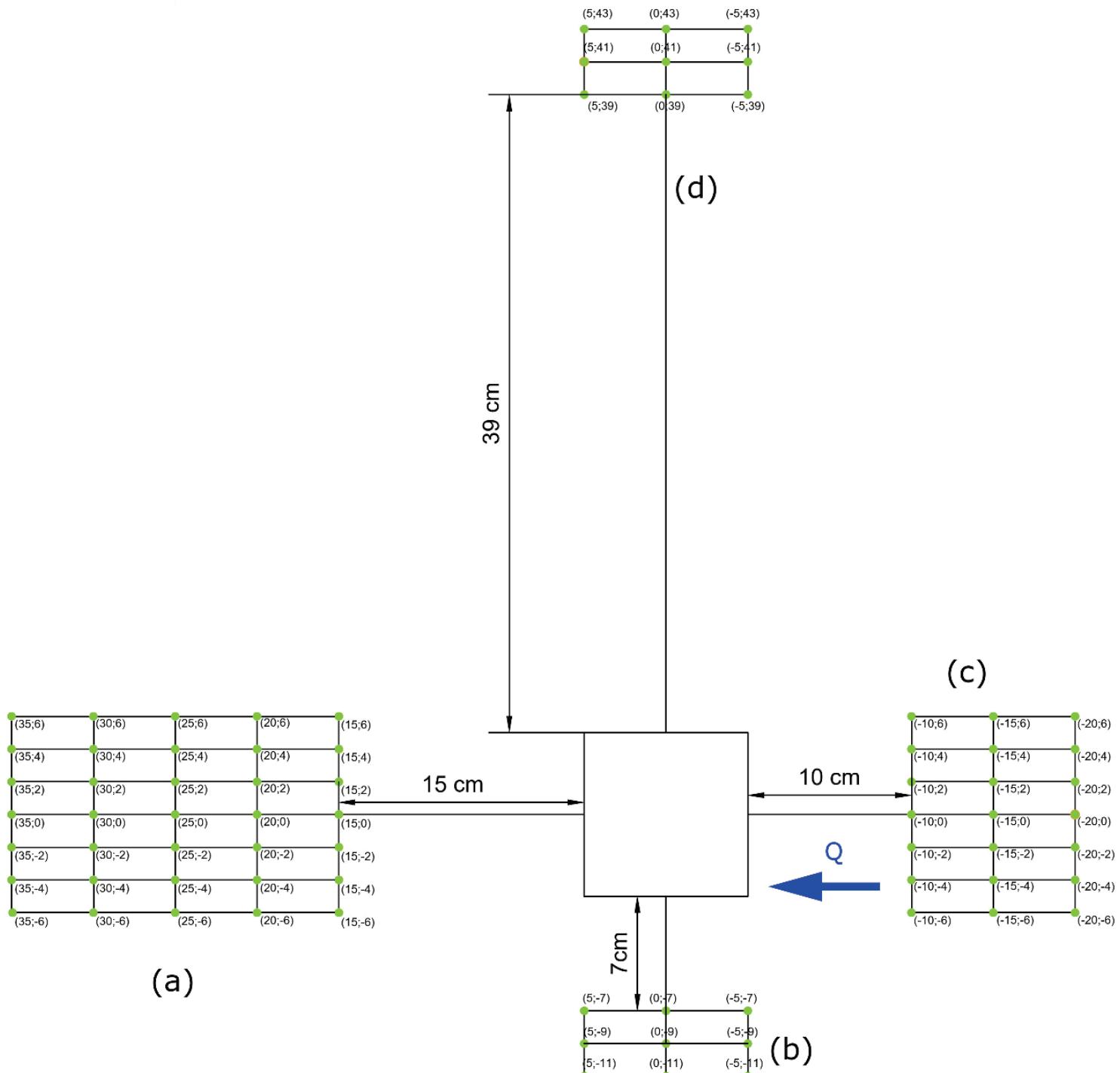
Para la ubicación de los puntos de análisis se tomó en consideración la siguiente distribución en las tres dimensiones:

- Para la dirección en  $x$ , se estableció un intervalo de 5 cm, aguas arriba de la pila se decidió tomar 3 puntos y aguas abajo 5 puntos.

- En la dirección  $y$ , el intervalo es de 2 cm, tomando 3 puntos a cada lado de la pila.
- En la dirección  $z$ , para evitar interferencias en el equipo debido a la proximidad al fondo, se decidió no acercar demasiado el ADV al sedimento. Esto se debe a que las partículas en suspensión podrían chocar con la sonda, generando mediciones incorrectas. Por esta razón, se estableció que el primer nivel de análisis ( $z$ ) estaría a 8 cm por encima de la capa de sedimento. Finalmente, se trabajó con solo dos niveles, separados entre sí por una distancia de 3 cm.

En la Figura 11 se describe la ubicación de los puntos de medición alrededor de la pila en los ejes descritos anteriormente ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ).





**Figura 11.** Ubicación de puntos para medición: (a) puntos aguas debajo de la pila; (b) puntos en y- de la pila; (c) puntos aguas arriba de la pila, y (d) puntos en y+ de la pila.

Cabe aclarar que el ADV se ubicó a una distancia de 39 centímetros de la cara de la pila en y (+), pues durante las mediciones se detectó una relación señal-ruido menor a 4 dB que impedía obtener datos precisos. Este problema surge cuando las partículas interfieren con la onda y generan registros incorrectos.

Una vez establecidos los puntos de análisis, las condiciones de contorno y determinado el umbral de inicio de movimiento, se procede a la recolección de las velocidades instantáneas medidas con el ADV; se recalca que el flujo no fue sembrado con sedimentos o partículas sólidas, sino que los únicos sedimentos fueron aquellos colocados alrededor de la pila de puente.

## Análisis de turbulencia

El análisis de los parámetros de turbulencia se genera a partir de las ecuaciones desarrolladas por Navier-Stokes, que describen el comportamiento de un fluido newtoniano en tres dimensiones. Dichas ecuaciones se componen de derivadas parciales no lineales que integran la ley de viscosidad de Newton y el principio de conservación de la masa. (Hamad, 2015).

El método de cálculo de flujos turbulentos, conocido como modelo algebraico de tensión, o conocido también como ASM por sus siglas en inglés, se basa en identificar el movimiento promedio y las fluctuaciones asociadas dentro del flujo turbulento y se describe como la velocidad en un punto específico, donde los valores varían de forma caótica o desordenada alrededor de un valor medio:

$$\mathbf{u}' = \mathbf{U} - \mathbf{u} \quad (10)$$

Donde:

$\mathbf{u}'$  = velocidad fluctuante en las tres dimensiones ( $x, y, z$ ) (m/s)

$\mathbf{U}$  = velocidad media en las tres dimensiones ( $x, y, z$ ) (m/s)

$\mathbf{u}$  = velocidad instantánea en las tres dimensiones ( $x, y, z$ ) registradas por el ADV (m/s)

A continuación se detallan todos los parámetros de turbulencia que se necesitan para realizar el análisis de turbulencia.

La probabilidad asociada con una variable aleatoria  $x$  suele describirse mediante una función de distribución de probabilidad. En este contexto, la probabilidad de que  $x$  se encuentre dentro de un intervalo ( $a, b$ ), expresada como  $P(a < x < b)$ , está vinculada con la función de densidad de probabilidad correspondiente (Hamad, 2015):

$$P(a < x < b) = \int_a^b f(x) dx \quad (11)$$

El término  $f(x) dx$  representa la probabilidad relativa de que  $x$  se encuentre en un rango de  $x \rightarrow (x + dx)$ , y al sumar las probabilidades relativas debe llegar a 1, por lo que la media de una distribución se representa como:

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx = |x| \quad (12)$$



La varianza describe cuánto se desvían las velocidades instantáneas  $u$  respecto al valor promedio  $\mu$ . Matemáticamente, se define como:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx = |x^2| \quad (13)$$

La desviación estándar es un parámetro estadístico que dentro del análisis de turbulencia indica cuán intensas son las fluctuaciones turbulentas con respecto al valor promedio del flujo, se obtiene de la raíz cuadrada de la varianza. Además, permite evaluar la variabilidad de la muestra comparando con la media; se expresa como:

$$\sigma_x = \frac{\sqrt{|u'_x|^2}}{|u'_x|} \quad (14)$$

$$\sigma_y = \frac{\sqrt{|u'_y|^2}}{|u'_y|} \quad (15)$$

$$\sigma_z = \frac{\sqrt{|u'_z|^2}}{|u'_z|} \quad (16)$$

El factor de simetría o Skewness está definido por el tercer momento estadístico de la distribución de la velocidad y es una medida que describe el grado de asimetría de la distribución de las fluctuaciones respecto a la media; asimismo, se identifica si se presenta un sesgo hacia valores más altos o bajos. Matemáticamente, se expresa como:

$$S = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^3 f(x)}{\sigma^3} dx = \frac{|x^3|}{|x^2|^{\frac{3}{2}}} \quad (17)$$

$$S_x = \frac{|\overline{u'_x}^3|}{|u'_x|^{\frac{3}{2}}} \quad (18)$$

$$S_y = \frac{|\overline{u'_y}^3|}{|u'_y|^{\frac{3}{2}}} \quad (19)$$

$$S_z = \frac{|\overline{u'_z}^3|}{|u'_z|^{\frac{3}{2}}} \quad (20)$$

El factor de Kurtosis se define por el cuarto momento de la distribución de la velocidad, y mide los valores de las fluctuaciones de velocidad con referencia a la media. Matemáticamente, se calcula como:

$$\delta = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^4 f(x)}{\sigma^4} dx = \frac{|x^4|}{|x^2|^2} \quad (21)$$

$$\delta_x = \frac{|\overline{u'_x}^4|}{|u'_x|^2} \quad (22)$$

$$\delta_y = \frac{|\overline{u'_y}^4|}{|u'_y|^2} \quad (23)$$

$$\delta_z = \frac{|u'_z|^4}{|u'_z|^2} \quad (24)$$

Las tensiones de Reynolds representan las fluctuaciones turbulentas que influyen en el transporte de cantidad de movimiento dentro del flujo. También reflejan las fuerzas relacionadas con la viscosidad que generan resistencia al movimiento. Estas tensiones se incorporan en las ecuaciones de Navier-Stokes cuando se analiza un flujo con velocidad media constante, mediante la descomposición de Reynolds, la cual separa los valores promedio de las fluctuaciones turbulentas.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_i U_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ -\rho \partial x_{ij} - \rho \langle u'_i u'_j \rangle + u \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right\} \quad (25)$$

Las tensiones de Reynolds se representan en la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} \tau_{ii} & \tau_{ij} & \tau_{ik} \\ \tau_{ji} & \tau_{jj} & \tau_{jk} \\ \tau_{ki} & \tau_{kj} & \tau_{kk} \end{bmatrix} \quad (26)$$

La diagonal en la Ecuación (25) indica las tensiones normales al flujo y los otros valores son las tensiones tangenciales al flujo.

Por lo tanto, las tensiones normales del flujo quedan representadas matemáticamente como  $\tau_{ii} = -\rho \cdot u'^2_i$ ;  $\tau_{jj} = -\rho \cdot u'^2_j$ ;  $\tau_{kk} = -\rho \cdot u'^2_k$ .

Y las tensiones tangenciales al flujo quedan representadas matemáticamente como  $\tau_{ij} = -\rho u'_i \cdot u'_j$ ;  $\tau_{ik} = -\rho u'_i \cdot u'_k$ ;  $\tau_{jk} = -\rho u'_j \cdot u'_k$ .



La energía cinética turbulenta es importante porque describe la energía contenida en las fluctuaciones caóticas, y representa el límite de energía en la destrucción y formación de remolinos:

$$k = \frac{1}{2} \cdot (u'_x^2 + u'_y^2 + u'_z^2) \quad (27)$$

La energía cinética turbulenta  $\varepsilon$  representa la taza de disipación de un vórtice turbulento, determinando la escala a la cual las fluctuaciones de velocidad son atenuadas y disipadas. Taylor (1935), mediante un estudio experimental, formuló la siguiente ecuación para determinar  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = 15\nu \cdot u_x^2 \quad (28)$$

La relación entre la velocidad fluctuante y la velocidad media en un punto y un tiempo determinado describe cómo las fluctuaciones de velocidad se desvían respecto al valor promedio. Esta relación refleja la naturaleza caótica y variable del flujo turbulento. Existen tres tipos de intensidades turbulentas que se puede clasificar dependiendo el rango de porcentaje en el que se encuentren.

Según Barros y Echeverría (2020), la intensidad turbulenta se clasifica en tres niveles:

- Turbulencia alta: de 5 a 20 %
- Turbulencia media: de 1 a 15 %
- Turbulencia baja: < 1 %

$$TI_x = \frac{|u'_x|}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}} \cdot 100 \quad (29)$$

$$TI_y = \frac{|u'_y|}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}} \cdot 100 \quad (30)$$

$$TI_z = \frac{|u'_z|}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}} \cdot 100 \quad (31)$$

Donde:

**$TI_x$**  = intensidad turbulenta en la dirección del flujo (%)

**$TI_y$**  = intensidad turbulenta transversal (%)

**$TI_z$**  = intensidad turbulenta vertical (%)

**$u'_x$**  = velocidad turbulenta en la dirección del flujo (m/s)

**$u'_y$**  = velocidad turbulenta transversal (m/s)

**$u'_z$**  = velocidad turbulenta vertical (m/s)

**$u_x$**  = velocidad instantánea en la dirección del flujo registrada por el ADV (m/s)

**$u_y$**  = velocidad instantánea transversal registrada por el ADV (m/s)

**$u_z$**  = Velocidad instantánea vertical registrada por el ADV (m/s)

Las escalas de Kolmogórov representan las dimensiones más pequeñas de un flujo turbulento, en donde la energía cinética del flujo es disipada por acción de la viscosidad. Estas escalas (longitud, velocidad y

tiempo) dependen solo de la viscosidad cinemática y la energía de disipación (Pope, 2000).

Escala de longitud ( $n_k$ ):

$$n_k = \left( \frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (32)$$

Donde:

$\varepsilon$  = energía de disipación turbulenta que se calcula de la siguiente forma:

$$\varepsilon = 15 \cdot \nu \cdot u_x^2 \quad (33)$$

Escala de tiempo ( $t_n$ ):

$$t_n = \left( \frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (34)$$

Escala de velocidad ( $u_n$ ):

$$u_n = (\nu \cdot \varepsilon)^{\frac{1}{4}} \quad (35)$$

El número de Reynolds del flujo se obtiene utilizando la velocidad media previamente determinada, el radio hidráulico característico de la sección del canal y la viscosidad cinemática del agua. Esta formulación



permite caracterizar el régimen del flujo considerando tanto las propiedades geométricas del canal como las propiedades físicas del fluido:

$$Re = \frac{V \cdot R_h}{\nu} \quad (36)$$

Donde:

$V$  = velocidad del fluido (m/s)

$\nu$  = viscosidad cinemática ( $m^2/s$ )

$R_h$  = radio hidráulico (m)

$$Re = \frac{u_n \cdot n_k}{\nu} \quad (37)$$

### Recolección de datos para la batimetría

Para poder realizar la recolección de datos batimétricos, se estableció una malla de puntos con un intervalo de 4 cm. El procedimiento llevado a cabo fue el siguiente:

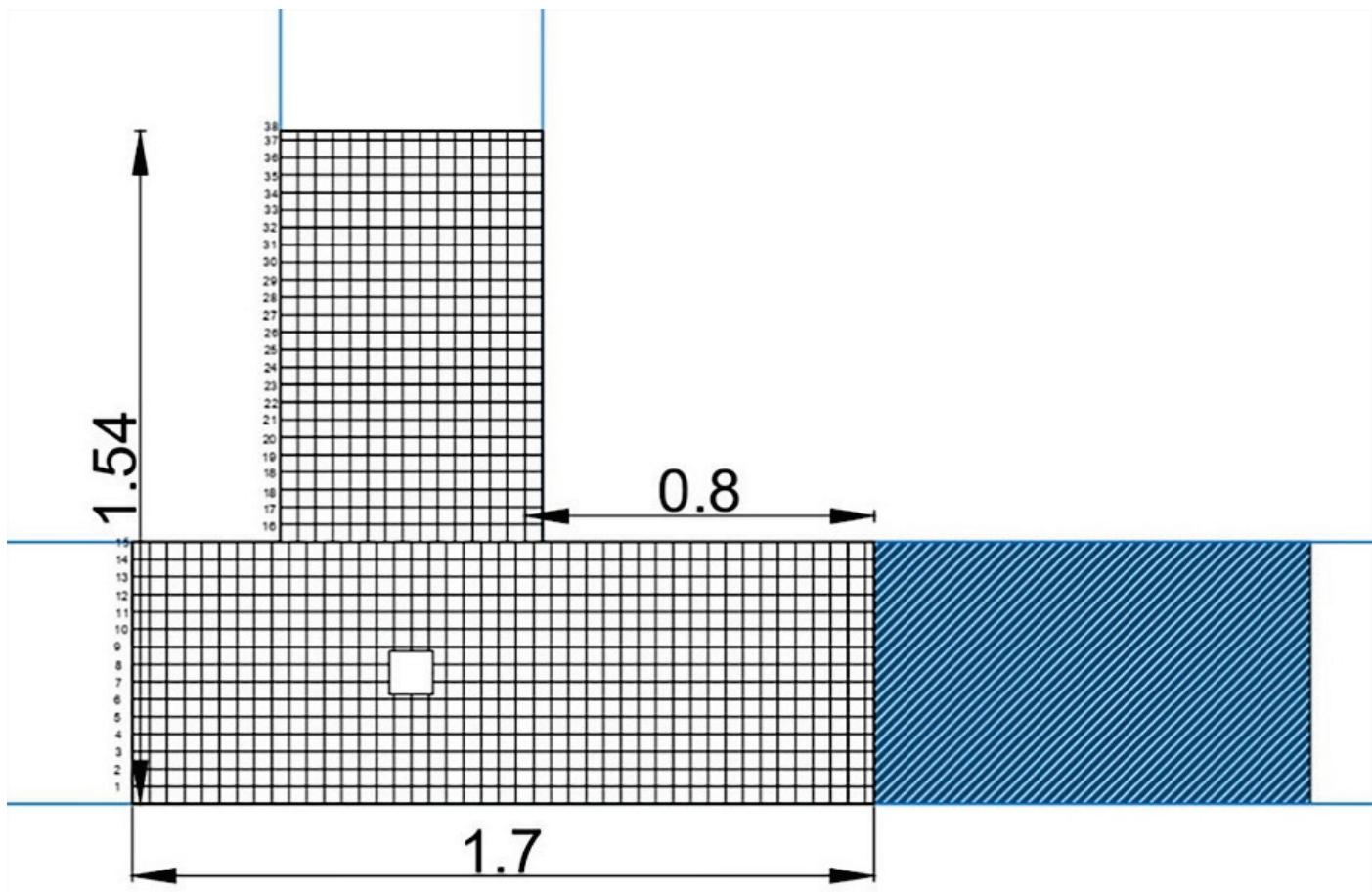
Se vació completamente el canal, como se observa en la Figura 12, y se esperó entre 1 y 2 días para que la arena se seca, facilitando así la recolección de datos.





**Figura 12.** Canal de bifurcación completamente vaciado.

**Diseño de la cuadrícula.** Se generó la cuadrícula adecuada como se describe en la Figura 13, a fin de identificar cada punto de medición de manera precisa.



**Figura 13.** Cuadrícula dibujada en AutoCAD para toma de datos para la batimetría.

**Trazado en el canal.** Se trazó la cuadrícula en el canal de bifurcación, asegurando la correspondencia con la cuadrícula diseñada en AutoCAD para garantizar mayor precisión en la ubicación de los puntos, tal como se observa en la Figura 14.



**Figura 14.** Cuadrícula en campo con ayuda de piola.

**Registro de datos.** Los valores obtenidos se registraron con el propósito de procesarlos en *QGIS* y *Surfer*, y ver los resultados obtenidos del transporte de sedimentos.

