

Transitorios hidráulicos en conductos a presión

Rafael Carmona Paredes
Lázaro Aguilar Moreno

Instituto de Ingeniería, UNAM

En este artículo se describen los principales problemas (sobrepresiones, depresiones y velocidad de rotación inversa en la bomba) que deben resolverse al efectuar el análisis del transitorio hidráulico en un sistema de bombeo para las condiciones más adversas de operación. Así mismo, se describe el funcionamiento y se plantea el modelo matemático de dos dispositivos de control del transitorio hidráulico: el tanque unidireccional y la cámara de aire. Por último, mediante un caso de aplicación, se muestran los resultados obtenidos en el control del transitorio hidráulico usando, por separado, los dos dispositivos antes mencionados; además, se comparan los resultados del modelo matemático con los de las mediciones realizadas en un tramo del acueducto Linares-Monterrey del estado de Nuevo León, México.

Para diseñar acueductos con una longitud del orden de 1 000 veces mayor que su diámetro (conducciones largas) y cuyo tanque de entrega se localiza en una cota de elevación superior a la del tanque de toma o succión (conducción globalmente ascendente), antes de revisar el flujo transitorio, es preciso analizar el llenado y vaciado de la tubería y el funcionamiento a gasto establecido, tomando en cuenta las condiciones de operación de la tubería y de las bombas tanto a gasto máximo como a gasto parcial.

Un diseño basado en estos análisis permitirá que el funcionamiento de las bombas esté siempre dentro de las tolerancias señaladas por el fabricante. Así mismo, se evitará que algunos tramos de la tubería operen como canal y que se causen derrames accidentales de agua por el coronamiento de los tanques o por obras de excedencia (Guarga, 1985).

Una vez establecidos los requisitos para los distintos gastos de operación del acueducto, se estará en posibilidad de efectuar el análisis de los fenómenos transitorios provocados por el corte de bombeo.

Los diversos problemas que surgen en conducciones de agua a presión debidos a fenómenos

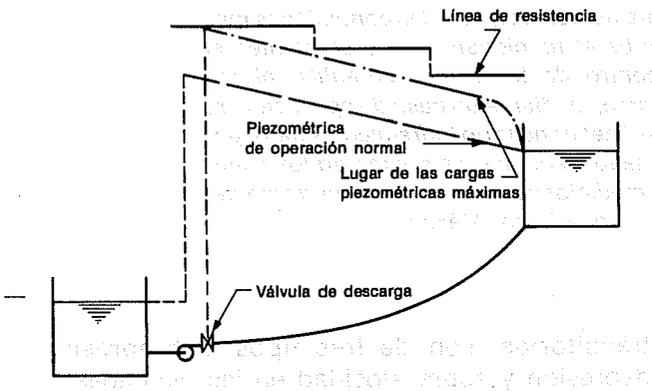
transitorios, son de tres tipos: sobrepresión, depresión y sobrevelocidad en las máquinas.

Sobrepresión

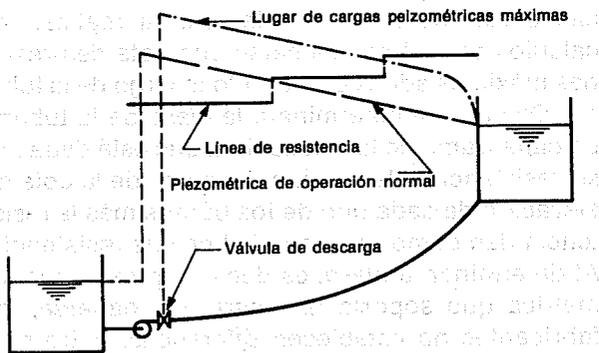
Con este nombre se denomina a toda presión superior a la de trabajo en cualquier punto de una conducción a presión. Es muy fácil entender que éste es un problema, pues una sobrepresión provoca un incremento de tensiones en el material de la tubería que se puede prever desde el proyecto, a fin de evitar que produzca deformaciones plásticas o roturas en la instalación. Al realizar los cálculos deberá establecerse una cota de presiones máximas admisibles a todo lo largo de la tubería. Dicha cota determinará la *clase* de la tubería en cada tramo de la instalación, que está dada por su resistencia a la presión. La suma de la cota de elevación de cada uno de los puntos más la resistencia dan como resultado la línea de resistencia. Al determinar la *clase*, es decir, la presión manométrica que soporta la tubería sin dañarse, los fabricantes no establecen diferencias entre presiones estacionarias y transitorias; por lo tanto, es aconsejable que desde el diseño se señale la *clase* de cada tramo de tubería, por encima de la

presión manométrica máxima (estacionaria o transitoria) que el tramo deberá soportar cuando forme parte de la conducción. Al elegir la clase de tubería deberá tenerse en cuenta su costo: a mayor resistencia, mayor costo, pero habrá menos problemas de sobrepresiones transitorias y, en consecuencia, menor erogación en el sistema de control para transitorios hidráulicos; y a la inversa, una resistencia menor disminuirá los costos, pero los aumentará en dichos sistemas de control (véanse ilustraciones 1 y 2).