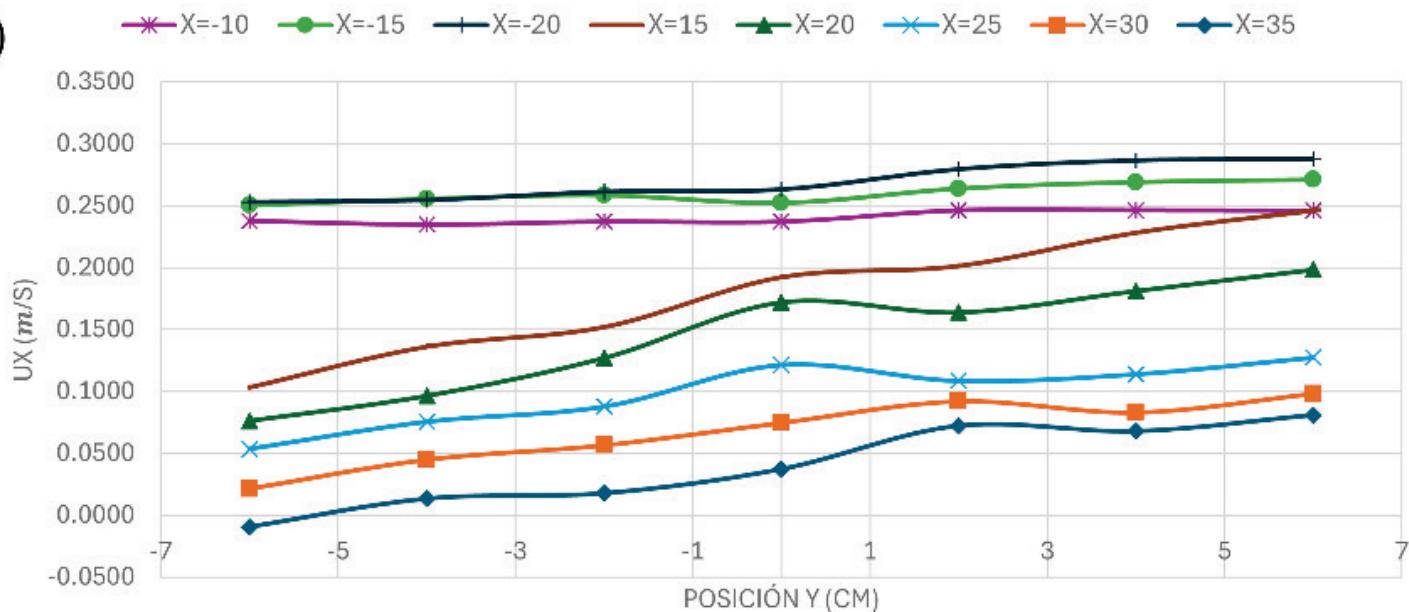
## Resultados

### Velocidades instantáneas

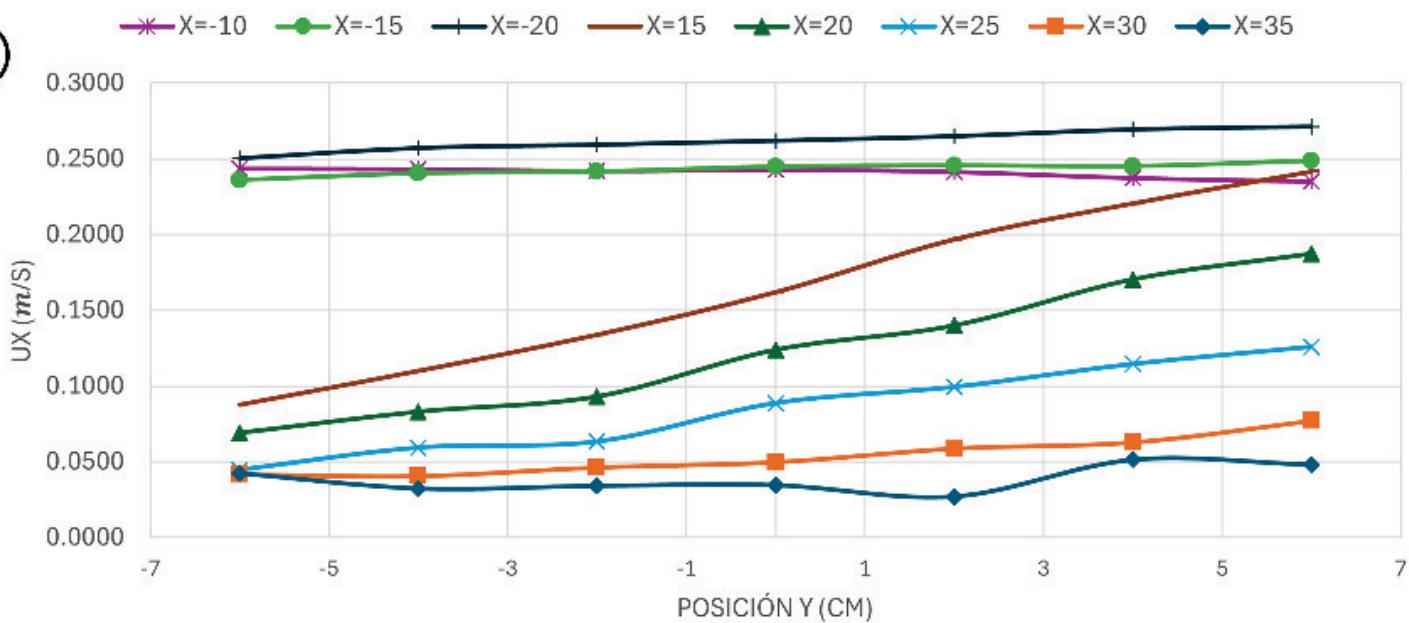
#### Velocidades instantáneas en la dirección del flujo ( $U_x$ )

En la Figura 15(a) se puede identificar que las velocidades instantáneas  $U_x$  aumentan conforme la posición  $x$  se aleja aguas arriba de la pila. Los valores más altos de velocidad se presentan en las distancias más alejadas, que son  $x = -15$  cm y  $x = -20$  cm. En los extremos, las velocidades tienden a estabilizarse con menores variaciones entre los diferentes planos  $x$ . A medida que  $x$  aumenta, las velocidades crecen, especialmente en las zonas cercanas al centro de la pila, destacando un pico más definido en  $x = 20$  cm y  $x = 30$  cm. La Figura 15(b) muestra que las velocidades  $U_x$  son mayores conforme se alejan aguas arriba de la pila, como lo fue para  $z = 11$  cm. En los extremos del canal, las velocidades tienden a estabilizarse y poseen valores similares, lo cual refleja una menor variación en estas zonas. Las posiciones más cercanas a la pila aguas arriba  $x = -10$  cm,  $x = -15$  cm presentan velocidades más uniformes y menores en comparación con los planos más alejados.

(a)



(b)



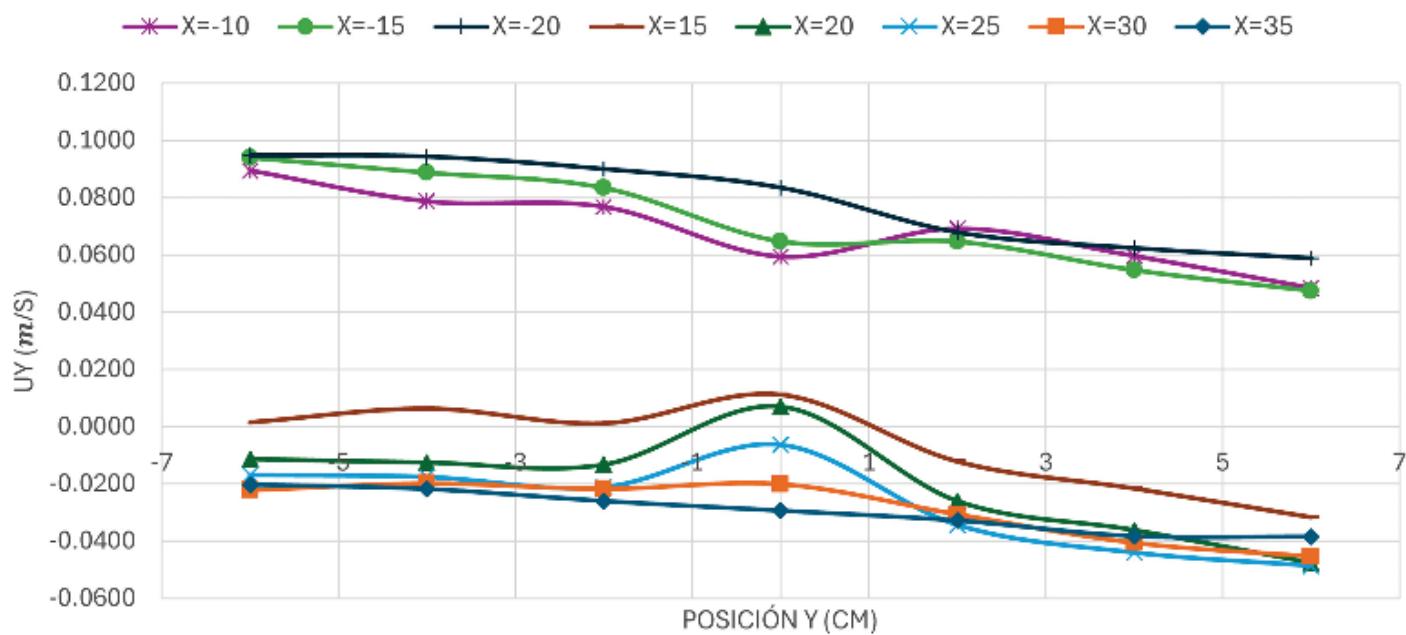
**Figura 15.** Velocidad instantánea en la dirección del flujo ( $U_x$ ).

Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8 \text{ cm}$ , (b)  $z = 11 \text{ cm}$ .

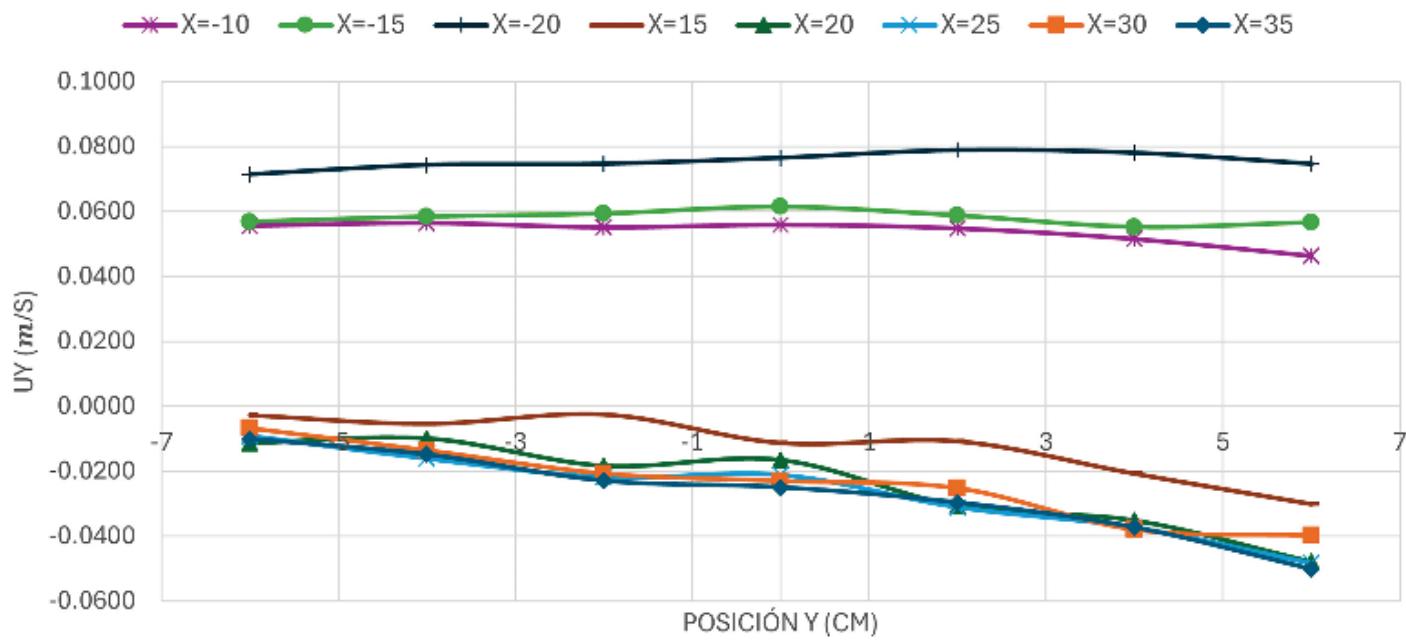
## Velocidades instantáneas transversales ( $U_y$ )

En la Figura 16(a) se evidencia que para las zonas aguas arriba de la pila las velocidades son positivas y tienen una tendencia similar debido a que empiezan a decrecer y en  $y = 6$  cm llegan a su punto de menor velocidad. Por otro lado, cuando se analizan las velocidades trasversales aguas abajo de la pila se evidencia que la mayoría tiene valores negativos y presenta un crecimiento importante en el centro de la pila para luego tener su valor mínimo en  $y = 6$  cm. La Figura 16(b) representa las velocidades  $U_y$ , en donde se observa que para la zona aguas arriba de la pila se tienen valores positivos con una tendencia uniforme. Por otro lado, aguas debajo de la pila los valores tienden a ser negativos.

(a)



(b)

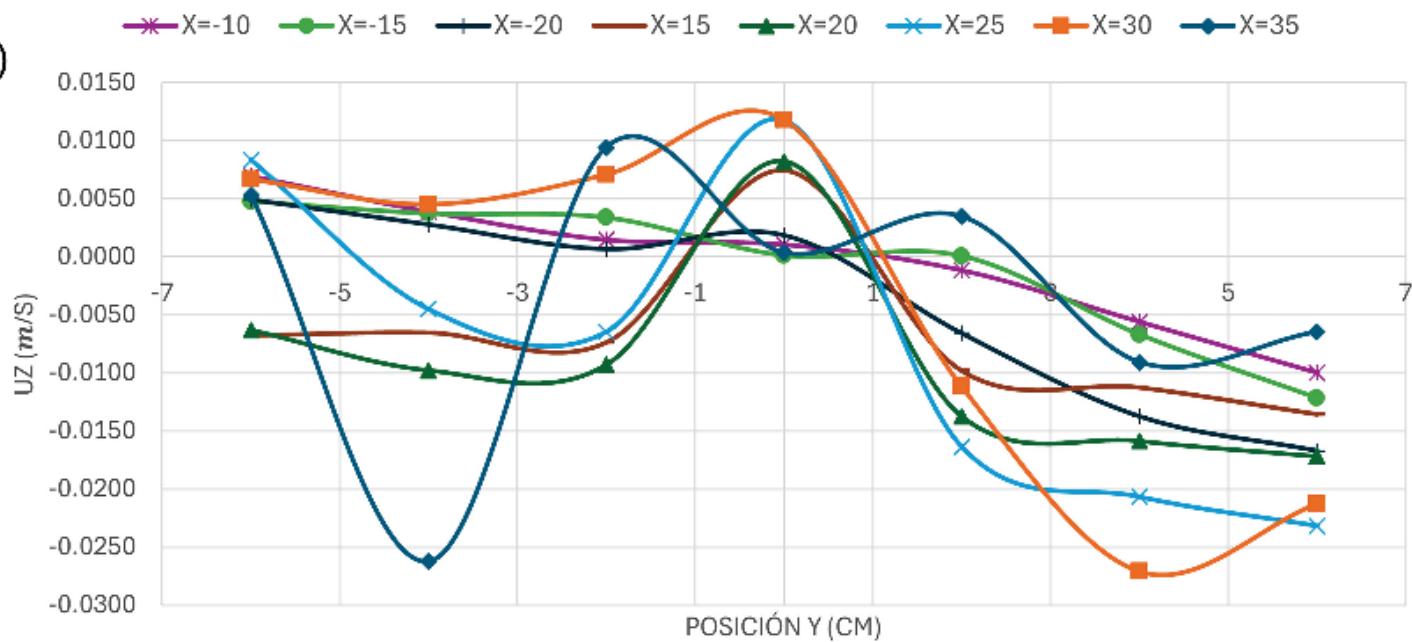


**Figura 16.** Velocidad instantánea transversal ( $U_y$ ). Distribuciones en  $y$ :  
(a)  $z = 8$  cm, (b)  $z = 11$  cm.

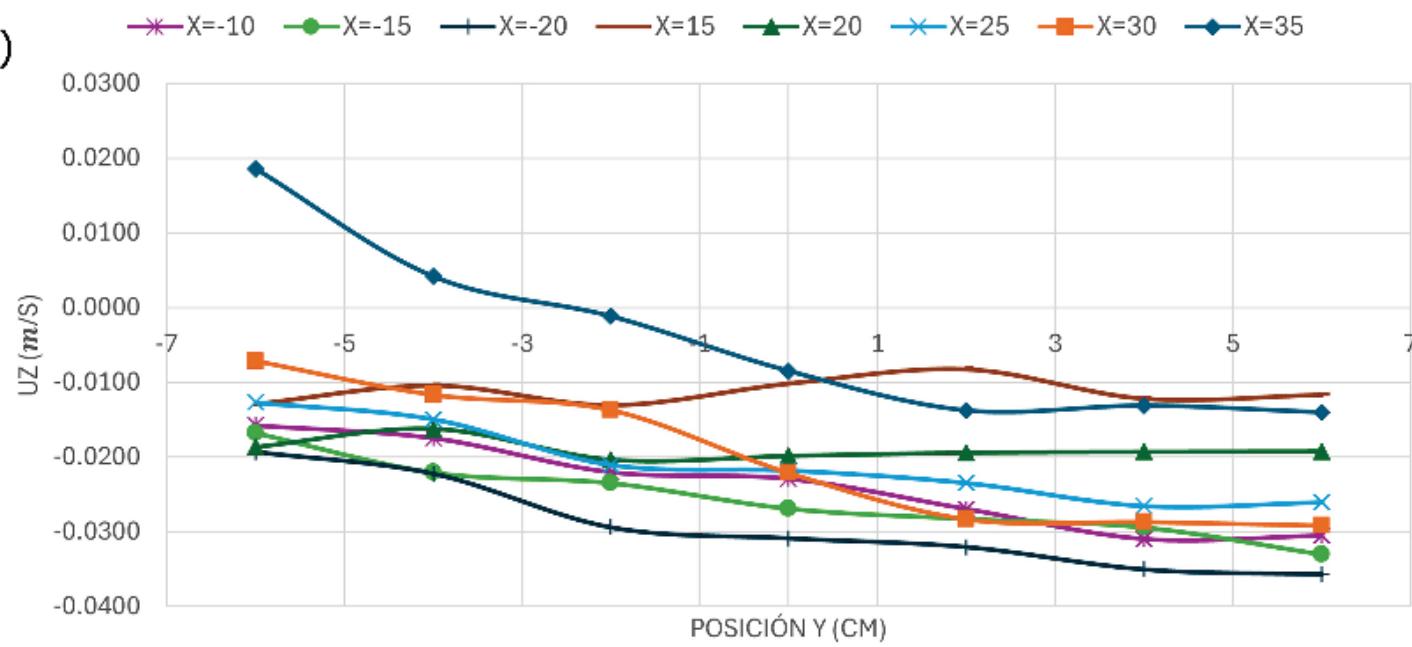
## Velocidades instantáneas verticales ( $U_z$ )

En la Figura 17(a) se puede observar cómo las velocidades  $U_z$  se distribuyen a lo largo de la posición  $y$ ; se puede identificar que se tiene un incremento en todas las velocidades en el punto  $y = 0$  cm, que luego decrece a valores negativos. Se verifica que  $x = -10$  cm,  $x = -15$  cm y  $x = -20$  cm tienen una distribución más suave y siguen la misma tendencia las tres. Para  $z = 11$  cm, se observa una distribución más uniforme conforme se cambia la posición en  $y$ , como se muestra en la Figura 17(b); cuando se tomaron los datos en la zona más alejada aguas arriba, los valores fueron negativos, pero luego descendieron hasta tener un valor similar en  $x = 15$  cm.

(a)



(b)



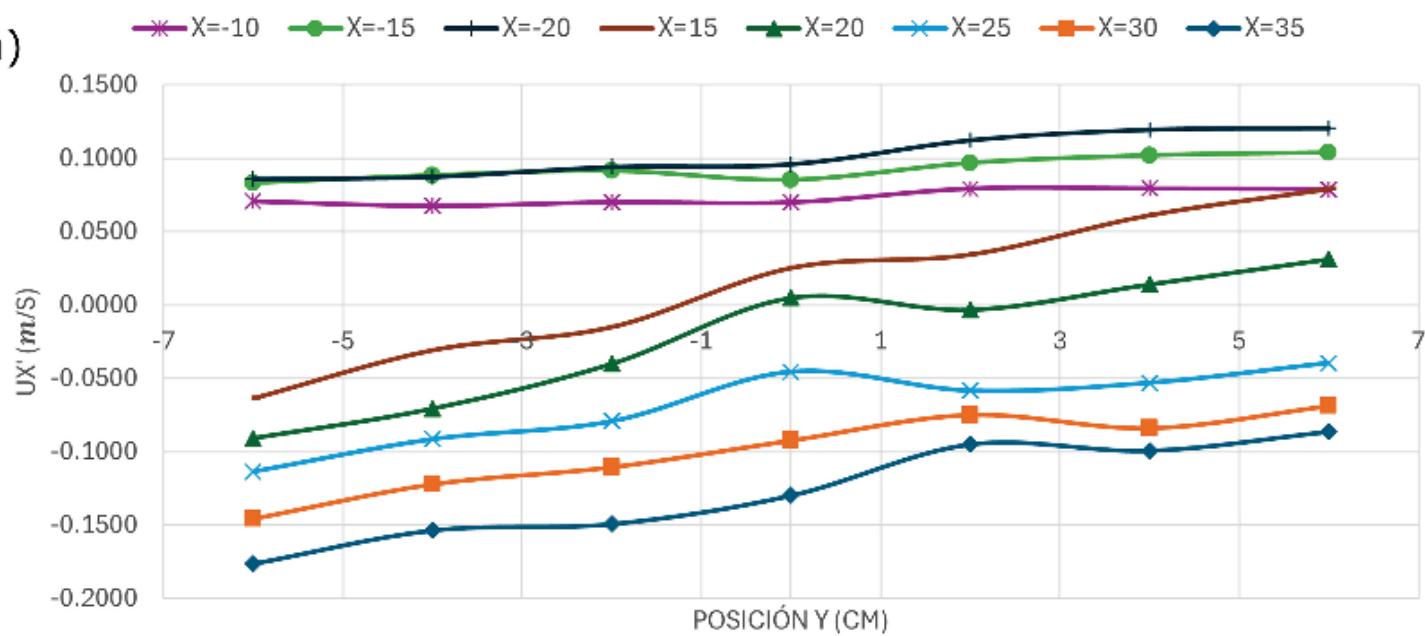
**Figura 17.** Velocidad instantánea vertical ( $U_z$ ). Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8 \text{ cm}$ , (b)  $z = 11 \text{ cm}$ .

## Velocidades turbulentas

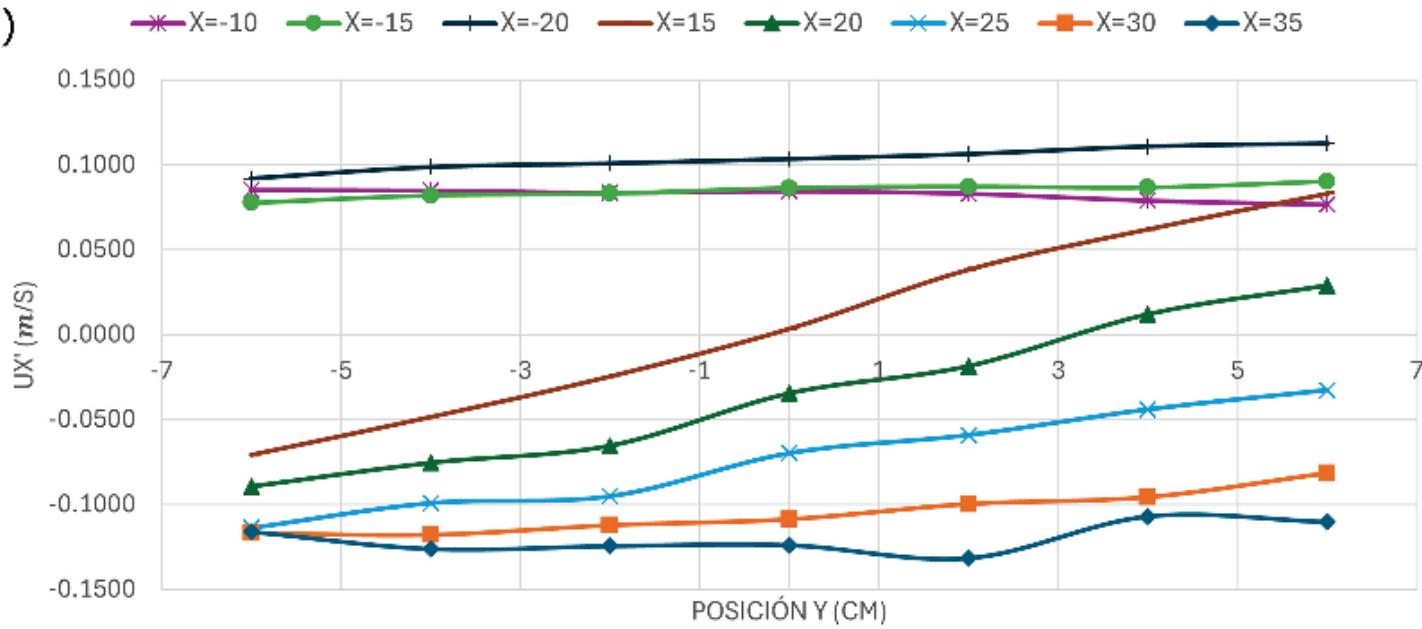
### Velocidades turbulentas en la dirección del flujo ( $U'_x$ )

En la Figura 18(a) se representan los valores de velocidades turbulentas para cada plano  $x$  y se puede identificar que las velocidades  $U'_x$  aumentan conforme la posición  $x$  se aleja aguas arriba de la pila. Los valores más altos de velocidad se presentan en las distancias más alejadas, que son  $x = -15$  cm y  $x = -20$  cm. En los extremos, las velocidades tienden a estabilizarse con menores variaciones entre los diferentes planos  $x$ . A medida que  $x$  aumenta, las velocidades crecen, especialmente en las zonas cercanas al centro de la pila, destacando un pico más definido en  $x = 15$  cm y  $x = 20$  cm. Como se puede identificar en la Figura 18(b), las velocidades  $U'_x$  mayores son aquellas ubicadas aguas arriba de la pila; por otro lado, aquellas velocidades tomadas atrás de la pila empiezan a disminuir mientras más se alejen en el plano  $x$ ; como se observa, el mayor valor es en  $x = 35$  cm, también se advierte cómo las velocidades tomadas cerca de la cara de la pila aguas abajo tienden a estabilizarse.

(a)



(b)



**Figura 18.** Velocidad turbulenta en la dirección del flujo ( $U_x'$ ).

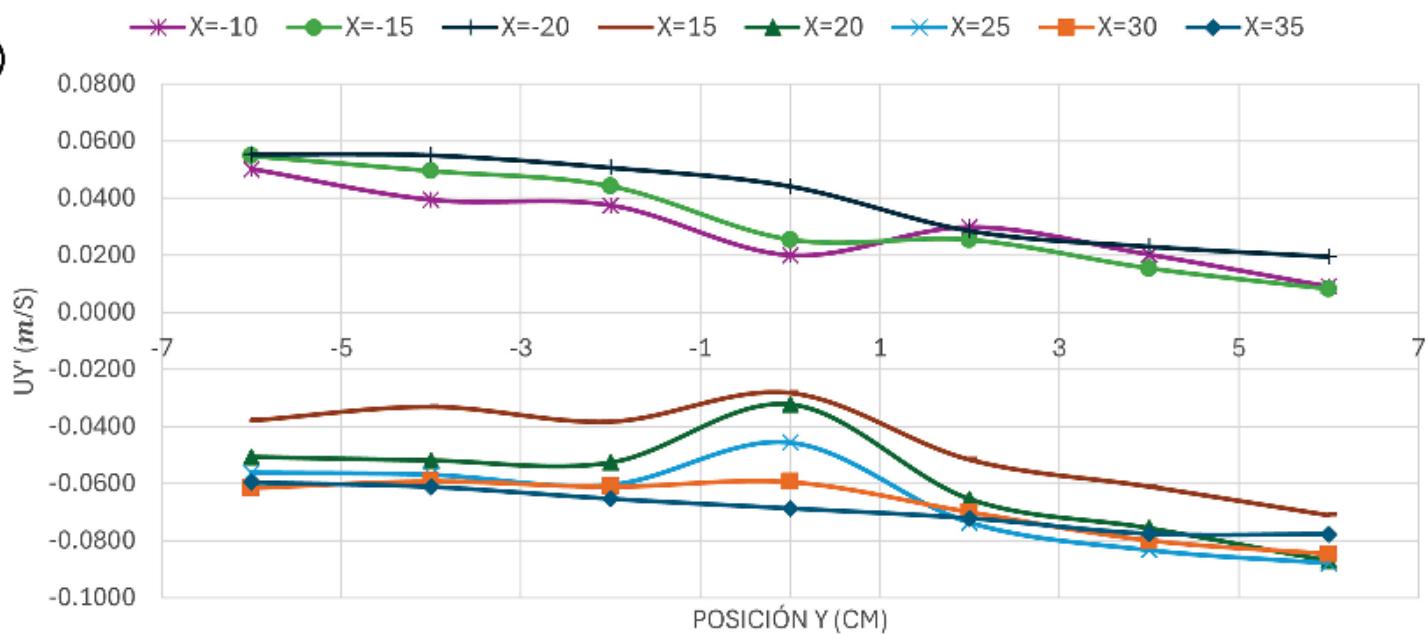
Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8 \text{ cm}$ , (b)  $z = 11 \text{ cm}$ .

### Velocidades turbulentas transversales ( $U_y'$ )

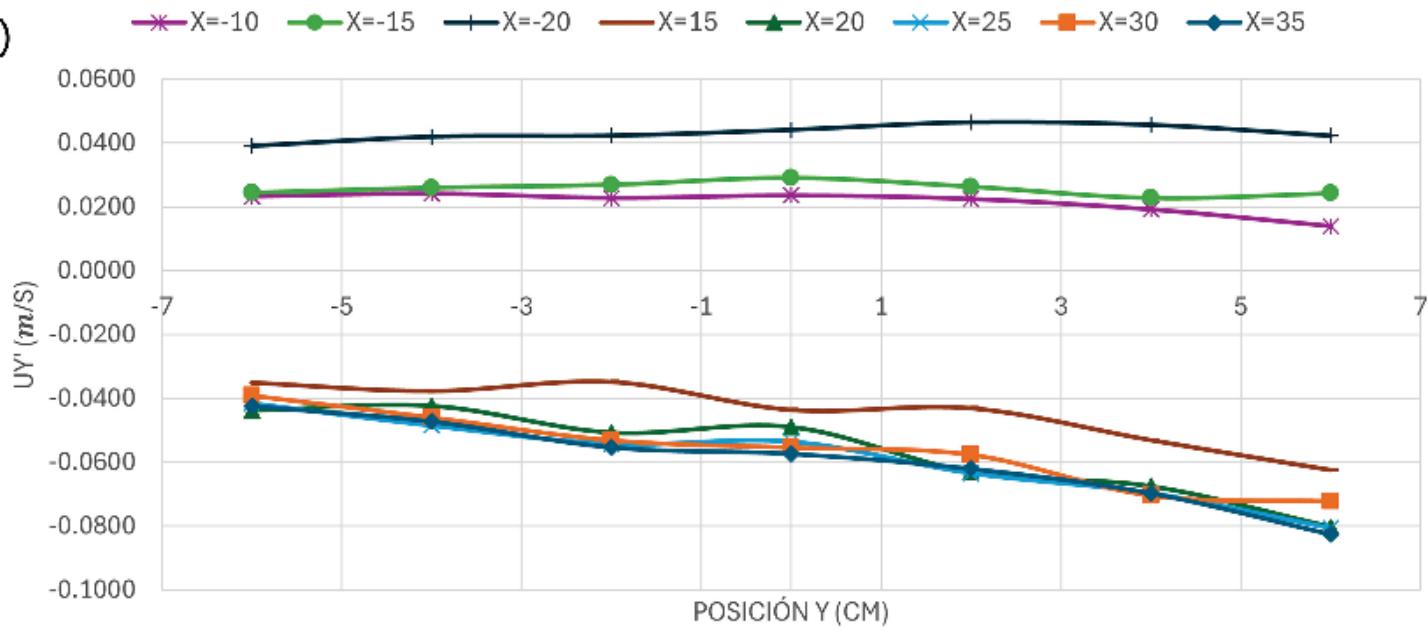


En la Figura 19(a) se observa cómo las velocidades aguas arriba de la pila son todas positivas, mientras aguas abajo son negativas; asimismo, cómo en esta zona las velocidades presentan un pico justo en el centro de la pila. Cabe señalar que todas las velocidades comienzan y finalizan en valores similares entre ellas. De igual forma, como en el caso anterior, en la Figura 19(b) las velocidades son positivas aguas arriba y negativas aguas debajo de la pila; justo en el centro de la pila se tienen valores muy cercanos entre sí, lo que demuestra una uniformidad en este punto.

(a)



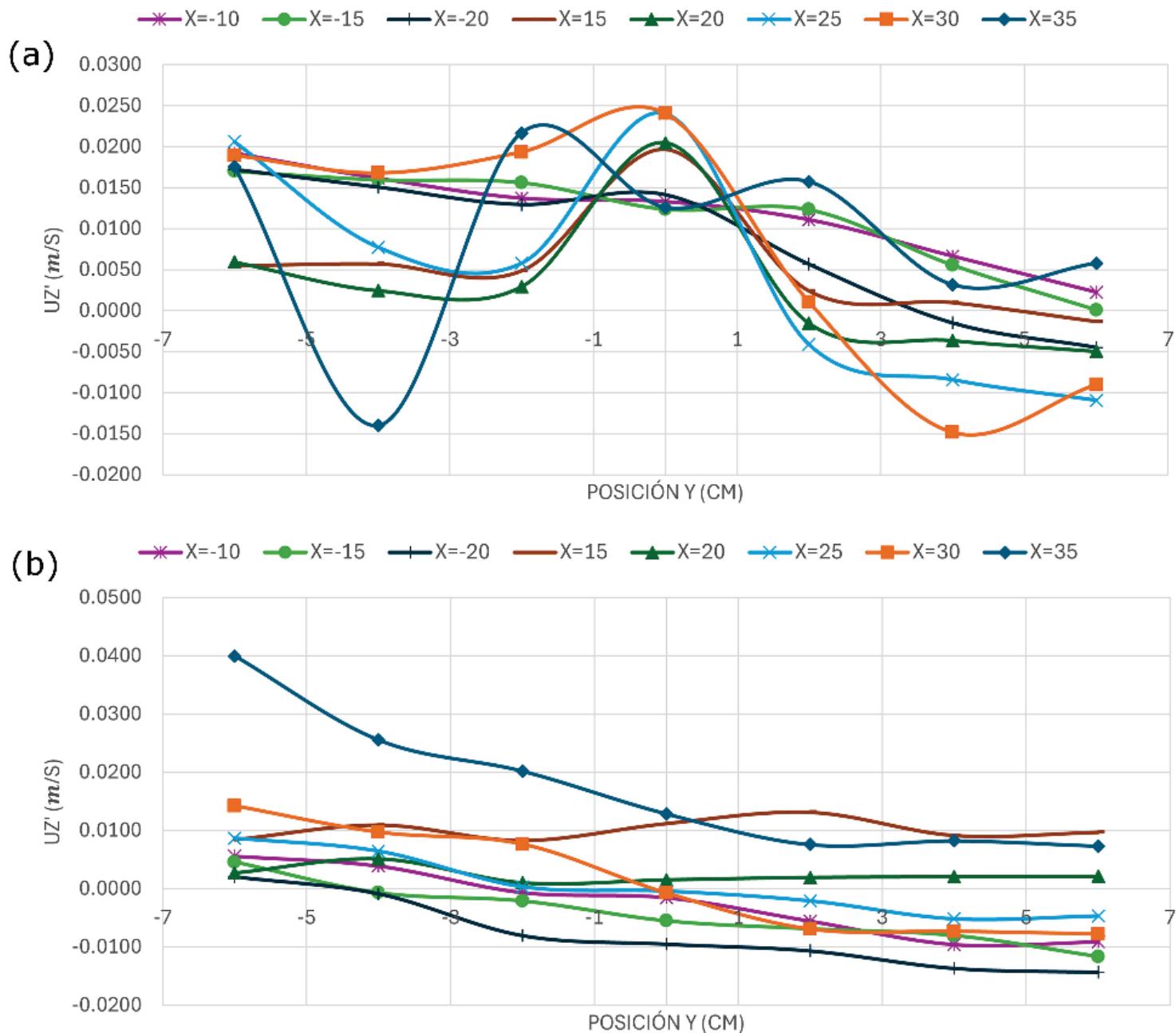
(b)



**Figura 19.** Velocidad turbulenta transversal ( $U'_y$ ). Distribuciones en  $y$ :  
(a)  $z = 8 \text{ cm}$ , (b)  $z = 11 \text{ cm}$ .

## Velocidades turbulentas verticales ( $U'_z$ )

Se observa en la Figura 20(a) cómo las velocidades turbulentas  $U'_z$  en el centro de la pila llegan a tener los valores máximos con una tendencia similar sin presentar una variación notable entre los datos. Para  $z = 11$  cm, en la Figura 20(b) se observa una distribución más uniforme conforme se cambia la posición en  $y$ ; asimismo, se identifica cómo al alejarse de la pila, los valores en  $x = -20$  cm son mayores en  $y = -6$  cm, pero luego siguen la misma tendencia que los demás datos.



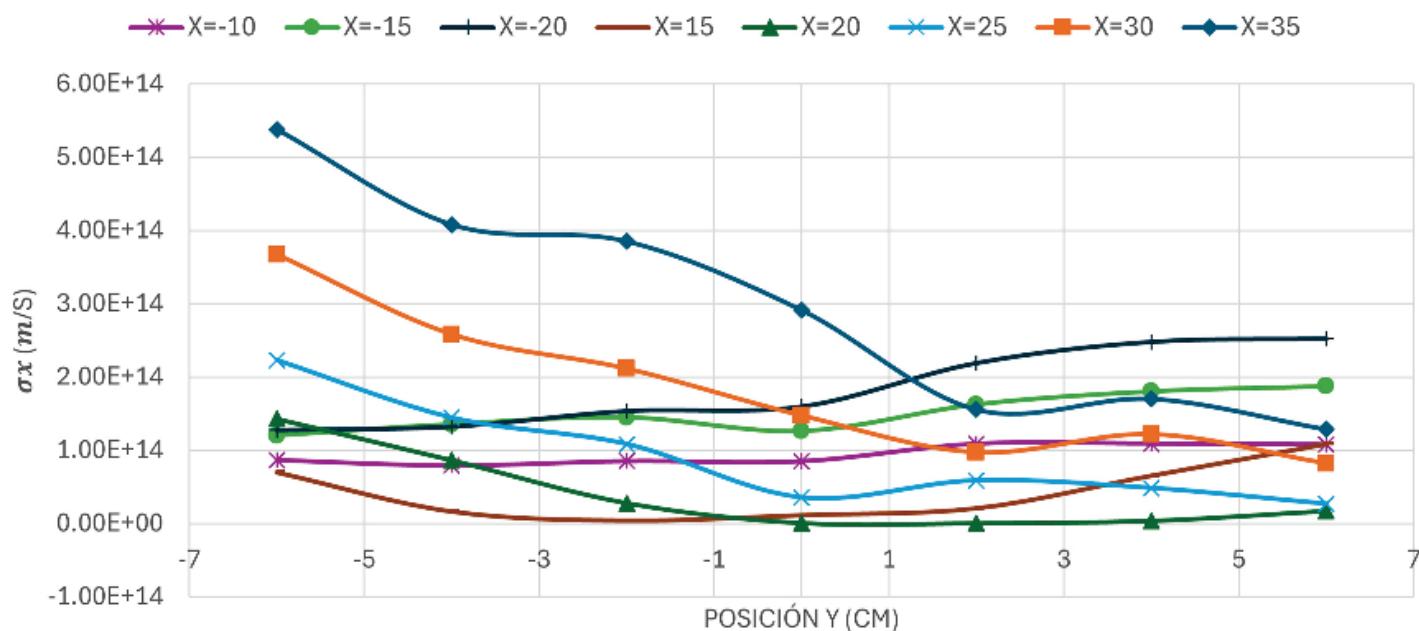
**Figura 20.** Velocidad turbulenta vertical ( $U_z'$ ). Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8 \text{ cm}$ , (b)  $z = 11 \text{ cm}$ .

## Análisis de turbulencia

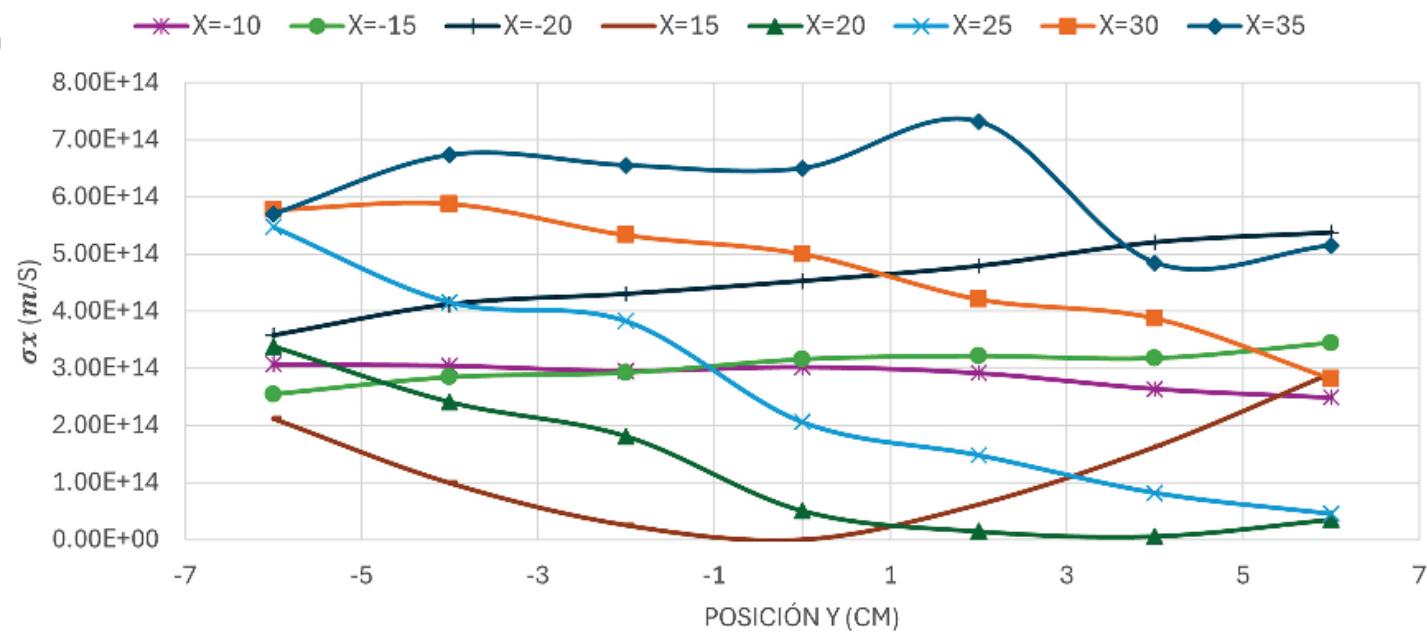
### Desviación estándar de la velocidad en la dirección del flujo $(\sigma_x)$

En la Figura 21(a) se observa cómo los valores de  $\sigma_x$ , a una altura de 8 cm del lecho, tienden a ser mayores en el extremo izquierdo del canal; asimismo, a medida que se acercan a la pila ( $y = 0$  cm), los valores se estabilizan hasta tener una menor variación. En la distribución de  $\sigma_x$  a una distancia de 8 cm del lecho del canal, como se observa en la Figura 21(b), la variación de los valores es más evidente que a 8 cm, con un patrón más irregular y con fluctuaciones alrededor de todas las posiciones.

(a)



(b)

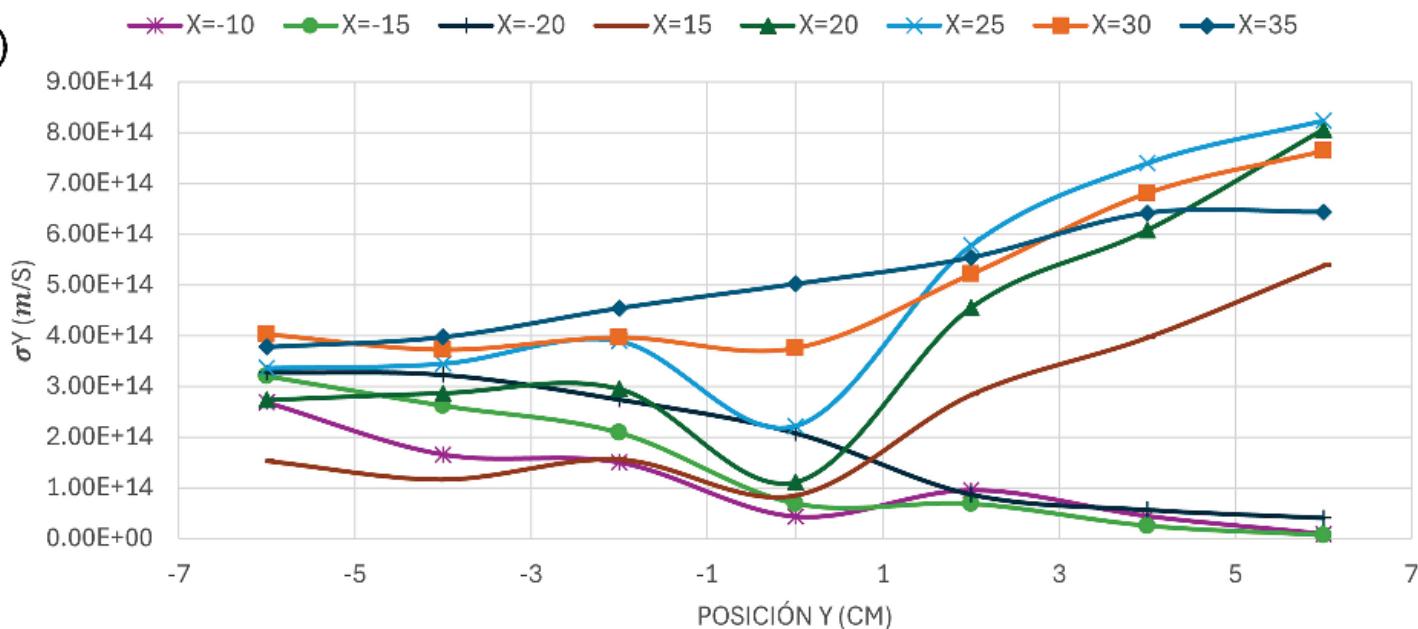


**Figura 21.** Desviación estándar de la velocidad en la dirección del flujo ( $\sigma_x$ ). Distribuciones en y: (a)  $z = 8$  cm, (b)  $z = 11$  cm.