1. Instalación segura frente a las sobrepresiones



2. Instalación con riesgo de rotura frente a las sobrepresiones



Depresión

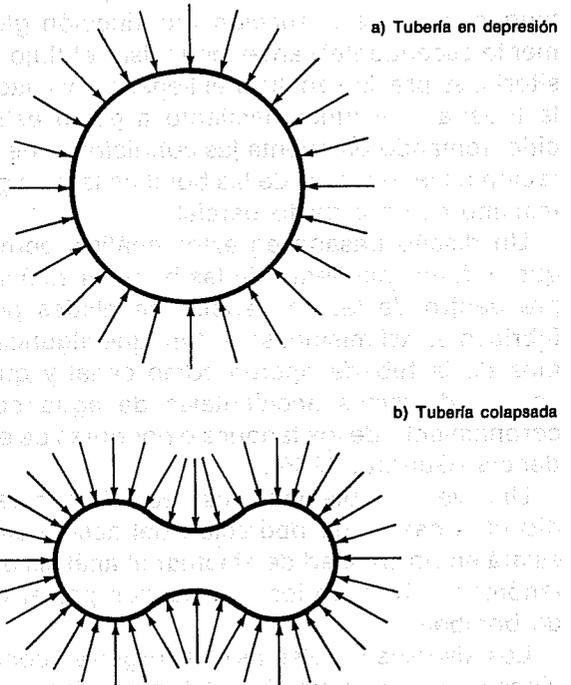
Bajo esta denominación se considera a toda presión absoluta menor que la atmosférica. Si la tubería está enterrada, la presión media exterior que tolera es mayor que la atmosférica, dependiendo del tipo de suelo y de la profundidad. En el diseño estructural de este tipo de instalaciones habrá que tomar en cuenta los factores mencionados para que haya una resistencia a la presión exterior con la atmosférica que está en el interior (condición de tubería vacía).

Cuando se trata de fenómenos transitorios creados por el paro accidental de una plánta de bombeo, los problemas de depresión son los más frecuentes, y se pueden clasificar en tres tipos dependiendo de su importancia.

Colapso de la tubería

Al reducirse la presión interior y alcanzar valores por debajo de la presión media exterior, el tramo de tubería afectado trabajará a la compresión en el sentido de las tensiones según la circunferencia. Si éstas son suficientemente altas, se producirá un fenómeno de pandeo en la pared del tramo hasta llegar al colapso (véase ilustración 3).

3. Falla de la tubería por depresión



No es fácil establecer la depresión mínima que pueda provocar esto último, ya que una vez colocada la tubería, la forma de su perímetro puede sufrir modificaciones, y de acuerdo con la forma resultante, será más o menos sensible al colapso.

Separación de la columna líquida

Si la resistencia de la tubería a la compresión es suficiente para evitar un colapso, el descenso de la presión interior puede producir la vaporización del agua a la temperatura ambiente; cuando la presión absoluta se aproxima a 0.25 mca para una temperatura ambiente de 20°C, el líquido se transforma en gas y se crean burbujas de tamaños diversos en el agua. La presión de la vaporización está en función de la altura sobre el nivel del mar y de la temperatura del líquido, y en sí no constituye un problema, pero sí puede serlo después, cuando la burbuja producida inicialmente por una onda de depresión sea sometida a una presión levemente superior a la de vaporización, lo que reducirá con mucha rapidez su volumen, provocando que las columnas líquidas separadas por ella choquen violentamente. Para evaluar el incremento de presión que sobrevendría por el choque se emplea la relación de Joukowski (Permakian, 1963).

$$|\Delta h| = \frac{a}{gA} |\Delta Q| \quad (1)$$

Donde, para este caso, se tiene que $|\Delta Q|$ puede aproximarse como:

$$|\Delta Q| = \frac{Q_1 + Q_2}{2} \quad (2)$$

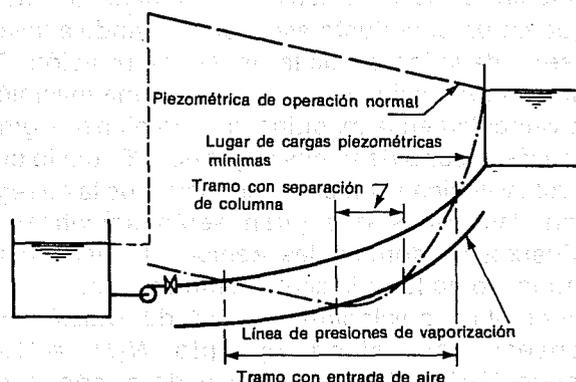
En la que Q_1 y Q_2 representan el gasto en los extremos, aguas arriba y aguas abajo de la burbuja, respectivamente.