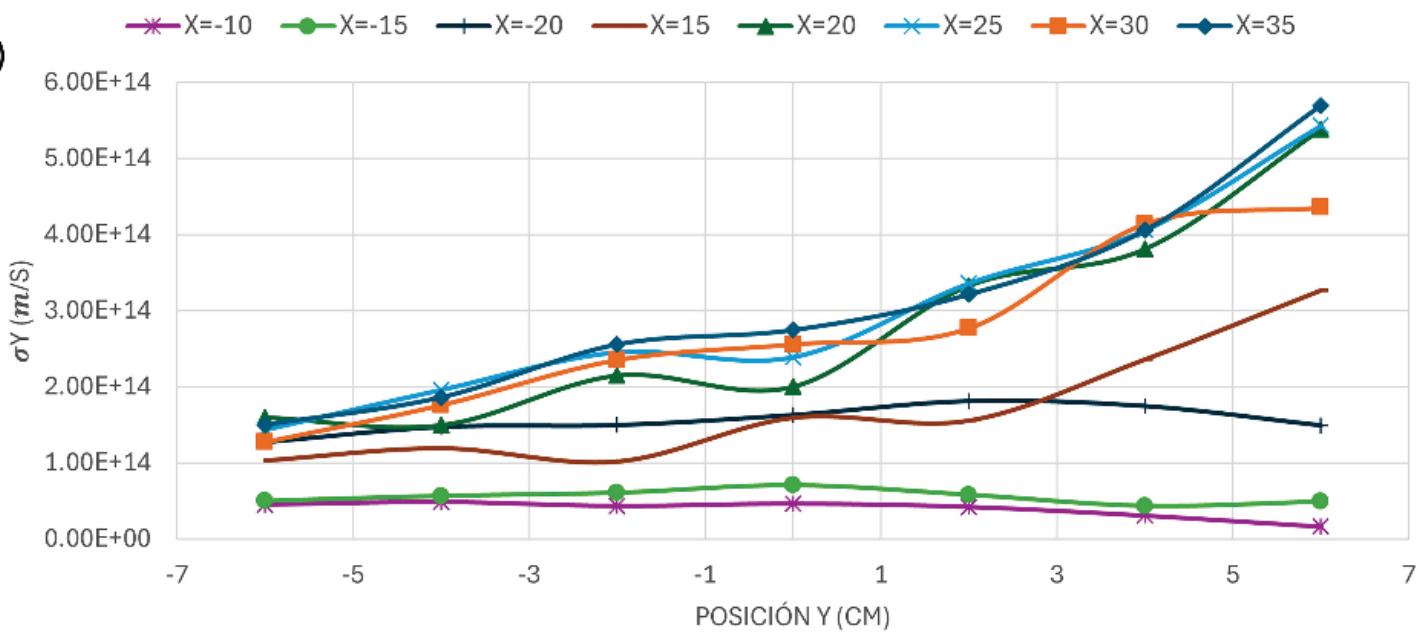
## Desviación estándar de la velocidad transversal ( $\sigma_y$ )

La Figura 22(a) representa las variaciones de  $\sigma_y$  a 8 cm del lecho. Se observa cómo los valores tienden a aumentar conforme se acercan al extremo derecho del canal y, a su vez, se van alejando del centro de la pila; esto indica mayor variabilidad en las velocidades transversales. En la Figura 22(b), la distribución de  $\sigma_y$  es más uniforme en el extremo izquierdo del canal, además los valores son mayores que los obtenidos a una altura de 8 cm, lo cual sugiere que  $\sigma_y$  aumenta dependiendo de la altura.

(a)



(b)



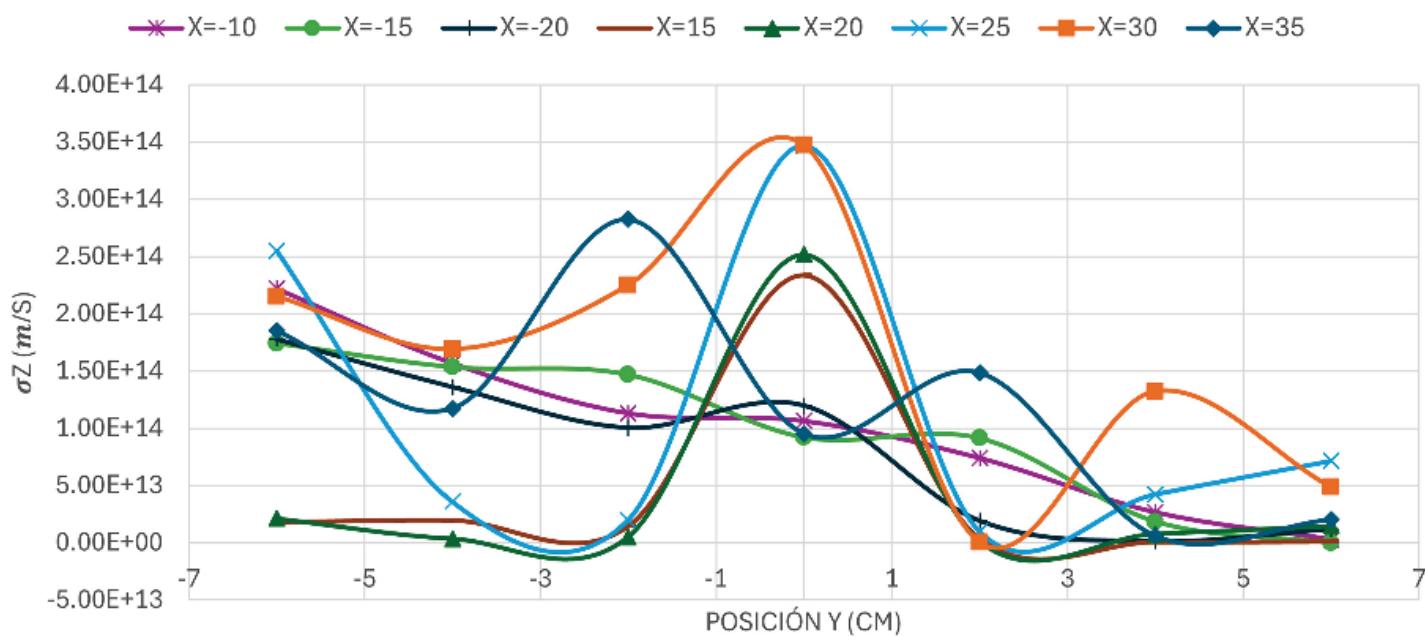
**Figura 22.** Desviación estándar de la velocidad transversal ( $\sigma_y$ ).

Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8$  cm, (b)  $z = 11$  cm.

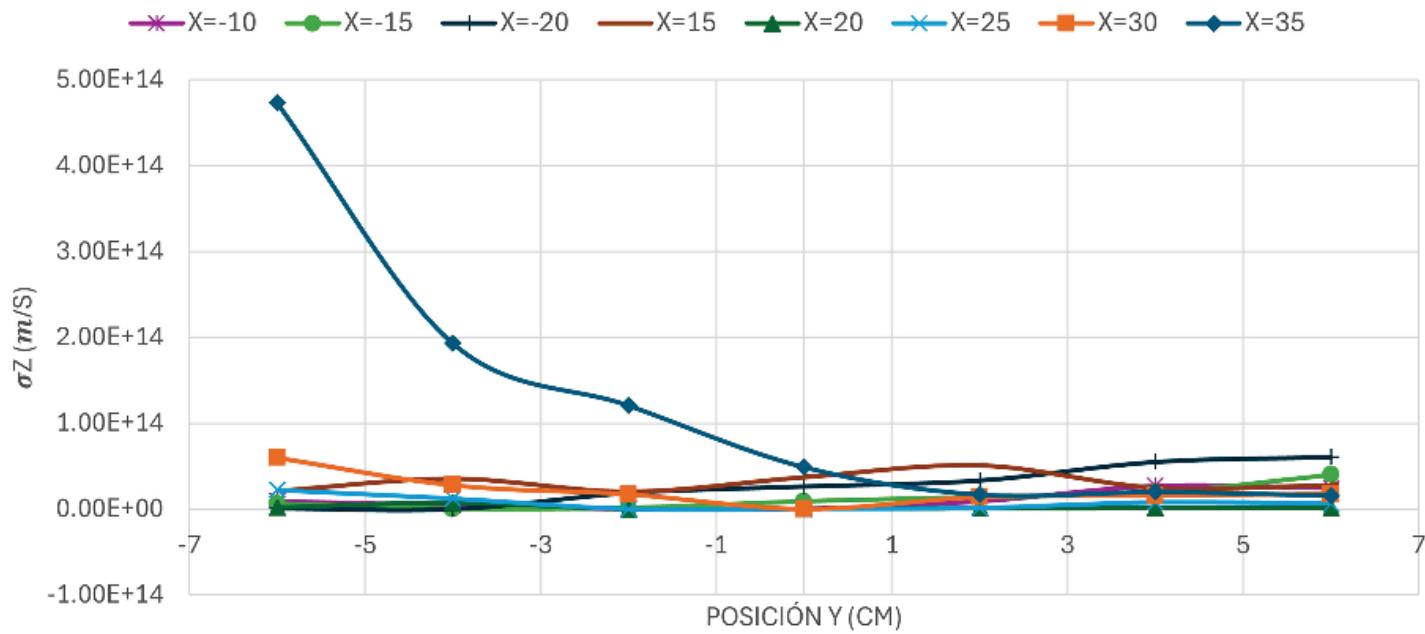
## Desviación estándar de la velocidad vertical ( $\sigma_z$ )

La distribución de  $\sigma_z$  a 8 cm del lecho del canal tiene una particularidad: en el centro de la pila, los valores correspondientes a la zona aguas arriba poseen un pico representativo, mientras que en los extremos del canal se tienden a estabilizar los valores, como se observa en la Figura 23(b). En la Figura 23(a) se expone cómo la distribución de  $\sigma_z$  a 11 cm del lecho tiende a estabilizarse en los extremos del canal y tener valores menores que en  $z = 8$  cm. Asimismo, se observa que para  $x = 35$  cm se tiene un valor máximo justo en la zona más cercana a la pared del canal.

(a)



(b)

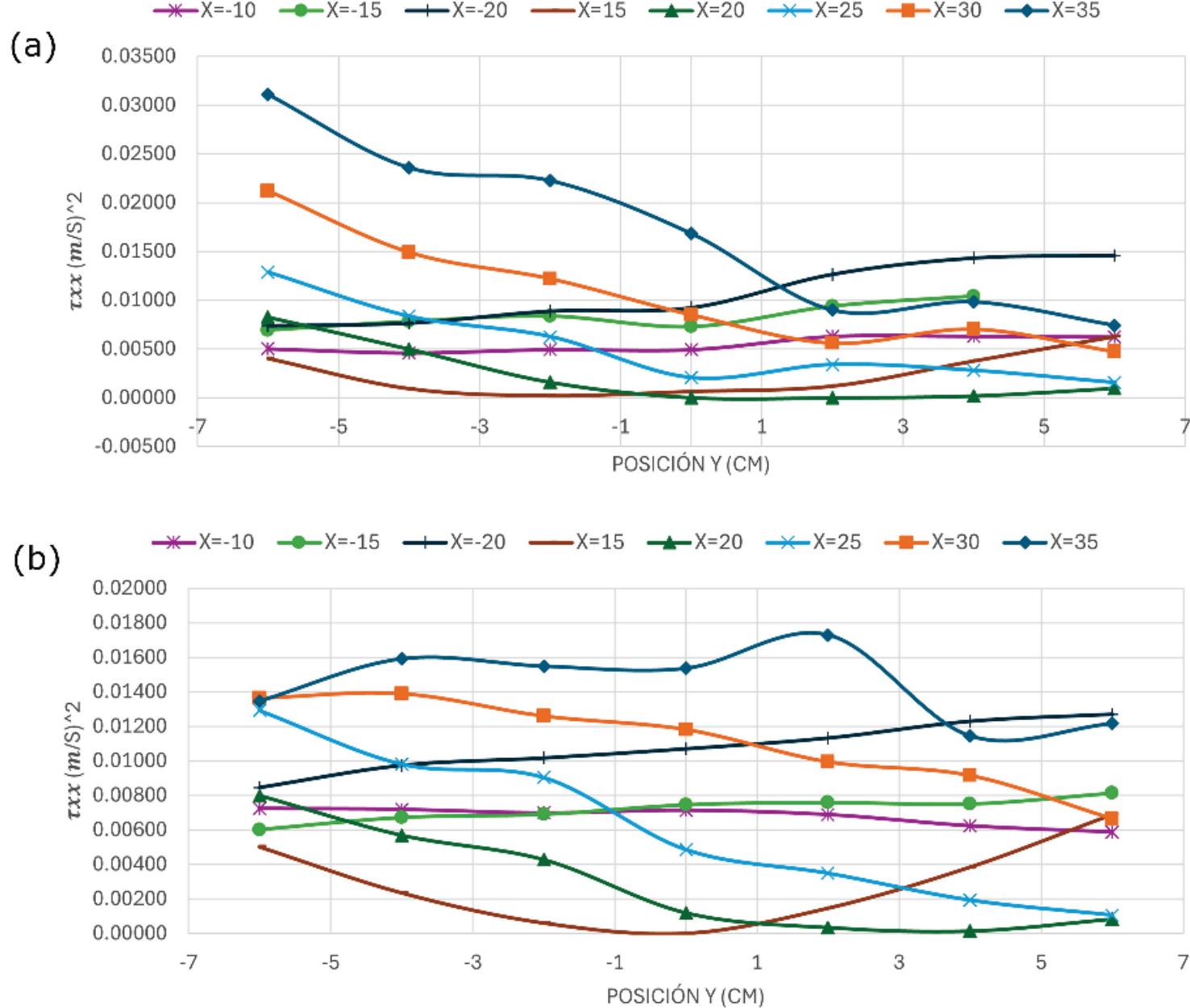


**Figura 23.** Desviación estándar de la velocidad vertical ( $\sigma_z$ ).

Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8$  cm, (b)  $z = 11$  cm.

## Tensiones de Reynolds normales al flujo ( $\tau_{xx}$ )

En la Figura 24(a) se aprecia una mayor variabilidad de los valores de esfuerzo cortante de Reynolds a lo largo de la posición y especialmente en las posiciones cercanas a la pila aguas arriba de la misma. Se observa cómo en los extremos del canal los valores a la izquierda son mayores, pero a la derecha son más bajos y tienden a estabilizarse. Como la Figura 24(b) lo muestra, los valores en los extremos, cuando cambia la altura, se vuelven más uniformes en los extremos del canal, mientras que en el centro o la pila existen picos un tanto marcados, a diferencia de la Figura 24(a).

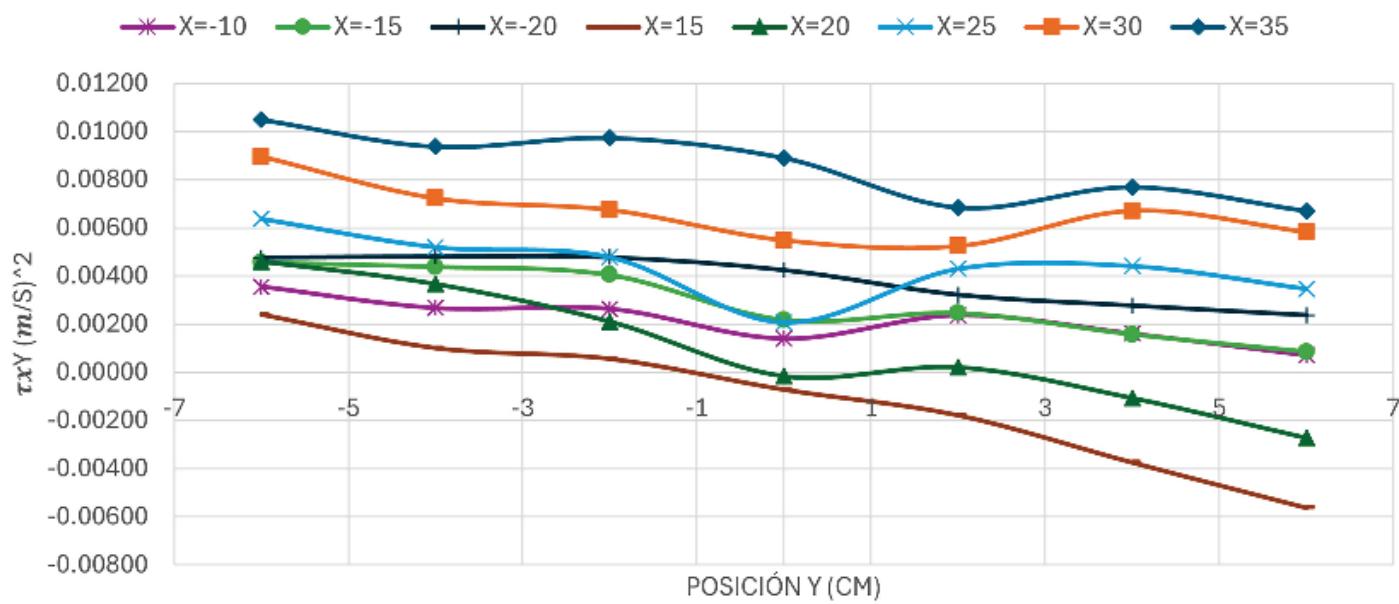


**Figura 24.** Tensiones de Reynolds normales al flujo ( $\tau_{xx}$ ). Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8 \text{ cm}$ , (b)  $z = 11 \text{ cm}$ .

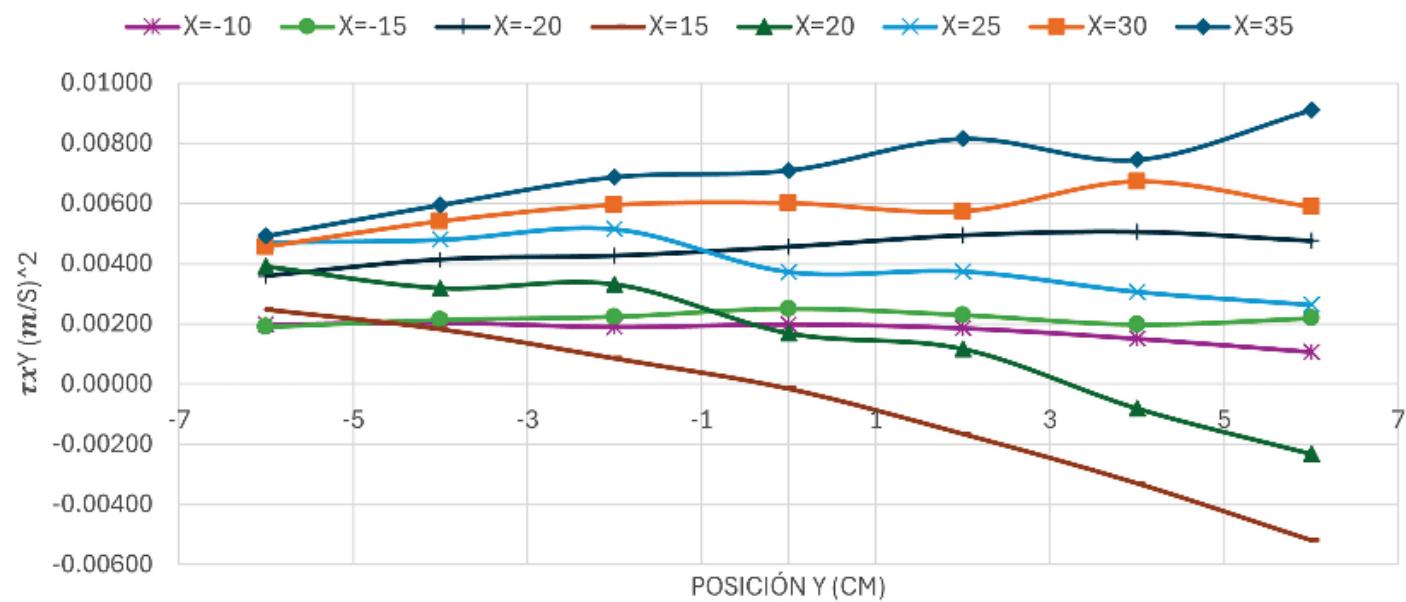
## Tensiones de Reynolds tangenciales al flujo ( $\tau_{xy}$ )

En las zonas representadas en la Figura 25(a) se observan valores de  $\tau_{xy}$ , que tienen un comportamiento un tanto disperso y no homogéneo, especialmente en la zona central donde se ubica la pila. En el extremo derecho se puede ver que existen valores negativos en zonas cercanas a la cara de la pila aguas arriba. Los valores de  $\tau_{xy}$  que se muestran en la Figura 25(b) muestran un comportamiento más disperso en las zonas del extremo derecho del canal.

(a)



(b)

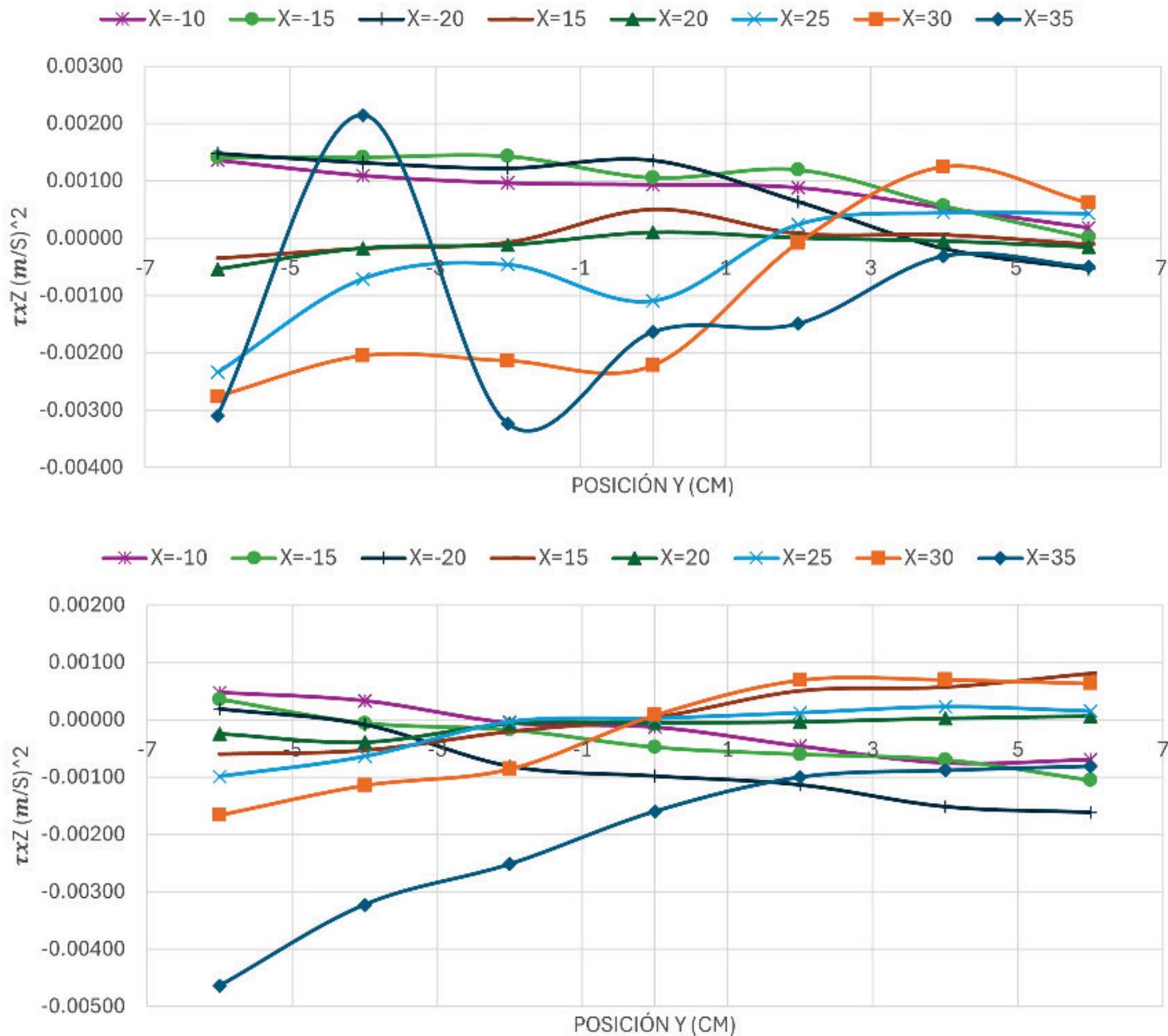


**Figura 25.** Tensiones de Reynolds tangenciales al flujo ( $\tau_{xy}$ ).

Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8 \text{ cm}$ , (b)  $z = 11 \text{ cm}$ .

## Tensiones de Reynolds tangenciales al flujo ( $\tau_{xz}$ )

En la distribución de los esfuerzos cortantes de Reynolds  $\tau_{xz}$ , a 8 cm de altura desde el lecho del canal, se muestra un comportamiento variable entre las posiciones cercanas a la pila, donde los valores presentan oscilaciones significativas y a medida que se alejan de la pila se observa una estabilización en los valores, como se observa en la Figura 26(a). En la Figura 26(b) se muestra una menor variabilidad en los valores de  $\tau_{xz}$  y se observan pequeñas fluctuaciones en el centro de la pila; ello da a entender que mientras más se alejen del lecho del canal, los esfuerzos cortantes de Reynolds se distribuyen de manera más uniforme.



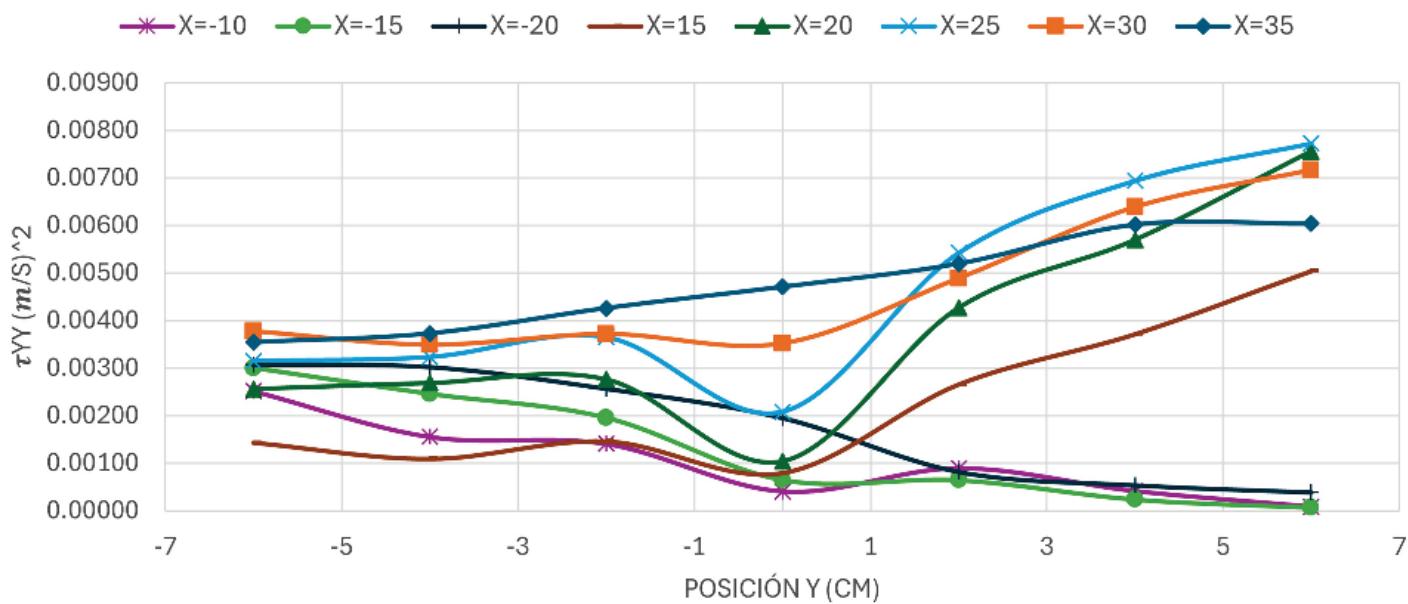
**Figura 26.** Tensiones de Reynolds tangenciales al flujo ( $\tau_{xz}$ ).

Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8 \text{ cm}$ , (b)  $z = 11 \text{ cm}$ .

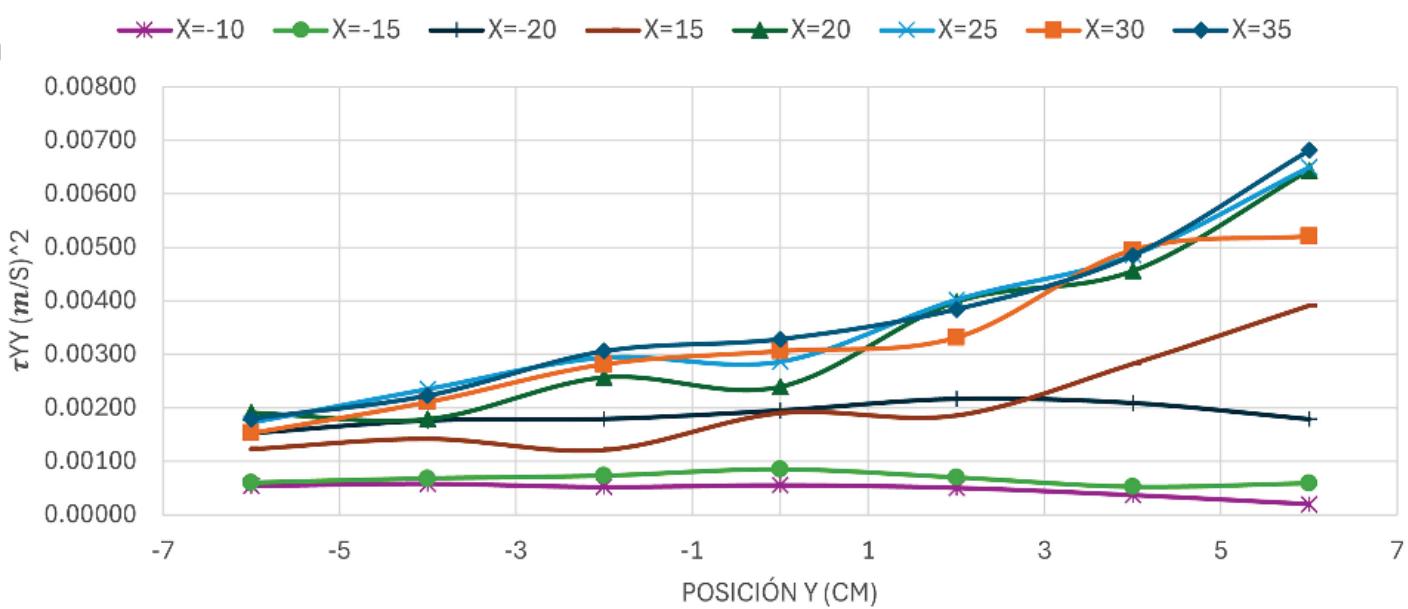
## Tensiones de Reynolds normales al flujo ( $\tau_{yy}$ )

En la Figura 27(a) se observa cómo los valores de  $\tau_{yy}$  tienen un comportamiento similar mientras la posición en  $y$  varía; asimismo, se ve cómo en el centro de la pila de puente los valores tienden a ser menores, en comparación con los valores en los extremos. En la Figura 27(b) se observa la distribución de  $\tau_{yy}$  y cómo posee una uniformidad más notable en el extremo izquierdo del canal y cómo en el extremo contrario tiene una diferencia debido a la presencia de la bifurcación.

(a)



(b)

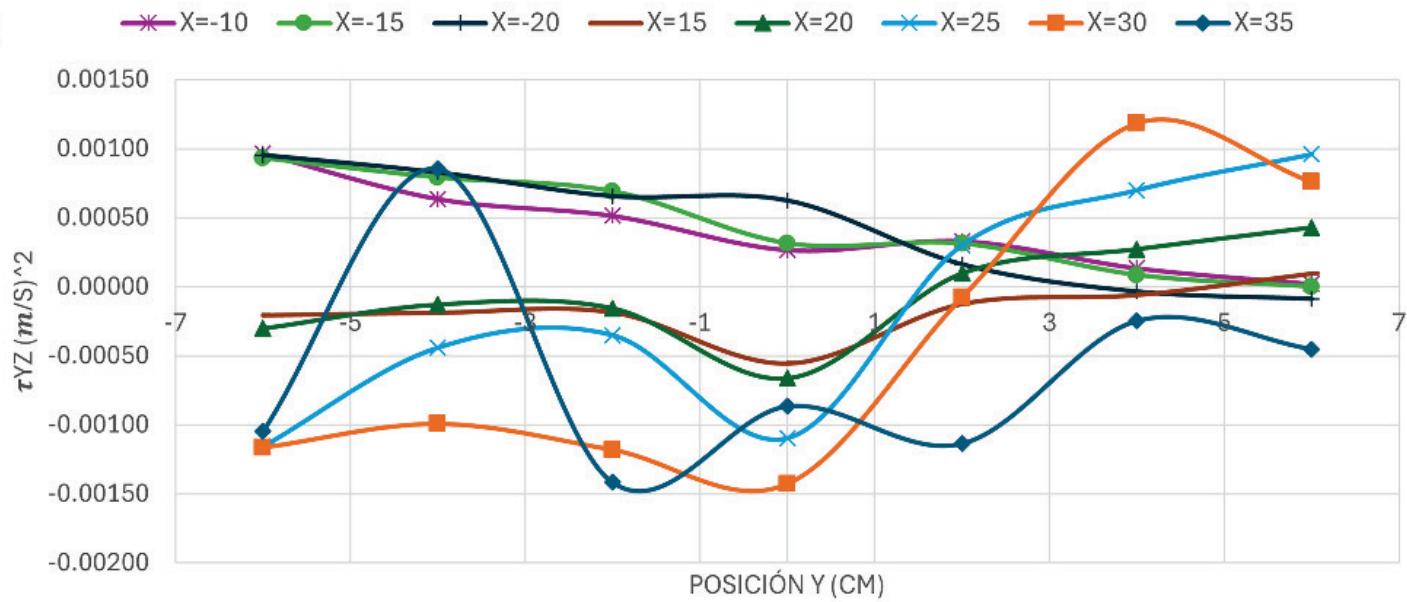


**Figura 27.** Tensiones de Reynolds normales al flujo ( $\tau_{yy}$ ). Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8 \text{ cm}$ , (b)  $z = 11 \text{ cm}$ .

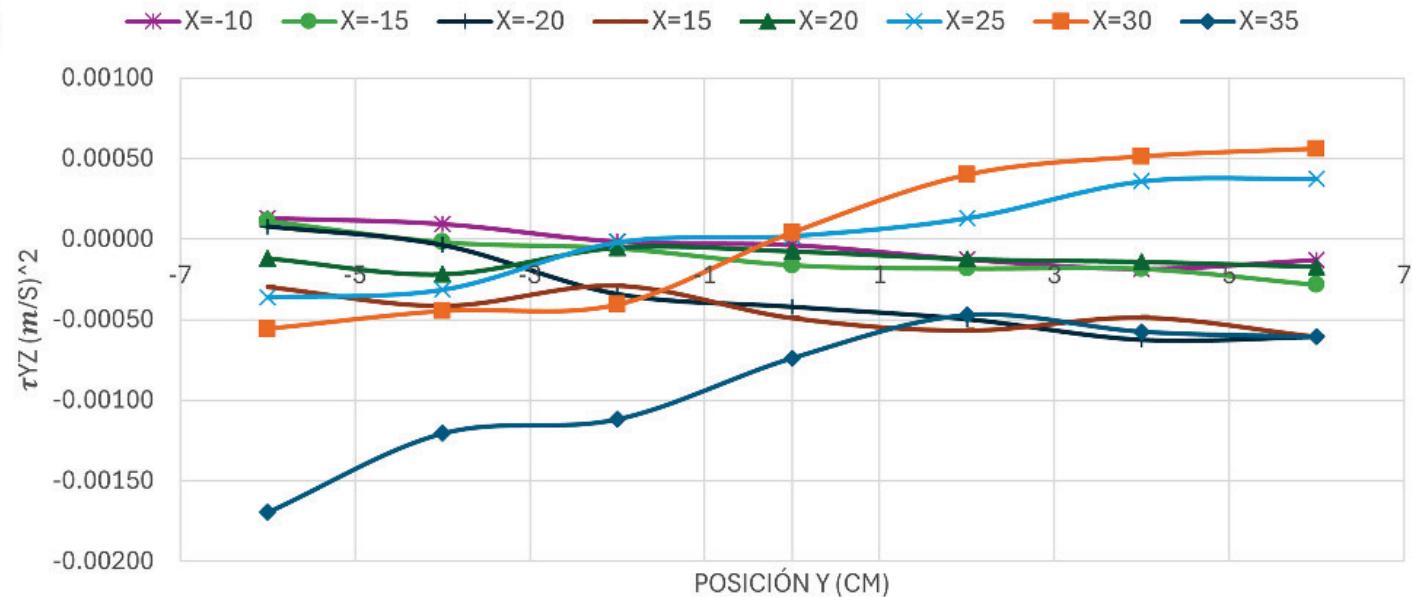
## Tensiones de Reynolds tangenciales al flujo ( $\tau_{yz}$ )

En la Figura 28(a) se presentan resultados de  $\tau_{yz}$ , en donde se muestra un patrón oscilante con valores con variaciones significativas en posiciones cercanas al borde del canal y en el centro de la pila. La curva de  $x = 35$  cm presenta valores muy cambiantes a medida que se avanza en la dirección  $y$ . La Figura 28(b) muestra un comportamiento más estable, entre los valores de  $\tau_{yz}$  se observan fluctuaciones menores en el centro de la pila.

(a)



(b)



**Figura 28.** Tensiones de Reynolds tangenciales al flujo ( $\tau_{yz}$ ).

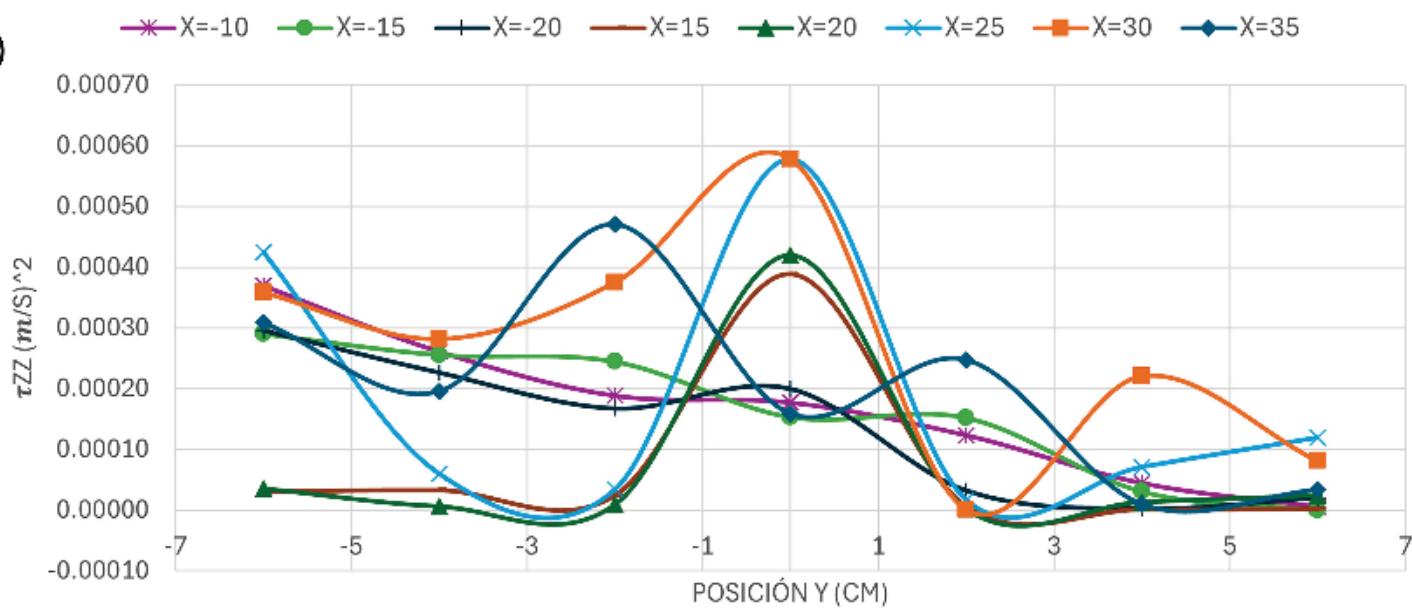
Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8 \text{ cm}$ , (b)  $z = 11 \text{ cm}$ .



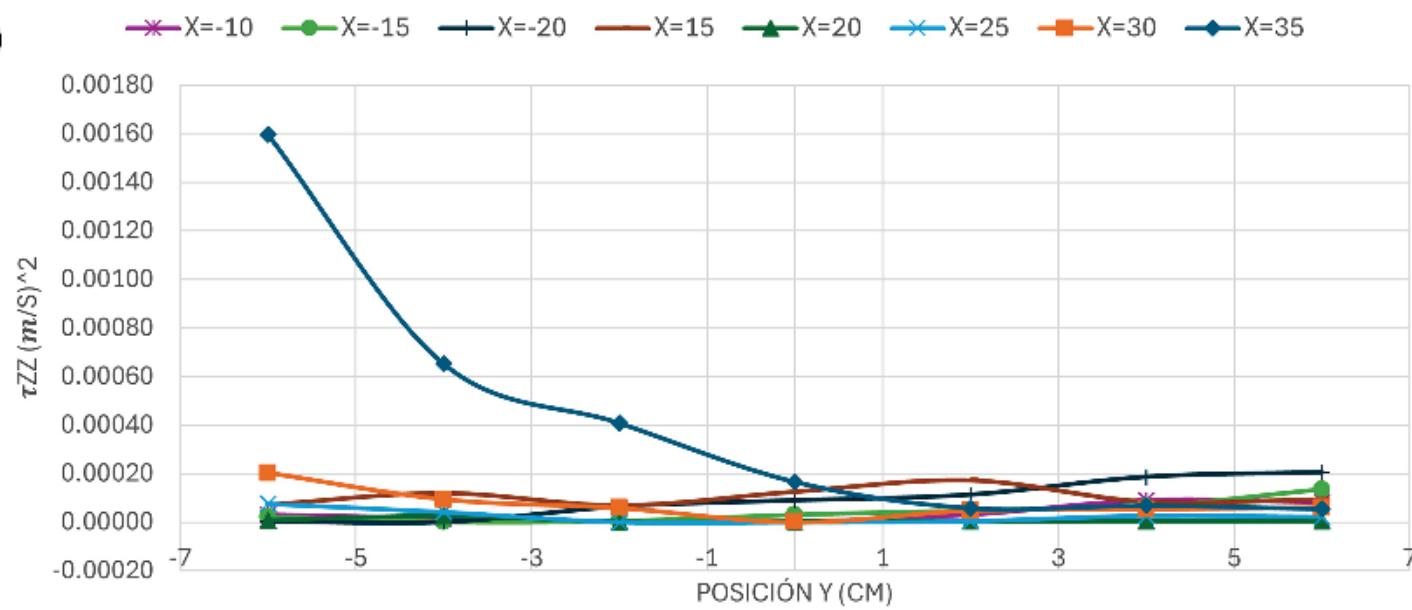
## Tensiones de Reynolds normales al flujo ( $\tau_{zz}$ )

La distribución del esfuerzo cortante de Reynolds  $\tau_{zz}$  a 8 cm del lecho del canal presenta oscilaciones representativas en el centro de la pila, como se observa en la Figura 29(a), teniendo los picos más altos en las zonas un tanto cercanas a la pila, pero aguas debajo de la misma. También se identifica un comportamiento más estable cuando hay un acercamiento a los extremos del canal, pues las curvas se suavizan y ello indica una menor variabilidad. La Figura 29(b) presenta una distribución más uniforme, con valores menores en comparación con los obtenidos en una altura menor. Se identifica que en la zona más alejada de la pila aguas abajo, el valor de  $\tau_{zz}$  es mayor en comparación con los obtenidos en otras posiciones.

(a)



(b)

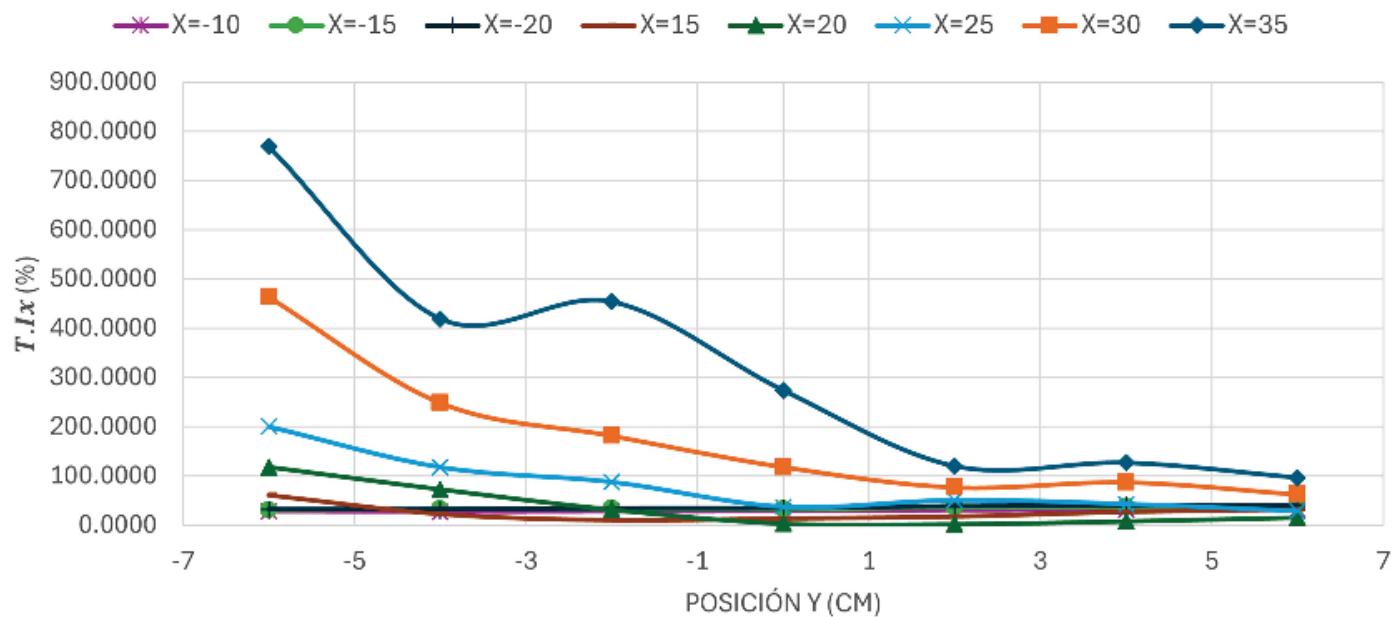


**Figura 29.** Tensiones de Reynolds normales al flujo ( $\tau_{zz}$ ). Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8 \text{ cm}$ , (b)  $z = 11 \text{ cm}$ .