Al observar que $a \approx 1000$ m/s y $g \approx 10$ m/s², puede apreciarse que para $\Delta Q/A$ del orden de 1 m/s, se tiene Δh del orden de 100 mca. Por ello, en las conducciones que no estén diseñadas especialmente, debe evitarse el fenómeno de la reintegración de la columna líquida (véase ilustración 4).

Entrada de aire en la tubería

La entrada de aire atmosférico en la tubería puede realizarse a través de las válvulas de admisión y

4. Instalación con riesgo de separación de columna

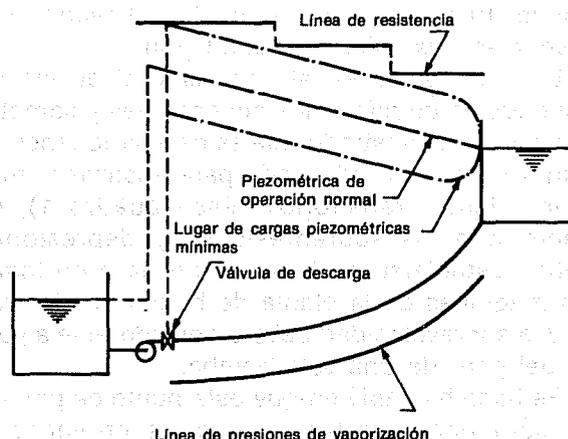


expulsión de aire cuando la presión en el interior de la tubería es menor que la exterior. En principio hay que impedir dicha entrada, ya que puede ocasionar sobrepresiones graves.

En la ilustración 4 se ejemplifica una conducción con riesgo de separación de columna en un tramo determinado y con riesgo de entrada de aire en un tramo de mayor longitud.

De lo anterior se deduce que en un acueducto bien diseñado la línea de resistencia es superior, en cada punto, a la presión máxima y la presión mínima debe ser mayor que la presión atmosférica (véase ilustración 5).

5. Acueducto bien diseñado



Sobrevelocidad en las máquinas

Cuando hay un paro accidental debido al corte de energía eléctrica, las bombas hidráulicas quedan condicionadas a la acción combinada del flujo (que en un acueducto ascendente tiende a invertirse) y de la inercia de las masas en rotación. De esta acción casi siempre se deriva una inversión de velocidad en la máquina, que comienza a girar al revés al cabo de pocos segundos. Es obvio que si esta velocidad aumenta por encima de la de régimen, las partes que giran serán sometidas a esfuerzos proporcionales, debido a la fuerza centrífuga, como lo es la aceleración centrípeta a N^2 , donde N es la velocidad angular de rotación. En consecuencia, si por ejemplo, $N/N_R = 1.4$, siendo N_R la velocidad angular de diseño, o de régimen, se tendrán en las partes rotantes esfuerzos duplicados en comparación con los de un funcionamiento normal. Si este fenómeno persiste mucho tiempo, las piezas sufrirán un mayor desgaste que el normal, como cuando una válvula de descarga queda abierta y el flujo se regresa de la línea de conducción al tanque de succión a través de la máquina.

Condiciones de operación de más alto riesgo

Las condiciones de operación más adversas son aquéllas que ponen en mayor peligro estructural a la instalación debido a sobrepresiones, depresiones y sobrevelocidad. Si bien no es posible establecerlas estrictamente, pues dependen en gran medida de las características particulares de cada instalación, en especial de la longitud de la tubería y de las curvas específicas de la máquina, es necesario que el proyectista las tenga en cuenta al calcular el comportamiento del sistema, ya que si en ellas éste es satisfactorio en relación con los tres factores mencionados, el peligro será menor en cualquier otra condición.

La experiencia en el análisis y el diseño de acueductos de diferentes dimensiones y características ha demostrado que es necesario tener un punto de partida adecuado para analizar el funcionamiento transitorio (véase cuadro 1); es decir, que las sobrepresiones y depresiones deben estudiarse suponiendo un paro de todas las máquinas de la planta de bombeo, mientras que la sobrevelocidad deberá considerarse a partir del paro de una sola bomba.

Se hace hincapié en que este punto de partida es sólo una orientación para el proyectista, puesto que pueden presentarse otros casos en los

1. Condición más adversa de operación

| | Número de máquinas en operación | Carga estática |
|--------------------|---------------------------------|----------------|
| Sobrepresiones | m | H_{e1} |
| Depresiones | m | H_{en} |
| Sobrevelocidad (*) | 1 | H_{e1} |

(*) La sobrevelocidad debe examinarse siempre bajo la hipótesis de que la válvula en la descarga de la bomba no cierre luego del paro accidental.
 m número máximo de bombas en la planta de bombeo
 H_{e1} carga estática máxima H_{en} carga estática mínima