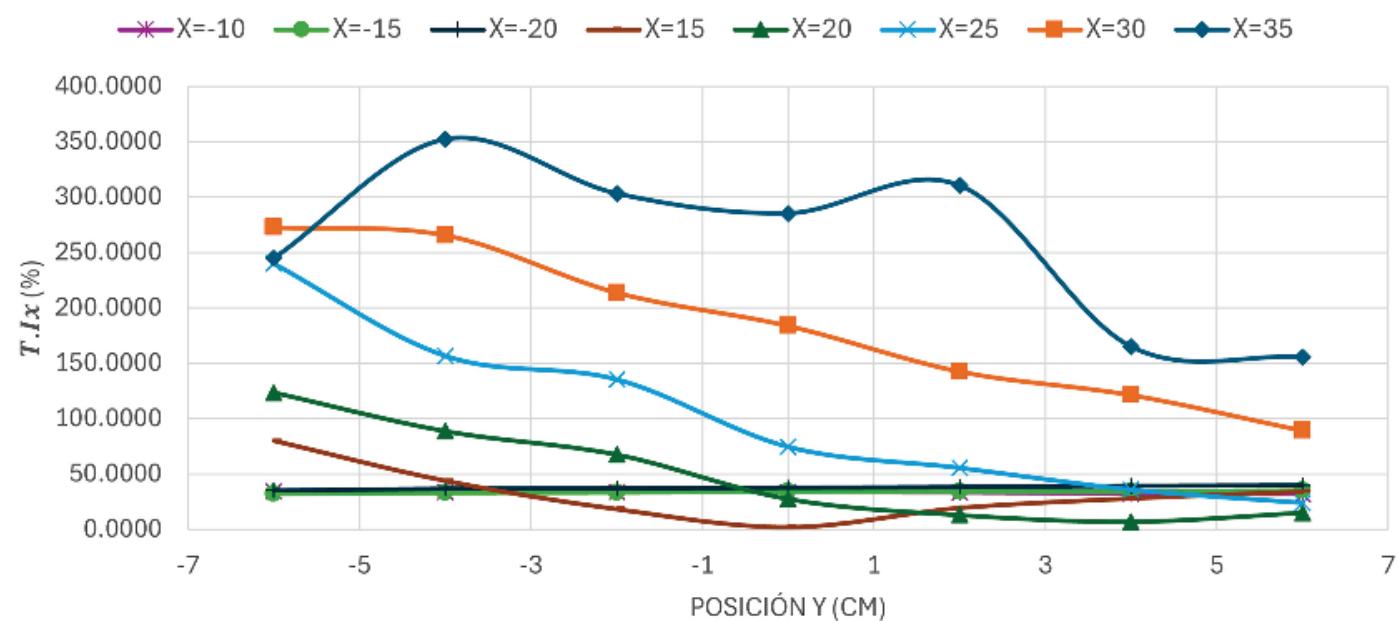
## Intensidades turbulentas en la dirección del flujo ( $T_{I_x}$ )

En la Figura 30(a) se muestra un incremento significativo en las intensidades turbulentas. Aguas arriba de la misma se observa cómo las intensidades son menores en comparación con los valores obtenidos aguas debajo de la pila, ya que los valores aumentan debido a la interacción del flujo con la pila. Las intensidades turbulentas tienden a disminuir mientras se aumenta la distancia vertical desde el lecho debido al efecto de disipación de la turbulencia con la distancia vertical. También en la Figura 30(b) se nota cómo la turbulencia se redistribuye en los extremos, lo que genera una disminución en los valores.

(a)



(b)



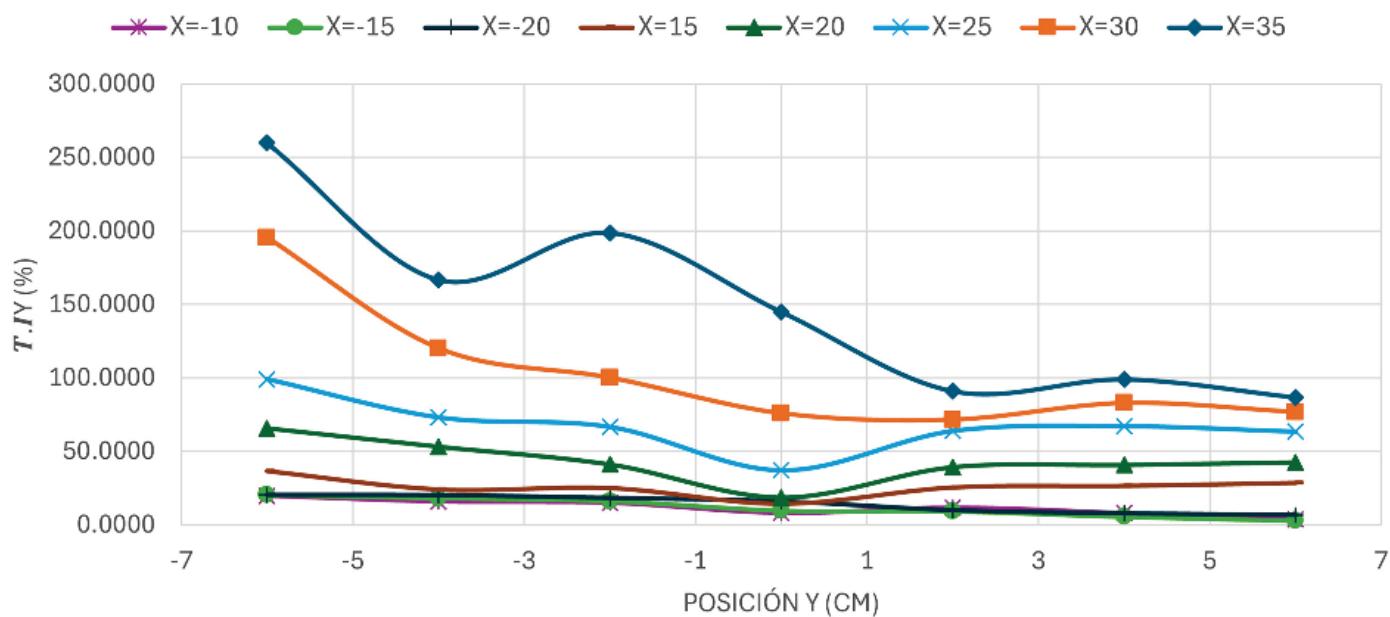
**Figura 30.** Intensidades turbulentas en la dirección del flujo ( $T.I_x$ ).

Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8$  cm, (b)  $z = 11$  cm.

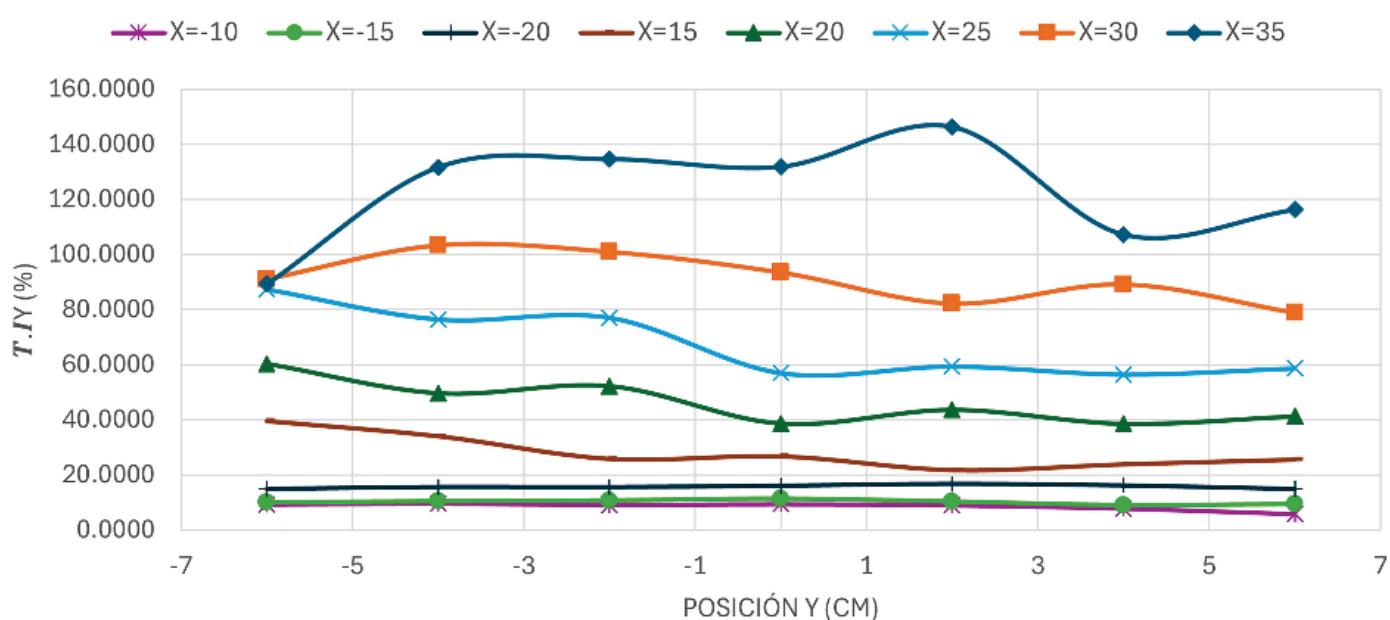
## Intensidades turbulentas transversales ( $T.I_y$ )

Como se evidencia en la Figura 31(a), las intensidades turbulentas transversales al flujo aguas arriba de la pila poseen valores pequeños en comparación con los valores obtenidos aguas abajo de la misma llegando a valores de hasta 300 % en  $x = 35$  cm. También se observa cómo a los extremos del canal se van atenuando las intensidades turbulentas más notable en el extremo derecho. En la Figura 31(b) se muestra cómo aguas debajo de la pila las intensidades van aumentando mientras se varía la posición en  $x$ ; asimismo, por efecto de la disipación de la energía en la dirección vertical, se evidencia que a una altura de 11 cm sobre el lecho del canal los valores de  $T.I_y$  disminuyen, alcanzando un máximo de 140 %.

(a)



(b)

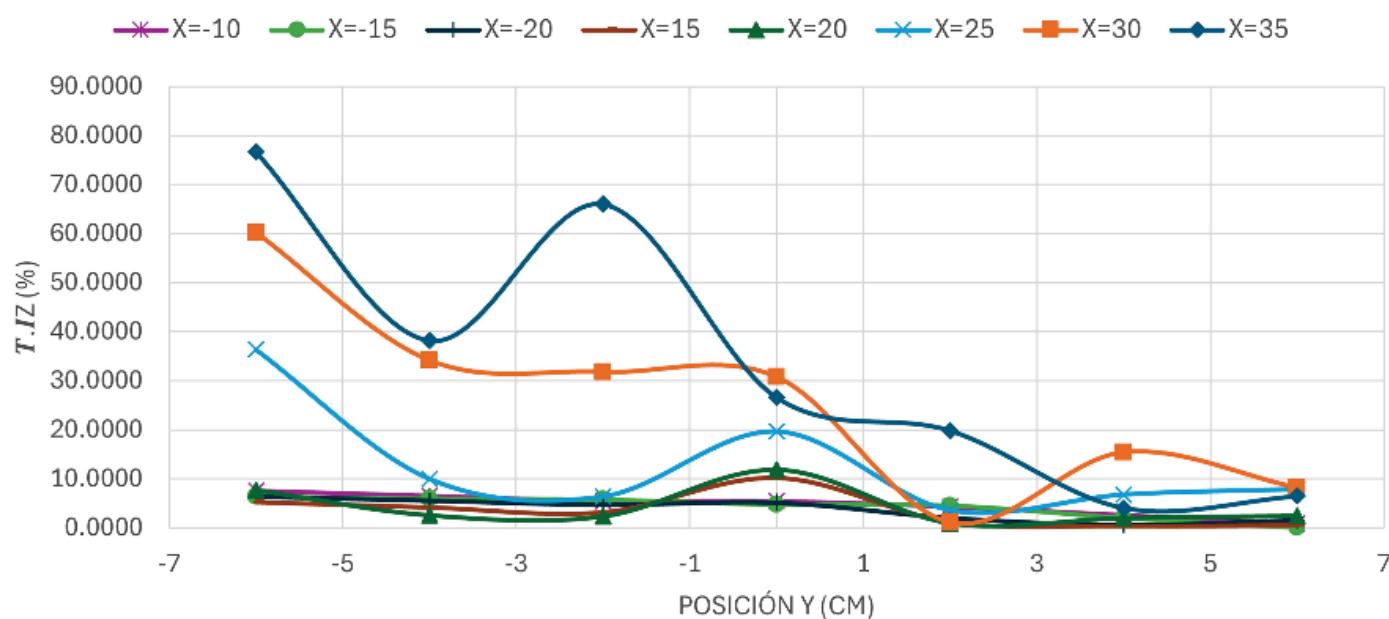


**Figura 31.** Intensidades turbulentas transversales ( $T.I_y$ ). Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8$  cm, (b)  $z = 11$  cm.

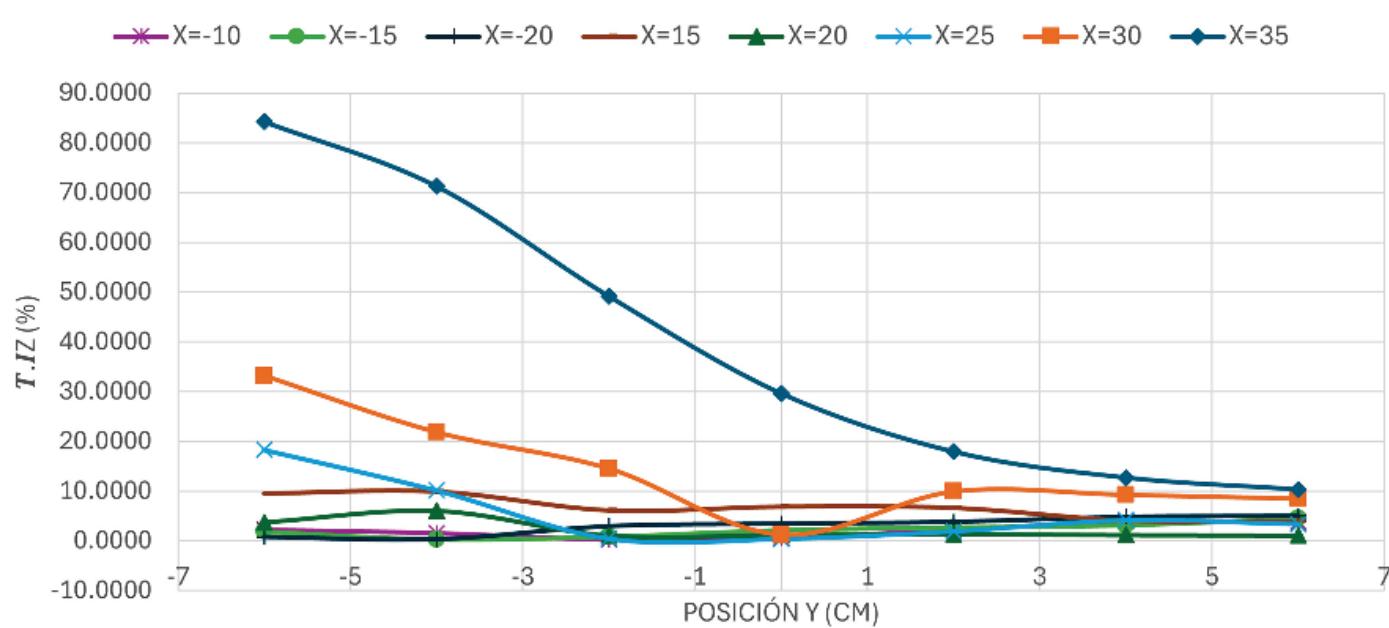
## Intensidades turbulentas verticales ( $T.I_z$ )

Como se observa en la Figura 32(a), las intensidades turbulentas verticales al flujo aguas arriba de la pila presentan una atenuación con valores más pequeños, lo cual demuestra que las fluctuaciones son limitadas con un pico representativo en  $x = 35$  cm en el extremo de la pila. Cuando la altura desde el lecho del canal aumenta, se evidencia que las fluctuaciones son menores, como se muestra en la Figura 32(b), sugiriendo que la interacción vertical del flujo con el lecho no es tan intensa como lo son  $T.I_x$  y  $T.I_y$ .

(a)



(b)

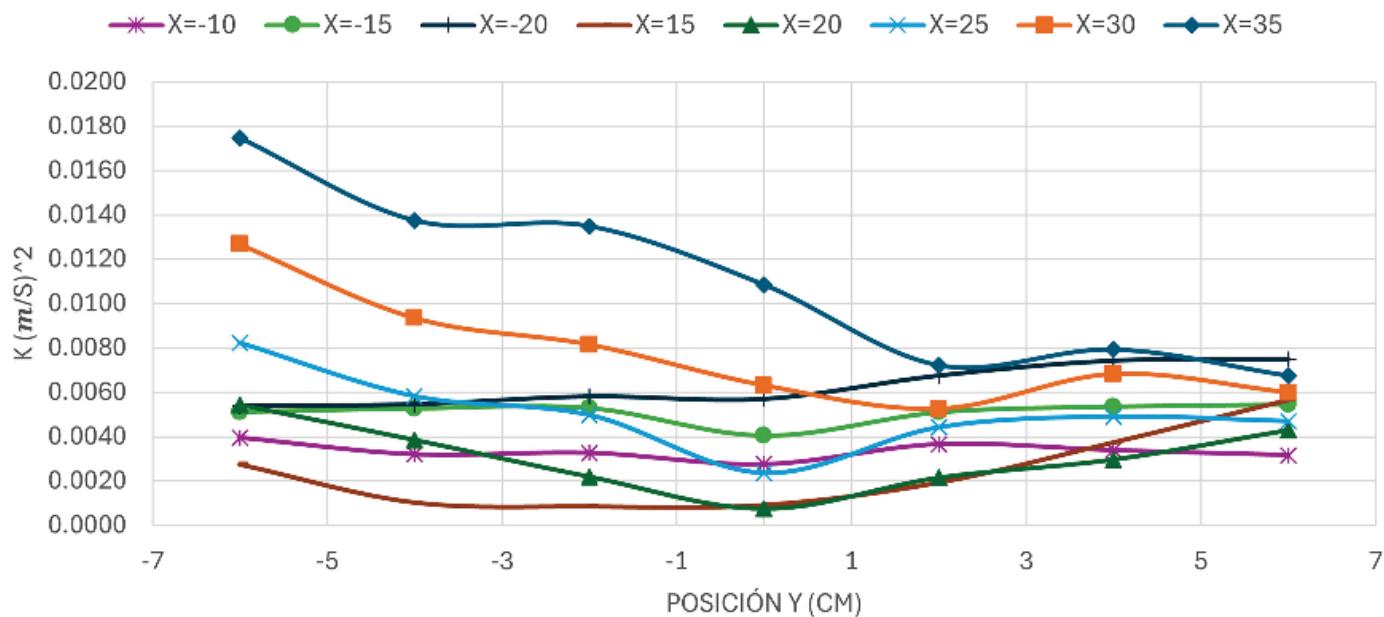


**Figura 32.** Intensidades turbulentas verticales ( $T.I_z$ ). Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8$  cm, (b)  $z = 11$  cm.

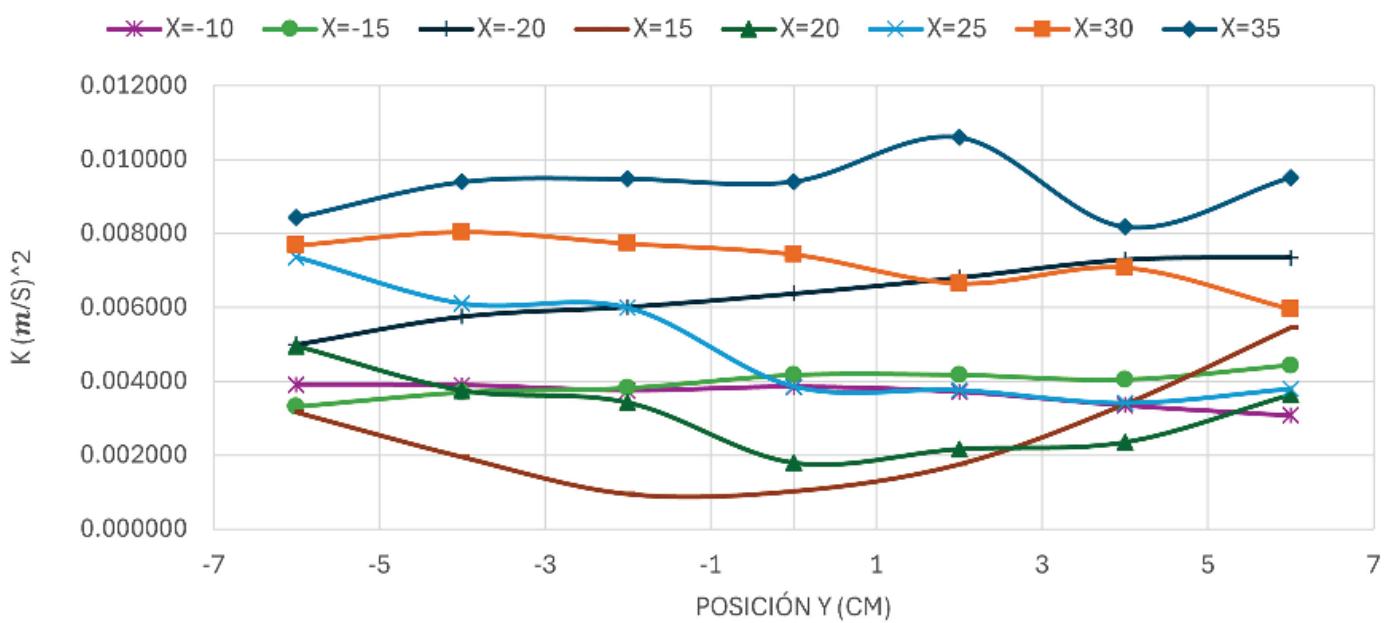
## Energía cinética turbulenta ( $k$ )

En la Figura 33(a) se presenta los resultados de  $k$ , en donde se muestra que las variaciones son más significativas en el lado izquierdo del canal y se evidencia una mayor intensidad de las fluctuaciones turbulentas en esta región. En contraste, en el lado derecho del canal, los valores presentan menor variabilidad, lo que indica una distribución más uniforme. En la Figura 33(b) se analiza la energía cinética turbulenta ( $k$ ) a una altura de  $z = 11$  cm. Los resultados indican que existe una variación significativa en ambos lados del canal. En el lado izquierdo, las fluctuaciones de  $k$  son ligeramente más pronunciadas, mientras que en el lado derecho muestran un comportamiento más estable.

(a)



(b)

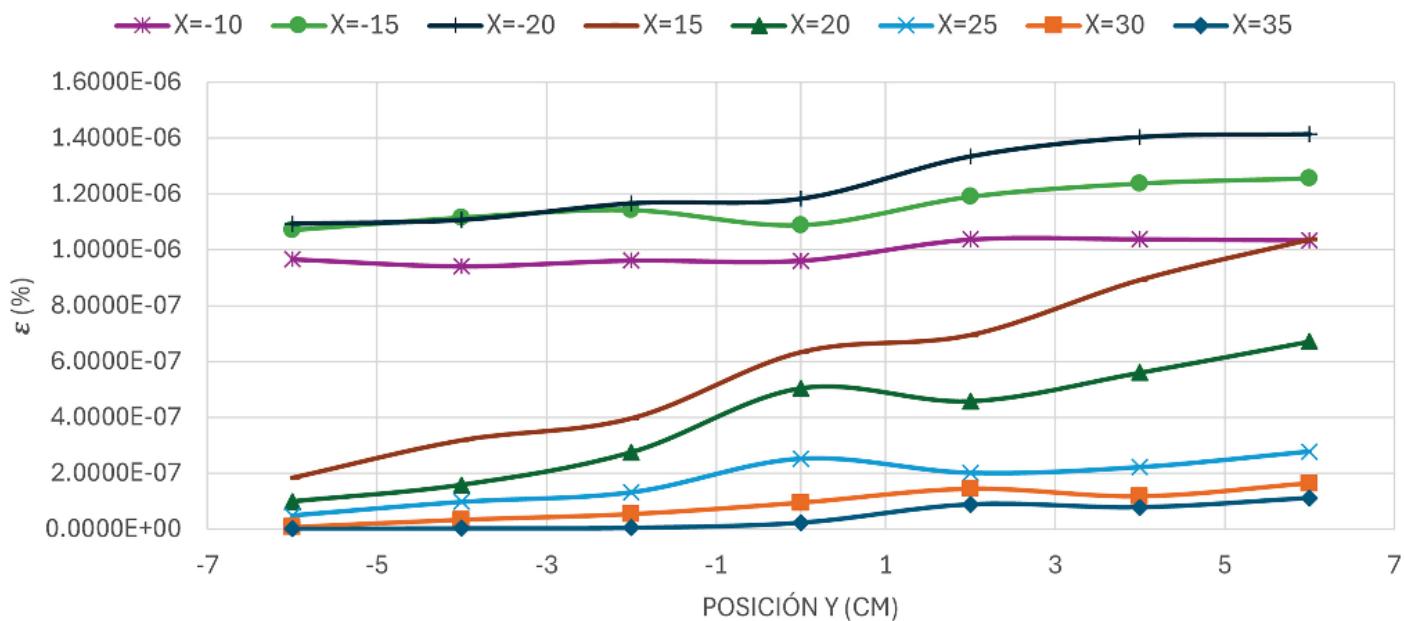


**Figura 33.** Energía cinética turbulenta ( $k$ ). Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8 \text{ cm}$ , (b)  $z = 11 \text{ cm}$ .

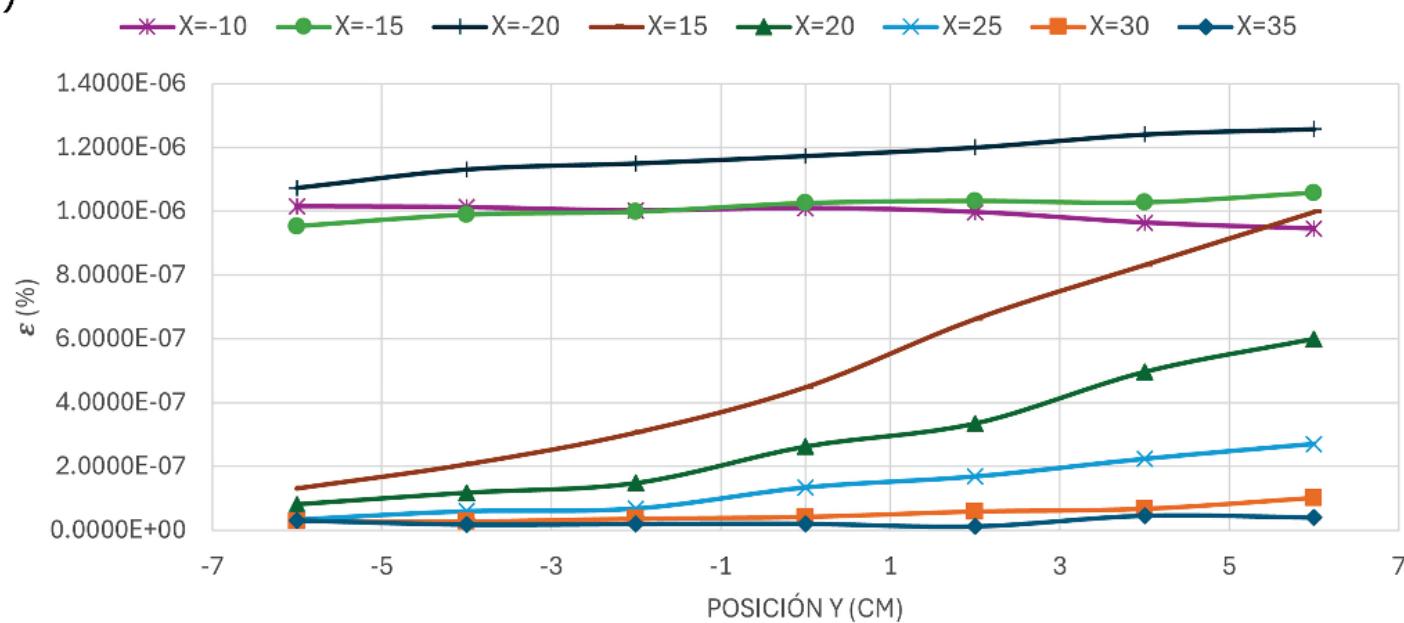
## Disipación de energía cinética turbulenta ( $\varepsilon$ )

Se evidencia en la Figura 34(a) cómo la energía de disipación cinética turbulenta tiene variaciones en el extremo derecho del canal y cómo se evidencia una diferencia clara entre los valores obtenidos aguas arriba y abajo de la pila, siendo mayores los primeros. Se observa en la Figura 34(b) cómo la disipación de energía cinética turbulenta presenta variaciones notables hacia el extremo derecho del canal, infiriendo en los tamaños de los vórtices generados por la turbulencia.

(a)



(b)



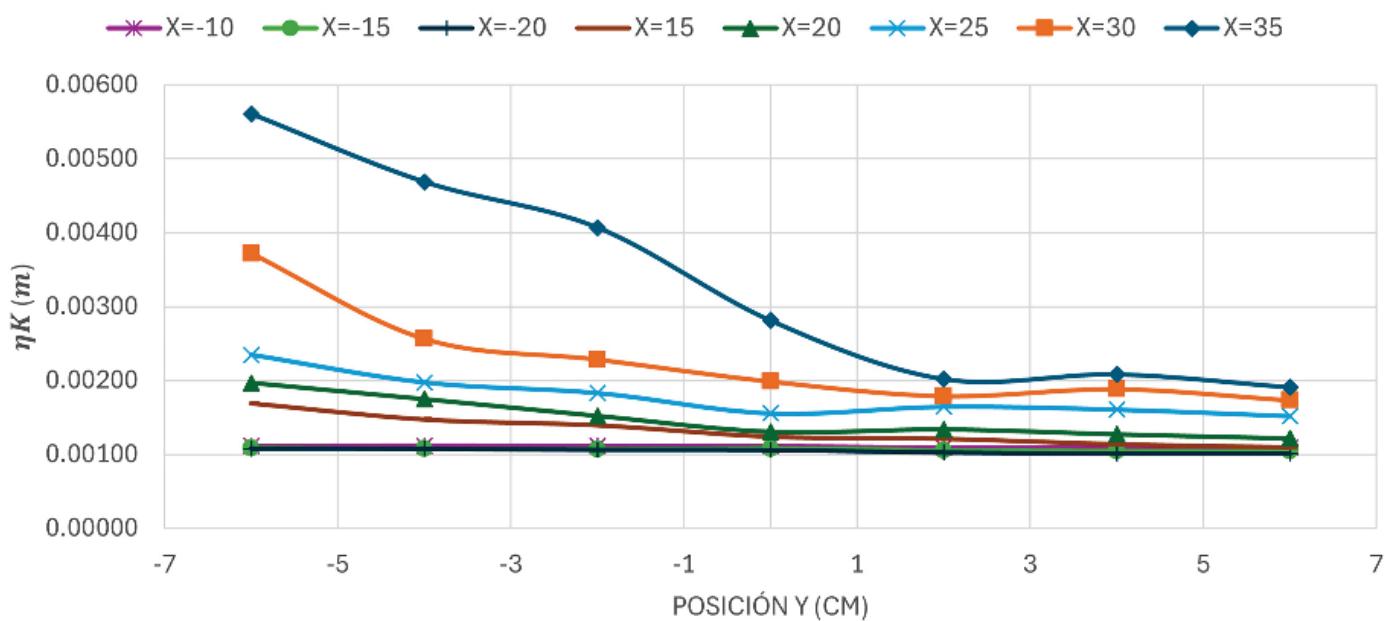
**Figura 34.** Disipación de energía cinética turbulenta ( $\varepsilon$ ). Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8$  cm, (b)  $z = 11$  cm.

## Escalas de Kolmogórov

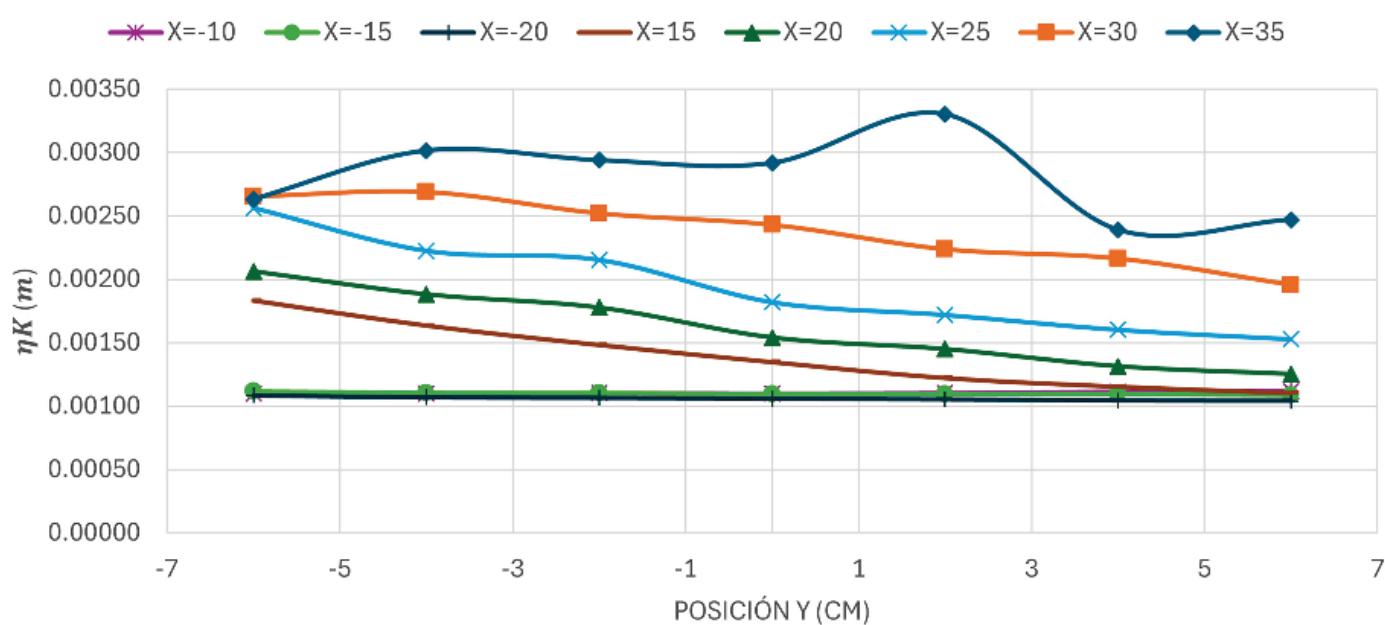
### Escala de longitud turbulenta ( $\eta_K$ )

En la Figura 35(a) se observa la distribución de la escala de longitud turbulenta a  $z = 8$  cm de altura desde el lecho del canal. Los valores presentan un patrón descendente hacia el extremo derecho del canal, con máximos significativos cerca del extremo izquierdo y variaciones más suaves hacia el centro y la derecha. Tales distribuciones reflejan una mayor influencia de las condiciones del flujo en esta región. En la Figura 35(b), que corresponde a  $z = 11$  cm, la escala de longitud turbulenta muestra un comportamiento general similar al de la Figura 34, aunque con diferencias más notorias en el extremo derecho del canal, donde se registran valores ligeramente más altos. Este patrón sugiere una menor interacción directa con el lecho y una influencia más homogénea en las regiones centrales del canal.

(a)



(b)

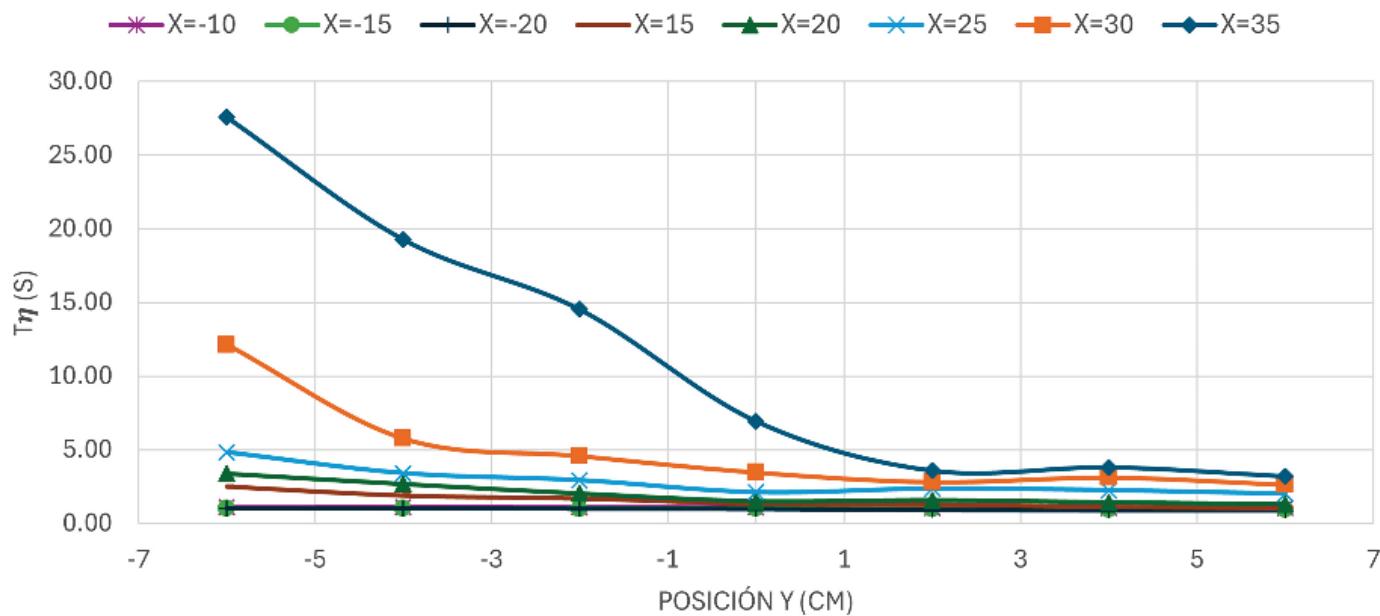


**Figura 35.** Escala de longitud turbulenta ( $\eta_K$ ). Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8$  cm, (b)  $z = 11$  cm.

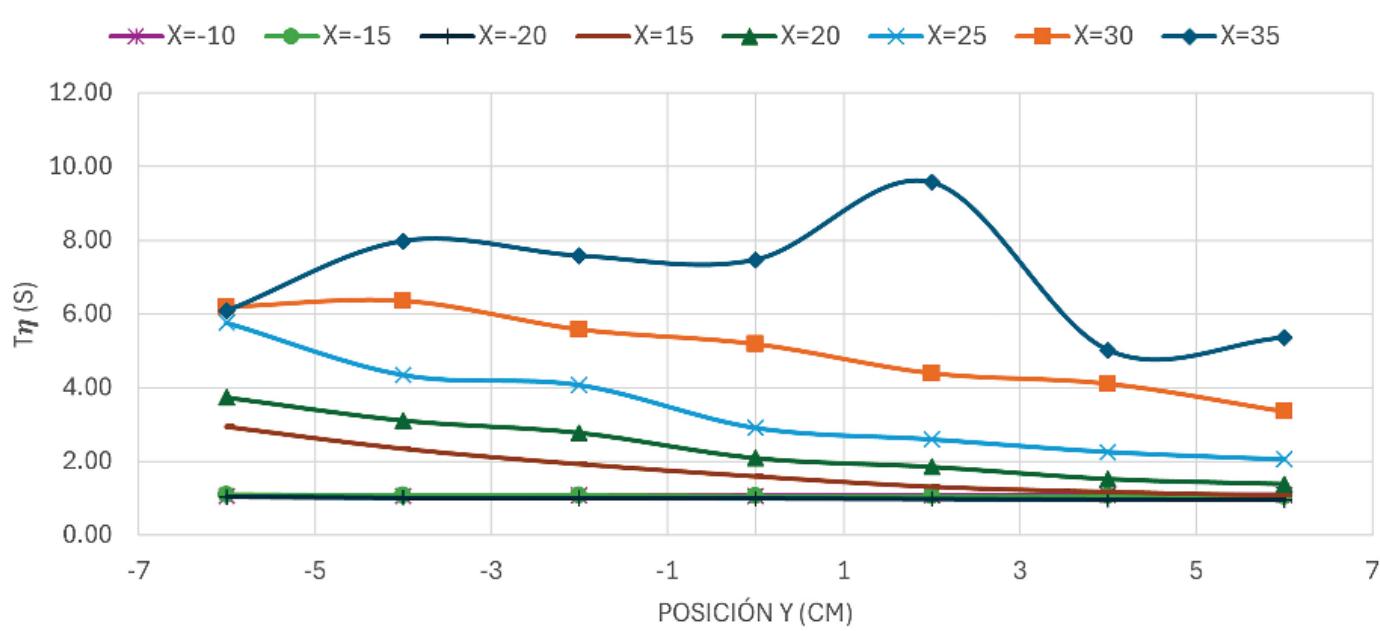
## Escala de tiempo ( $t_\eta$ )

Como se muestra en la Figura 36(a), se presenta la distribución de la escala de tiempo turbulenta  $z = 8$  cm de altura desde el lecho del canal. Los valores más altos se observan en el extremo izquierdo, con un comportamiento descendente hacia el centro y el extremo derecho del canal. Dicha tendencia indica que, a esta altura, la dinámica del flujo está más influenciada por las interacciones en las cercanías del extremo izquierdo. En la Figura 36(b), correspondiente a  $z = 11$  cm, los valores de  $t_\eta$  muestran un patrón general similar, aunque con diferencias en el extremo derecho, donde se registra una mayor variabilidad en comparación con el extremo izquierdo; ello sugiere que a esta altura la influencia de las características del flujo se distribuye de manera más uniforme.

(a)



(b)

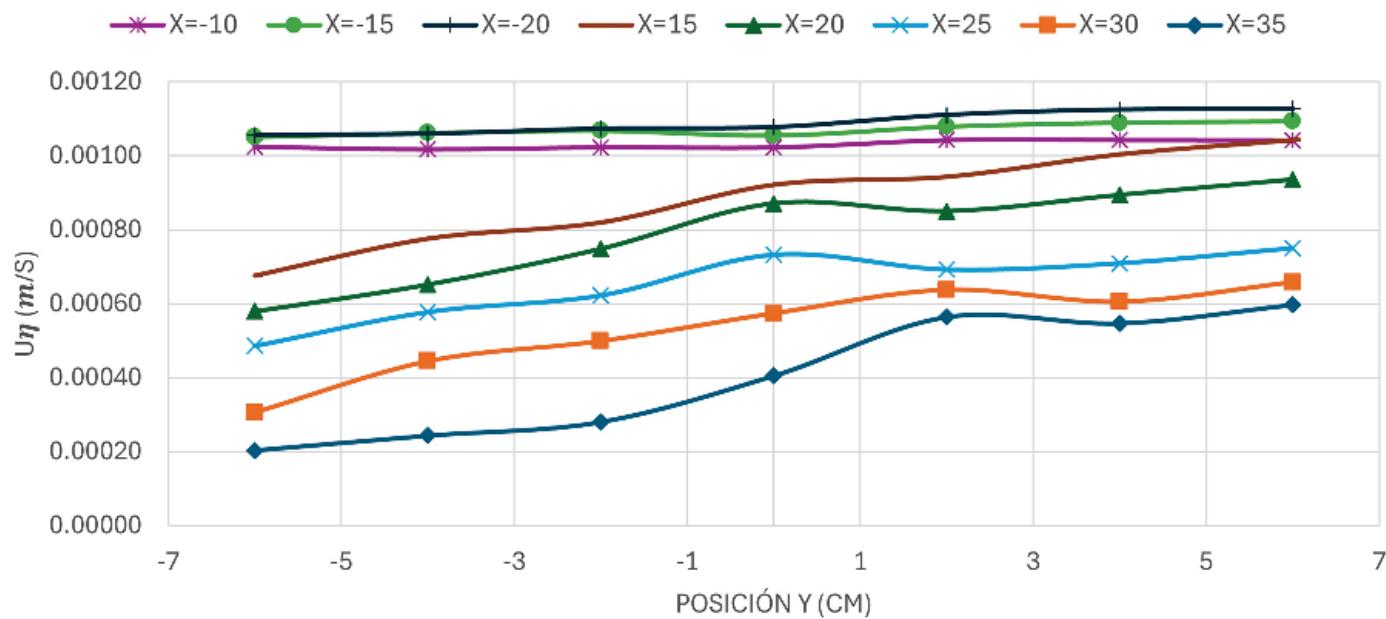


**Figura 36.** Escala de tiempo ( $t_\eta$ ). Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8 \text{ cm}$ , (b)  $z = 11 \text{ cm}$ .