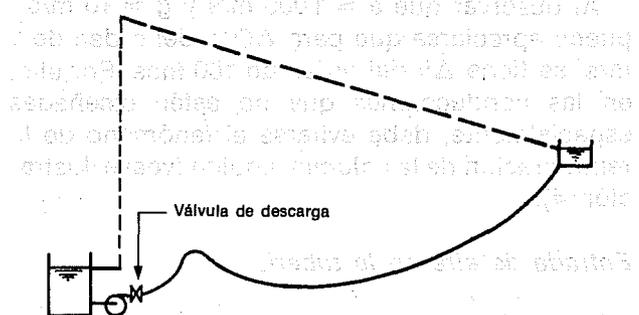
que las condiciones más adversas no sean las que aquí se establecen. Por otra parte, en el cuadro 1 se advierte un hecho muy significativo: rara vez la condición de máximo gasto (número de máquinas = m y mínima carga estática = H_{en}) es la más adversa para los tres problemas que hay que examinar siempre en la etapa del diseño.

Dispositivos de control

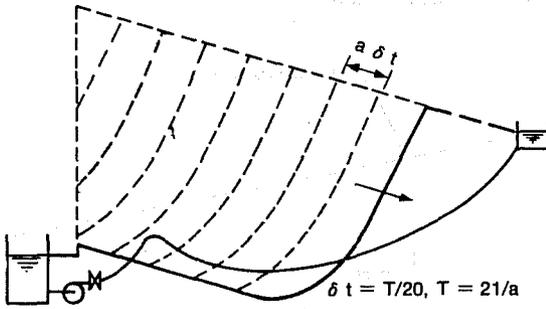
El propósito de los dispositivos de control de los transitorios hidráulicos es evitar el daño estructural que puede producir el golpe de ariete generado por el paro accidental de la planta de bombeo sobre las tuberías o las máquinas. Aquí sólo se examinan con detalle el tanque unidireccional y la cámara de aire, aunque existen otros, como el tanque de oscilación, la válvula de alivio y el incremento del momento polar de inercia de la unidad motor-bomba.

A fin de comprender qué sucede con estos dispositivos, conviene referirse al fenómeno de golpe de ariete arriba mencionado, cuando una bomba alimenta una tubería larga. El paro accidental de una planta de bombeo atraviesa por varias fases; en la primera (véase ilustración 6), el acueducto presenta problemas de depresión: en (a) antes del paro, en (b) $8 \delta t$, después del paro, siendo $\delta t = T/20$, donde $T = 2l/a$, y en (c), $10 \delta t$ después del paro, cuando la onda llega al tanque de descarga.

6. Paro accidental de una planta de bombeo (desde $t > 2l/a$ a $t < 3l/a$)

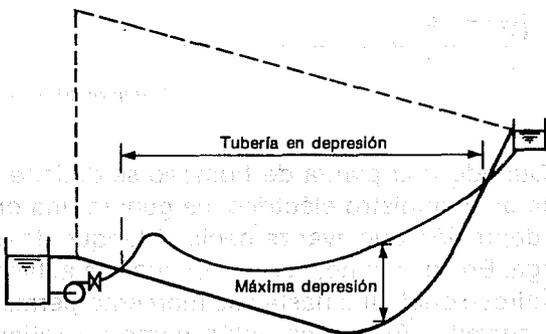


(a) Operación estacionaria



a = Celeridad de la onda (~ 1000 m/s)

(b) Estado del sistema $8 \delta t$ después del paro

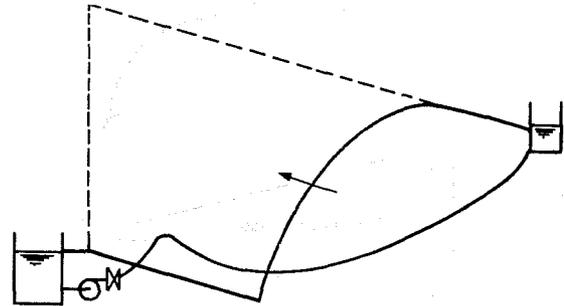


(c) Estado del sistema $10 \delta t$ después del paro

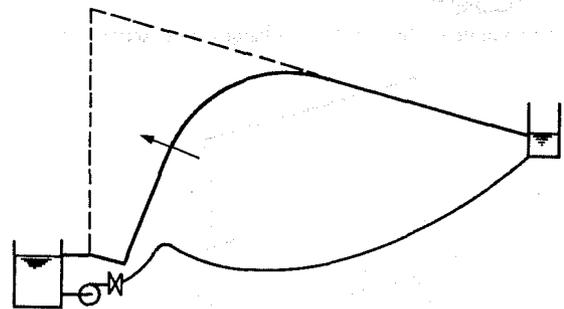
La segunda fase del fenómeno se inicia con la reflexión de la onda opuesta en el tanque de descarga (véase ilustración 7a). La onda de sobrepresión resultante produce en la instalación una situación muy similar a la de partida (7b), mientras que llega a la válvula de descarga; si ésta se encuentra abierta, el proceso de reflexión es complejo y puede afectar negativamente la sobrevelocidad inversa que se produce en la máquina si dicha válvula cierra con lentitud. Pero si por el contrario, la válvula está cerrada, se produce una reflexión de la misma onda y hay sobrepresión (7c), lo que ocasiona que en la fase siguiente se propague esta onda de sobrepresión a lo largo de la tubería (véase ilustración 8a) y se refleje en el tanque de descarga como una onda de depresión de igual magnitud (8b). Cuando llega a la válvula de descarga cerrada se refleja como onda de depresión y se reinicia el ciclo que comenzó con el paro de la bomba.