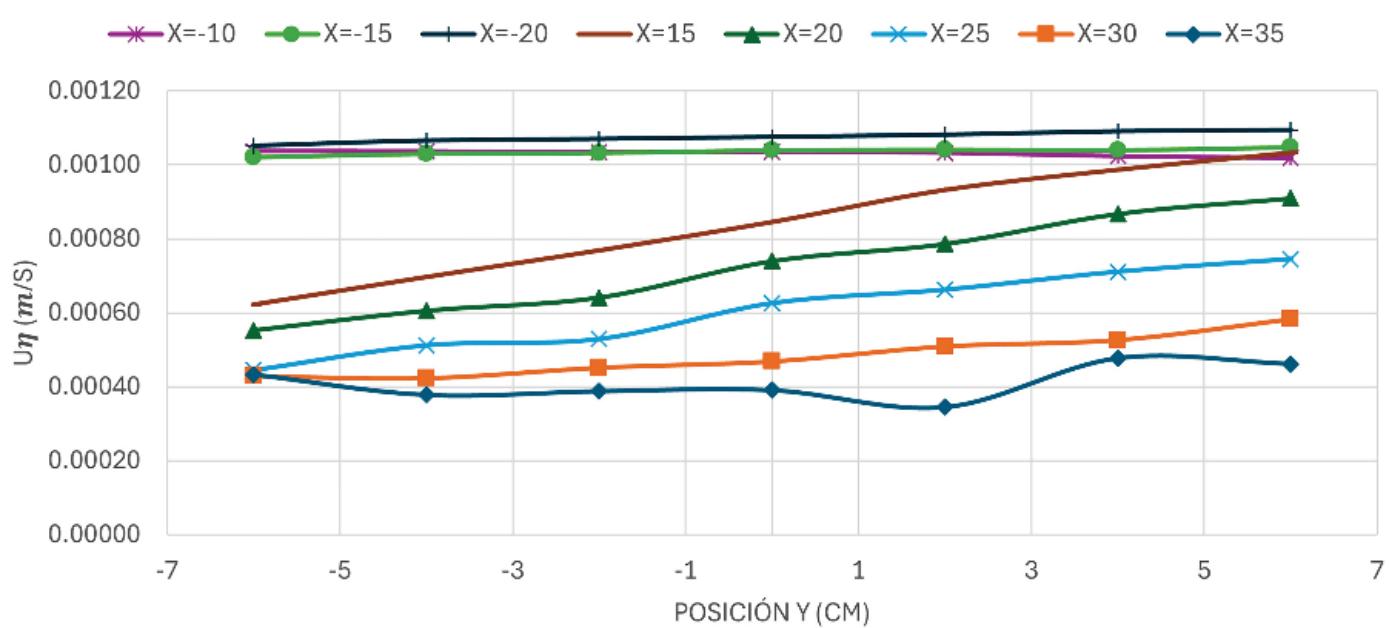
## Escala de velocidad ( $U_\eta$ )

En la Figura 37(a) se muestran los valores correspondientes a la escala de velocidad a una altura de  $z = 8$  cm desde el lecho del canal; se observa una tendencia general creciente desde el extremo izquierdo hacia el derecho. Los valores son consistentes a lo largo de las diferentes posiciones  $x$ , con ligeras variaciones que indican estabilidad en las condiciones del flujo. En la Figura 37(b), la escala de velocidad a  $z = 11$  cm, se evidencia un comportamiento similar al de  $z = 8$  cm. Sin embargo, las variaciones entre las posiciones  $x$  son más notables, especialmente hacia el centro del canal. Esto sugiere que, aunque las condiciones del flujo permanecen comparables, hay un ligero aumento en la influencia de las fluctuaciones turbulentas a mayor altura.

(a)



(b)



**Figura 37.** Escala de velocidad ( $U_\eta$ ). Distribuciones en  $y$ : (a)  $z = 8$  cm, (b)  $z = 11$  cm.

## Resultados de batimetría

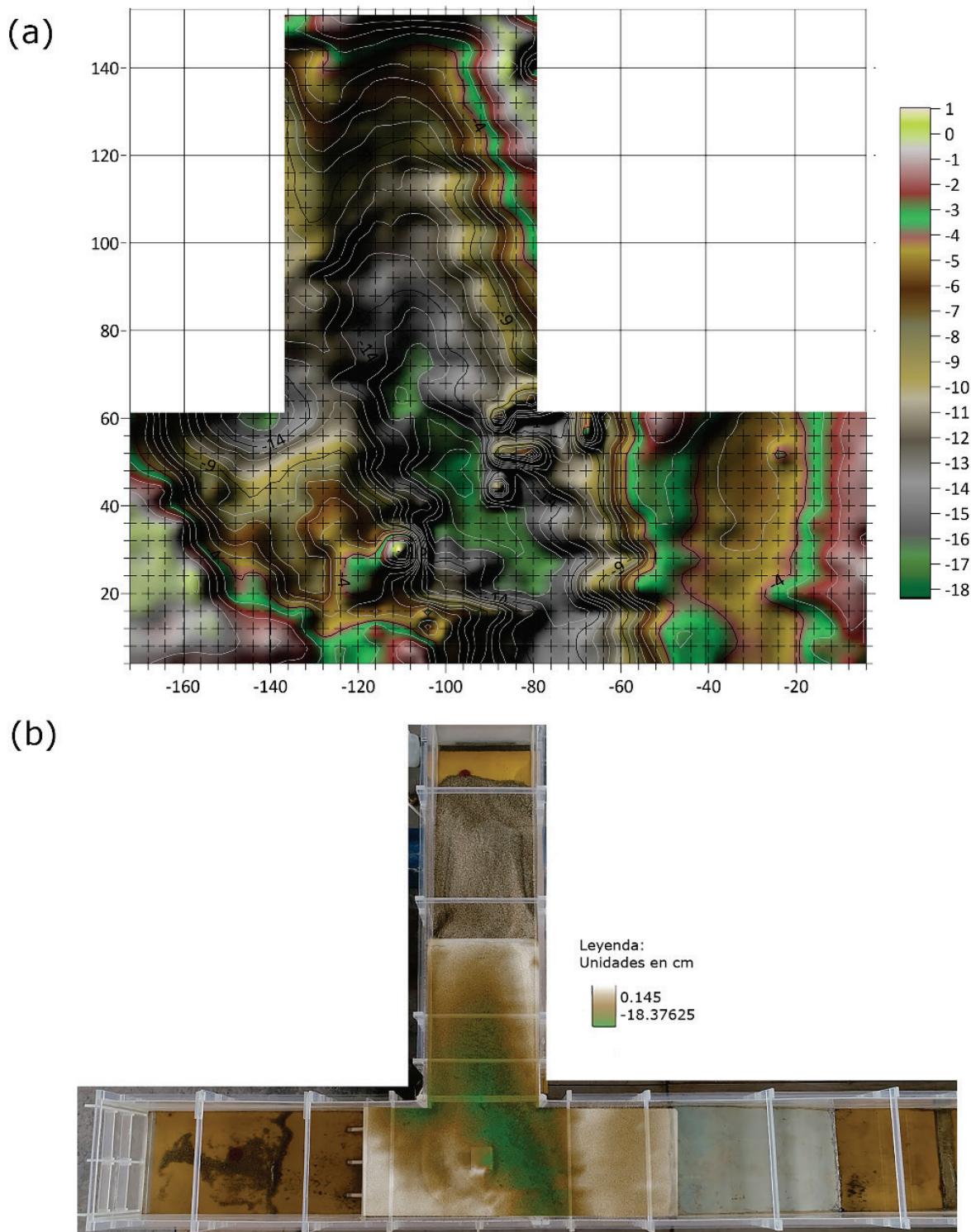
En la Figura 38 se puede identificar el desplazamiento del sedimento como resultado del proceso de erosión local. Se reconocen zonas de socavación y deposición asociadas con la acción del flujo alrededor de la pila de puente.



**Figura 38.** Lecho poserosión.

Asimismo, se observa una socavación máxima de -18.2 cm aguas arriba de la pila acercándose a la bifurcación, atribuida al fenómeno conocido como el efecto Bulle, generado por la misma. Además, se observó una socavación significativa en las cercanías de las bifurcaciones,

con valores aproximados de -15.1 cm en el lado izquierdo y -13.9 cm en el lado derecho. Tambien se presenta un modelo digital de elevación en la Figura 39 elaborado con *Surfer* (A) y *QGIS* (B), que permite visualizar con detalle las características y variaciones en el nivel del área estudiada.



**Figura 39.** Esquema de resultados de la batimetría: (a) utilizando software *Surfer*, (b) utilizando *QGIS*.

## Discusión

El análisis comparativo de la socavación en un canal de bifurcación con y sin pila presenta diferencias significativas en la formación, ubicación y dimensión de la erosión. Según Muriel (2023), cuando se tiene el modelo sin la pila, la socavación máxima es de -19.70 cm, ubicada específicamente en las cercanías de la derivación lateral, ya que en esta zona se generan vórtices producto de la presencia de la bifurcación. Por otro lado, cuando se tiene la presencia de la pila, la socavación se concentra aguas arriba, alcanzando un valor de -18.2 cm. Es importante resaltar que ambos estudios (el presente y el de Muriel) se desarrollaron en las mismas instalaciones y bajo las mismas condiciones de contorno y empleando el mismo tipo de sedimento, lo que permite atribuir las diferencias observadas principalmente a la influencia de la pila.

En zonas aguas abajo se presenta una socavación de -2.50 y -7 cm en el canal sin pila, mientras que con la presencia de esta se tienen valores de -6 a -9 cm, siendo posible identificar cómo la presencia de un obstáculo genera una distribución diferente en el transporte de sedimentos.

De igual forma, es posible validar cómo el efecto Bulle afecta el transporte de sedimentos y cómo la presencia de la pila puede intensificar las vorticidades, al modificar el patrón de socavación y sedimentación en el canal experimental.

## Conclusiones

Los resultados obtenidos en la presente investigación se basan en experimentos realizados con un único tipo de sedimento, lo cual constituye una limitación que debe considerarse en la interpretación de los efectos observados producto de la turbulencia y erosión alrededor de la pila. En este sentido, se recomienda la ejecución de futuros ensayos empleando sedimentos con diferentes granulometrías, a fin de evaluar el impacto de dicha variable.

Se identificó cómo la presencia de una pila de puente cuadrada llega a incrementar de modo considerable la socavación aguas arriba, pues se generan vórtices de hendidura y el efecto Bulle proveniente de la bifurcación. En este estudio, la socavación máxima registrada en el canal se localizó aguas arriba, con un valor de -18.2 cm, lo que evidencia la intensidad de las fuerzas de corte en la base de la pila cambiando la zona de erosión, ya que se produce una erosión localizada.

Debido a la presencia de la pila, el efecto Bulle generado por la bifurcación se incrementa, lo que lleva a una distribución diferente de la energía, que afecta el transporte de sedimentos. Además, el ángulo de 90 grados de la bifurcación amplifica la interacción del flujo principal con el flujo al canal secundario y produce zonas de turbulencia significativas que generan una erosión mayor en zonas cercanas a la pila y en las esquinas de la bifurcación del mismo.

En el análisis de velocidades instantáneas en las diferentes direcciones del flujo se identificó una distribución compleja, la cual es producida por la presencia de la pila cuadrada. Aguas arriba de la pila se observa que la velocidad instantánea en la dirección del flujo  $U_x$  tiene valores máximos de 0.30 m/s cercanos a la velocidad media del flujo de



0.33 m/s. Los valores disminuían de forma progresiva hacia los extremos del canal principal debido a que se genera un comportamiento más uniforme. Aguas abajo de la pila, las velocidades presentaban una variación más representativa, pues los valores llegaban a un mínimo de 0.15 m/s cerca del lecho del canal; este comportamiento se atribuye al desprendimiento de los vórtices generados por la pila.

En las direcciones transversal ( $U_y$ ) y vertical ( $U_z$ ) de las velocidades instantáneas, se evidenció que las variaciones son menores aguas arriba de la pila, mientras que aguas abajo se experimentaron incrementos localizados cerca del centro de la estela turbulenta, donde las fluctuaciones fueron mayores debido a la generación de los vórtices y turbulencia generada por la presencia del obstáculo en medio del flujo (pila).

Las velocidades turbulentas presentaron los valores más altos cerca del lecho del canal a una altura de  $z = 8$  cm con picos de 0.10 m/s en  $U'_x$  en la zona aguas arriba de la pila, en donde en el flujo, conforme se incrementa la altura ( $z = 11$  cm), los valores de  $U'_x$  disminuyen a aproximadamente 0.06 m/s, lo cual indica una disipación de la energía turbulenta y una transición hacia un flujo más homogéneo. Por otro lado, en la componente vertical  $U'_z$  se observa cómo las velocidades turbulentas tienen un pico representativo en la zona de la pila debido a la formación de los vórtices en los alrededores de esta.

Las intensidades turbulentas se incrementan aguas abajo de la pila como resultado de la generación de vórtices inducidos por la presencia de la misma en el flujo. Además, los máximos se generan cerca del lecho del canal y disminuyen conforme la altura aumenta, lo que evidencia la interacción entre el flujo y la superficie del lecho, pues esto es un factor determinante en la formación de la turbulencia.



Después de analizar los resultados de las tensiones de Reynolds, se llegó a la conclusión de que la distribución del flujo es altamente influenciada por la interacción de la pila cuadrada con el mismo. En las tensiones de Reynolds  $\tau_{xx}$ , en las zonas cercanas a la pila aguas abajo se identificaron tensiones máximas de 0.02 a 0.04  $(\text{m/s})^2$  para una altura de  $z = 8 \text{ cm}$ , valores que decrecen a menos de 0.015  $(\text{m/s})^2$  para  $z = 11 \text{ cm}$ ; estas diferencias entre los valores reflejan la pérdida de intensidad en las fluctuaciones turbulentas conforme se incrementa la altura desde el lecho del canal. A medida que se incrementa la altura  $z = 11$ , los vórtices comienzan a perder fuerza, lo que se traduce en una reducción de las tensiones de Reynolds y una mayor uniformidad en el flujo.

Cerca del lecho del canal ( $z = 8 \text{ cm}$ ), las escalas de longitud de Kolmogórov fueron pequeñas, alcanzando valores en el rango de 0.1 a 0.3 mm, lo que refleja la presencia de estructuras turbulentas pequeñas y altamente energéticas.

La escala de tiempo de Kolmogórov, relacionada con la rapidez de disipación de la energía cinética turbulenta, mostró valores más bajos cerca del lecho ( $z = 8 \text{ cm}$ ), entre 0.01 y 0.03 s, lo cual evidencia un rápido intercambio de energía. A mayor altura ( $z = 11 \text{ cm}$ ), los valores aumentaron hasta 0.05 s, lo que refleja una disipación más lenta.

Las velocidades características de Kolmogórov alcanzaron valores en el rango de 0.01 a 0.03 m/s cerca del lecho, y disminuyeron a 0.005 y 0.015 m/s a mayor altura. Esto demuestra que las zonas turbulentas, responsables de la disipación de energía cinética turbulenta, son más dinámicas en las zonas cercanas al lecho.

El análisis de las tensiones de Reynolds  $\tau_{xz}$  mostró un comportamiento característico en la interacción entre el flujo principal y

el lecho del canal, con valores entre 0.02 y 0.05 (m/s)<sup>2</sup> a una altura de  $z = 8$  cm, y disminuyendo hasta 0.01 y 0.03 (m/s)<sup>2</sup> a medida que se llega a una altura de  $z = 11$  cm. Se identifica que el vórtice longitudinal en la dirección vertical es el predominante, que crea una interacción entre el flujo y la base de la pila. Este vórtice se desarrolla aguas abajo creando gradientes de velocidad significativos en el plano xz, pero tiene mayor tamaño en la dirección de  $y$ , ya que en esta dirección se registraron los valores más grandes.

## Referencias

- Abu-Dabous, S., & Feroz, S. (2020). Condition monitoring of bridges with non-contact testing technologies. *Automation in Construction*, 116, 103224. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2020.103224>
- Álvarez-Mejía, A. L. (2022). *Análisis del acabado superficial en pilas de puentes y su efecto en la profundidad de socavación, aplicando CFD* (Tesis de maestría). Universidad Autónoma del Estado de México, Toluca, México. Recuperado de <http://ri.uaemex.mx/handle/20.500.11799/137719>
- Barros, J. S., & Echeverría, J. M. (2020). *Análisis experimental del funcionamiento de paneles sumergidos en el transporte de sedimentos alrededor de pilas de puentes con ADV* (tesis de pregrado). Escuela Politécnica Nacional. Recuperado de <https://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/21009>
- Bateman-Pinzón, A., & Martín-Vide, J. P. (2011). *Erosión local en pilas de puente: los procesos y su mitigación. Aplicación al pabellón puente de la Expo 2008 de Zaragoza*. Recuperado de <https://upcommons.upc.edu/handle/2099/11632>

Burgos-Flores, N. I. (2017). *Estimación del coeficiente de rugosidad de Manning mediante mediciones de velocidad y profundidad, empleando un molinete hidrométrico, en el río Chonta, Cajamarca, 2016* (tesis de licenciatura). Universidad Nacional de Cajamarca. Recuperado de <https://repositorio.unc.edu.pe/handle/20.500.14074/1507>

Bulle, H. (1926). *Untersuchungen über die Geschiebeableitung bei der Spaltung von Wasserläufen: Modellversuche aus dem Flussbaulaboratorium der Technischen Hochschule zu Karlsruhe*. Düsseldorf, Alemania: VDI-Verlag.

Cañas-Ramos, E. E. (2018). *Estudio de la socavación local en pilas circulares de puentes en lechos no cohesivos con modelación física en laboratorio* (tesis de pregrado). Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito. Recuperado de <https://repositorio.escuelaing.edu.co/handle/001/822>

Cusba-Morales, D. S. (2011). *Estudio de las causas y soluciones estructurales del colapso total o parcial de los puentes vehiculares de Colombia desde 1986 al 2011, y la evaluación de las consecuencias del derrumbamiento de uno de ellos* (tesis de pregrado). Pontificia Universidad Javeriana. Recuperado de <http://hdl.handle.net/10554/7494>

Farroñan-Inoñan, R. W. (2022). *Defensa en pilas y estribos para puentes debido a los efectos de erosión local y socavación* (tesis de licenciatura). Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo. Recuperado de <https://tesis.usat.edu.pe/handle/20.500.12423/5301>

Fernández-Nualart, M. (2004). *Estudio de la evolución temporal de la erosión local en pilas de puente a largo plazo* (tesis de máster). Universitat Politècnica de Catalunya. Recuperado de <https://upcommons.upc.edu/handle/2099.1/3343>

Gallardo, K. (2019). *Demostración experimental del efecto de los paneles sumergidos en la erosión local de pilas de puentes cuadradas* (tesis de pregrado). Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador. Recuperado de <https://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/20172>

Guevara-Álvarez, M. E. (2021). *Socavación en puentes: Evaluación, instrumentación y cálculo*. Popayán, Colombia: Editorial Universidad del Cauca. DOI: <https://doi.org/10.2307/j.ctv2cmr9r4>

Hamad, K. M. A. (2015). *Submerged vanes turbulence: Experimental analysis* (tesis doctoral). Universitat Politècnica de Catalunya, Catalunya, España. Recuperado de <https://www.tesisenred.net/handle/10803/377436#page=1>

Marín-Guzmán, C. R., & Maldonado-Noboa, J. S. (2022). Estudio de las causas del colapso de puentes en Ecuador (2000–2022). *MQRInvestigar*, 6(4), 368-395. DOI: <https://doi.org/10.56048/MQR20225.6.4.2022.368-395>

Ministerio del Ambiente. (2017). *Tercera comunicación nacional del Ecuador sobre cambio climático*. Recuperado de <https://www.ambiente.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2017/10/TERCERA-COMUNICACION-BAJA-septiembre-20171-ilovepdf-compressed1.pdf>

Monleón, S. (2017). *Diseño estructural de puentes*. València, España: Editorial Universitat Politècnica de València. Recuperado de <https://es.scribd.com/document/396520010/Diseno-Estructural-de-Puentes-Salvador-Monleon>

Muriel, Á. (2023). *Análisis experimental del transporte de sedimentos en la derivación a 90 grados de un canal de laboratorio en condiciones de lecho fijo* (tesis de pregrado). Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador. Recuperado de <https://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/24515>

Pope, S. B. (2000). *Turbulent flows*. Cambridge, UK: Cambridge University Press. DOI: <https://doi.org/10.1017/CBO9781316179475>

Posada, J. (1998). *Determinación del coeficiente de rugosidad en canales naturales*. Medellín, Colombia: Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia.

Rivera-Soler, L., Daza-Ramírez, D. F., & Torres, C. E. (2022). Influencia de la granulometría, forma de pila y parámetros hidrológicos en la socavación. *Ciencia e Ingeniería Neogranadina*, 32(2), 27-42. DOI: <https://doi.org/10.18359/rcin.5257>

Rocha-Felices, A. (1998). *Introducción a la hidráulica fluvial*. Lima, Perú: Universidad Nacional de Ingeniería.

Rodríguez-Beltrán, E. (2007). *Estudio experimental de la evolución temporal de la erosión local en pilas de puentes circulares* (tesis de máster). Universitat Politècnica de Catalunya, España. Recuperado de <https://upcommons.upc.edu/handle/2099.1/4383>

Shields, A. (1936). *Application of similarity principles and turbulence research to bed-load movement* (Hydrodynamics Laboratory Publication No. 167). Pasadena, USA: California Institute of Technology, Soil Conservation Service

SonTek. (2018). *FlowTracker User's Manual 1.6: Software version 1.6, Firmware version 1.3*. Recuperado de [www.sontek.com](http://www.sontek.com)

Tapia, G., Molina, P., Pérez, B., & Torres, A. (2012). *Metodología para la medición de la velocidad de flujo en un río en el diagnóstico de la socavación en pilas de un puente, utilizando un dispositivo electrónico*. México: Instituto Mexicano del Transporte. Recuperado de

<https://www.imt.mx/archivos/publicaciones/publicaciontecnica/pt356.pdf>

Torres, L. (2019). *Análisis experimental de la socavación local en pilas de sección circular en puentes. Modelo en laboratorio* (tesis de pregrado). Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, Colombia. Recuperado de <https://repositorio.escuelaing.edu.co/handle/001/1019>

Voulgaris, G., & Trowbridge, J. (1998). Evaluation of the Acoustic Doppler Velocimeter (ADV) for turbulence measurements. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 15(1), 272-289. DOI: [https://doi.org/10.1175/1520-0426\(1998\)015<0272:EOTADV>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0426(1998)015<0272:EOTADV>2.0.CO;2)