Como se puede observar, la tubería está sometida a las siguientes fases durante el ciclo de $4 l/a$ de duración, siempre que la válvula de descarga cierre en un tiempo menor que $2 l/a$:

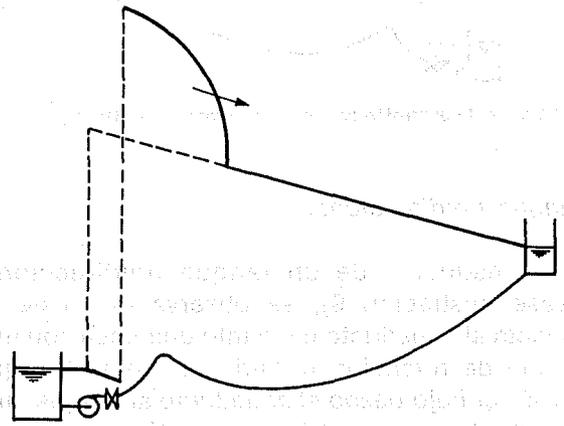
7. Paro accidental de una planta de bombeo. Fase desde $t > 2l/a$ at $< 3l/a$



(a) Reflexión de la onda en el tanque de descarga



(b) La onda llega a la válvula de descarga cerrada en $t = 2l/a$



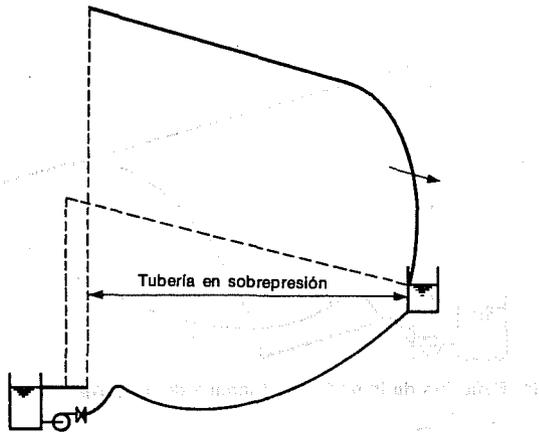
(c) La onda se refleja en la válvula de descarga cerrada

Fase y condición

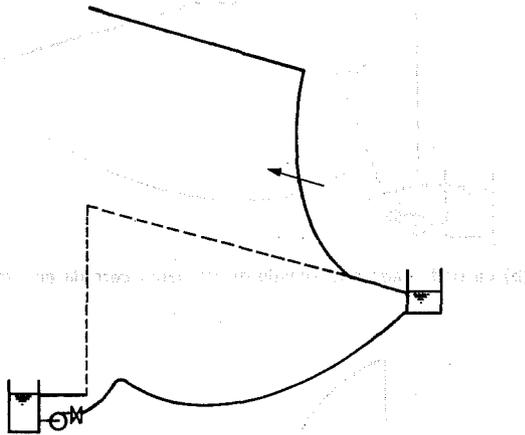
| Fase | Condición |
|---------|--------------------|
| Primera | Depresión |
| Segunda | Presión de trabajo |
| Tercera | Sobrepresión |
| Cuarta | Presión de trabajo |

Estos fenómenos son los que deben controlarse mediante dispositivos que los eviten o reduzcan.

8. Paro accidental de una planta de bombeo
(desde $t = 3l/a$ a $3l/a < t < 4l/a$)



(a) La onda de sobrepresión llega al tanque de descarga $t = 3l/a$.

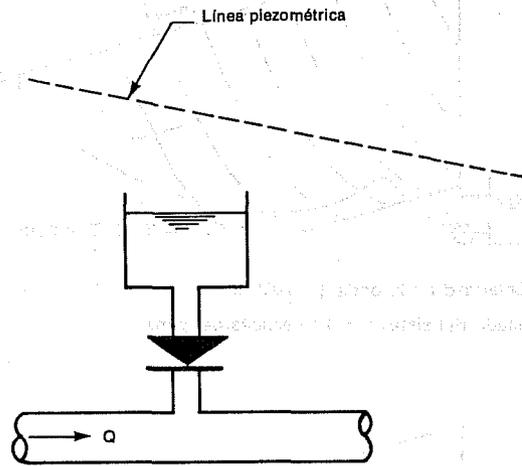


(b) La onda de depresión se refleja en el tanque de descarga

Tanque unidireccional

En el esquema de un tanque unidireccional (véase ilustración 9), se observa que éste se conecta al acueducto mediante una línea con una válvula de retención (o varias en paralelo), que impide el flujo desde el acueducto al tanque, aun cuando la piezométrica en la línea esté por encima del nivel del agua en el tanque. Este funciona cuando la piezométrica del acueducto cae por debajo del nivel de la superficie libre del tanque; cuando esto sucede, la válvula de retención se abre y fluye agua desde el tanque hasta la línea. Si la comunicación entre éstos es suficientemente libre (pocas pérdidas y poca inercia) se observa que, al fluir el agua la piezométrica del acueducto se mantendrá muy cerca del nivel de la superficie libre del tanque, impidiendo así que se produzcan depresiones indeseables en las proximidades de éste.

9. Tanque unidireccional



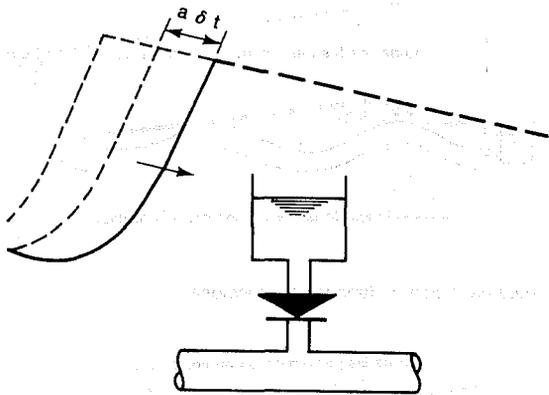
Q = gasto del acueducto

Cuando una planta de bombeo se detiene por falta de suministro eléctrico, se genera una onda de depresión que avanza hacia el tanque de descarga. En su camino, la onda encuentra al tanque unidireccional, que hasta ese momento permanecía cerrado. Al abrirse actúa como un reflector capaz de hacer rebotar la parte de la onda con cargas piezométricas inferiores a la superficie libre del tanque. La otra parte, cuya amplitud es la diferencia de altura entre la piezométrica de trabajo y el nivel del agua, se transmite sin deformación hacia el tanque de descarga (véase ilustración 10). Este comportamiento puede atenderse observando que al incidir la onda de depresión el tanque está cerrado y no percibe su presencia hasta que la piezométrica, descendiendo lo suficiente, permite la abertura del tanque, momento a partir del cual funciona como uno de oscilación. Así, la acción de un tanque unidireccional en un sistema de bombeo puede verse como en la ilustración 11.

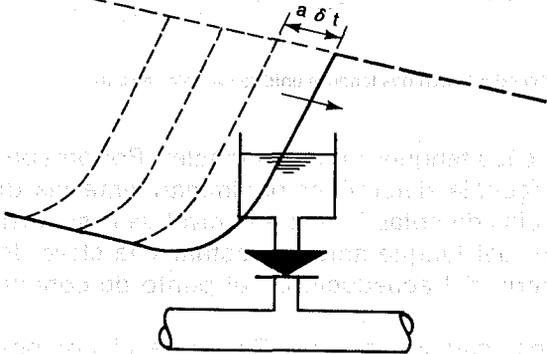
Una vez que termina esta operación, es preciso llenar de nuevo el tanque lo más rápido posible para evitar que funcione por debajo de su nivel normal cuando se reactive el bombeo; para ello operan las válvulas de llenado que trabajan mediante un flotador o un presostato colocado en la pared del tanque, que abre la válvula mecánicamente cuando la presión sobre la pared no corresponde a la del nivel de operación.

Ventajas y desventajas. A partir de lo anterior se considera que las dos ventajas principales del tanque unidireccional son:

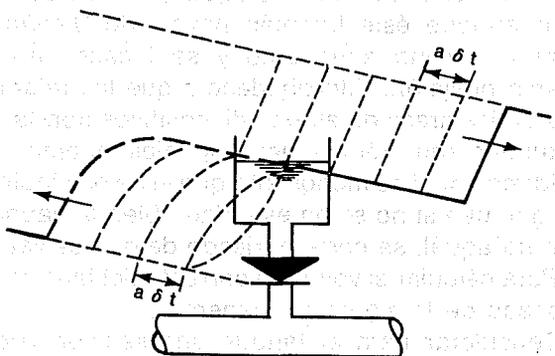
10. Comportamiento del tanque unidireccional ante una onda de depresión



(a) Aproximación de la onda

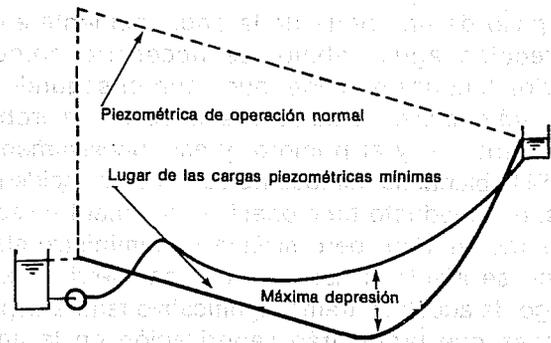


(b) Llegada de la onda

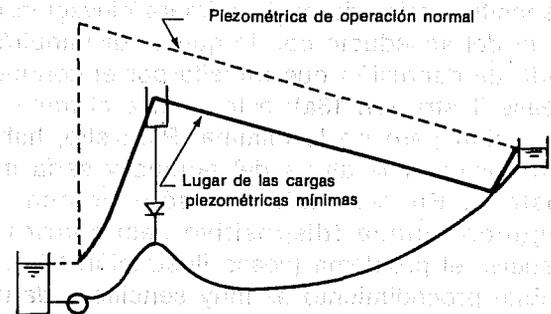


(c) Reflexión de la onda

11. Acción de un tanque unidireccional en el sistema de bombeo



(a) Sin dispositivo de control



(b) Con tanque unidireccional

- Su coronamiento está por debajo de la piezométrica para gasto máximo, por lo que resulta adecuado para topografías que, al carecer de elevaciones, requerirían de tanques de oscilación muy altos.
- Al reflejar parcialmente las ondas de depresión, no induce sobre la máquina sobrevelocidades altas en reversa.

Por otra parte, también presenta dos desventajas, a saber:

- Requiere de un mantenimiento mecánico periódico, a fin de asegurar el buen funcionamiento de las válvulas de retención y llenado.
- Al reflejar la onda de depresión, la parte transmitida puede provocar depresiones indeseables aguas abajo, lo que implicaría la colocación de otros tanques unidireccionales (dispositivos secundarios) para controlar el transitorio en todo el acueducto.

Es conveniente aclarar que el mantenimiento que requieren las válvulas de llenado y retención puede efectuarlo el personal de la propia planta de bombeo. En lo referente a la comparación de costos de los dispositivos de control de transitorios, debe tenerse en cuenta que el tanque unidireccional es más barato que el de oscilación.

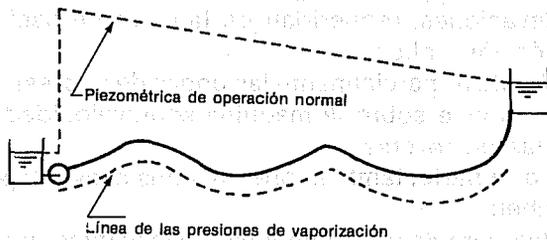
Tanques unidireccionales en serie

En virtud de que un tanque unidireccional permite el paso de una parte de la onda incidente en la dirección aguas abajo, es necesario colocar varios tanques en serie, pues con el segundo se evitará que la onda de depresión ocasione problemas entre él y el primero, y así sucesivamente.

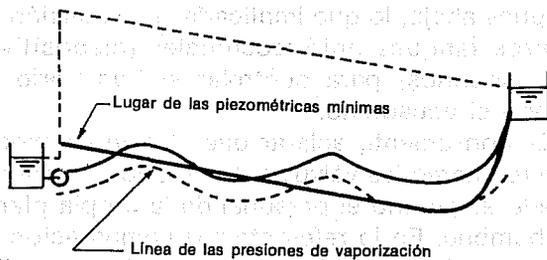
Si la planta de bombeo no sufre paros accidentales, el acueducto funcionará normalmente (véase ilustración 12a), pero si falla el suministro eléctrico se afectarán las cargas piezométricas a lo largo de aquél: un tramo significativo tendrá depresiones que producirán vaporización en la línea (véase ilustración 12b). Para corregir este fenómeno se coloca un tanque unidireccional como dispositivo primario en la primera elevación del perfil del acueducto con lo que se disminuirá la onda de depresión que transita por el conducto (véase ilustración 13a); esto reduce el tramo de depresión pero no lo elimina. Para ello, habría que aumentar la altura del tanque y sería muy costoso. En realidad, con sólo colocar un segundo tanque (dispositivo secundario) se resuelve el problema (véase ilustración 13b).

Este procedimiento es muy sencillo y da una idea global de la acción que se logra al colocar en

12. Funcionamiento del acueducto

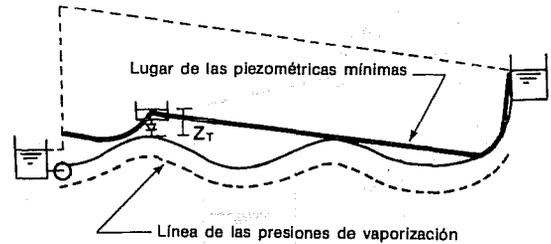


(a) Acueducto en operación normal

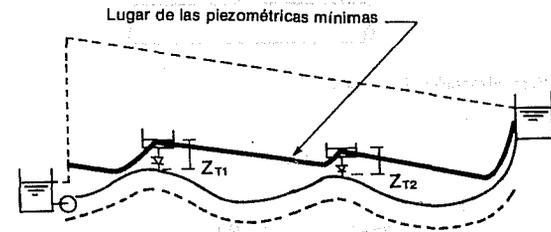


(B) Paro accidental de la planta de bombeo

13. Dispositivos primario y secundario



(a) Acueducto con un tanque unidireccional



(b) Acueducto con dos tanques unidireccionales en serie

serie los tanques unidireccionales. Por otra parte, es factible determinar preliminarmente las diferencias de cotas Z_T entre el nivel de la superficie libre del tanque antes de actuar y la clave de la tubería del acueducto en el punto de conexión.

Capacidad del tanque. Para que el comportamiento real del tanque no difiera del que se ha supuesto en lo antes descrito, hay que tomar en cuenta las dimensiones que debe tener. Por lo general, un tanque unidireccional tiene en su interior menor volumen de agua que el de oscilación aunque éste también haya sido diseñado para el mismo acueducto y se localice en la misma posición. Ello obedece a que las relaciones de las áreas de ambos dispositivos con la de la tubería son prácticamente iguales; además, el unidireccional es menos alto que el de oscilación. De ahí, que si no se ha estudiado bien la capacidad de aquél, se corre el riesgo de que se vacíe.

Para calcular el volumen correcto del tanque se procede de la siguiente manera:

- Considerar para el tanque una sección recta exageradamente grande (por ejemplo, 100 veces el área de la tubería), con lo que prácticamente el nivel del agua del tanque no descenderá en cuanto éste comience a operar.

- Con base en el modelo teórico que se expondrá más adelante, calcular el gasto $Q_T(t)$ desde el tanque hasta la tubería. Para evaluar el volumen extraído se aplica la fórmula:

$$\int_{t_1}^{t_2} Q_T dt = V \quad (3)$$

donde t_1 es el instante en que comienza a trabajar el tanque y t_2 en el que finaliza su acción.

- El volumen del tanque deberá ser sustancialmente mayor que V calculado, puesto que al extraerse V el tanque debe estar en disponibilidad de operar de inmediato, por lo menos una vez más, sin que entre agua por las válvulas de llenado. Esto proporciona un buen margen de seguridad en caso de que inmediatamente después del paro accidental se arranque el acueducto sin que los tanques unidireccionales tengan tiempo de llenarse a través de sus válvulas correspondientes. Se sugiere como criterio preliminar que el volumen total del tanque V_T sea como mínimo:

$$V_T = 10V \quad (4)$$

Area de la sección recta del tanque. Una vez definido el volumen mínimo de agua que debe contener el tanque, es aconsejable que el descenso de nivel que experimenta la superficie (luego de actuar una vez) no sea superior al 10% de la diferencia de cota entre la clave de la tubería y el nivel inicial de la superficie libre en el tanque antes de operar. Si Z_T es dicha diferencia de cota, el área de sección recta A_T se determina:

$$\frac{V}{0.1Z_T} = A_T \quad (5)$$

Obsérvese que Z_T queda definida a partir de un análisis preliminar (véase ilustración 13).

En los tanques unidireccionales se admite que las aceleraciones en el interior son tan pequeñas como para suponer que la distribución de presiones es hidrostática, lo cual se cumple si:

$$\frac{A_T}{A} > 16 \quad (6)$$

donde A es el área de la sección recta del acueducto. (Mosonyi, 1975).

Conexión entre el tanque y el acueducto. El tanque se conecta al acueducto mediante una tube-

ría que por lo general es de algunas decenas de metros de longitud. Cuando el gasto $Q_T(t)$ pasa por la tubería, la caída de la carga piezométrica entre el tanque y la presión en el acueducto está dada por:

$$h_0 - h_1 = \frac{\ell}{gA} Q_T + f \frac{\ell}{D} \frac{Q_T |Q_T|}{A^2 2g} + K_V Q_T |Q_T| \quad (7)$$

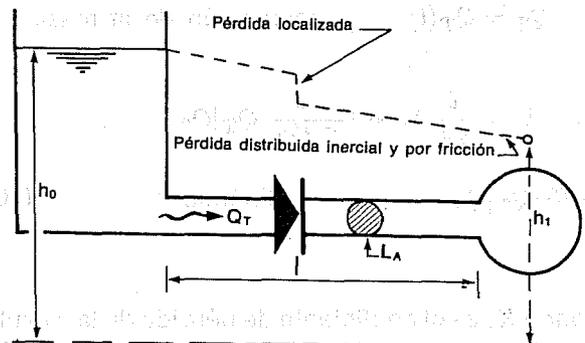
donde A es el área de la sección recta de la tubería de conexión entre el tanque y la línea; el punto sobre la variable indica la derivada temporal (véase ilustración 14).

La caída $h_0 - h_1$ reduce la efectividad del tanque, puesto que la piezométrica en el acueducto no será mantenida al nivel de h_0 (cota de la superficie libre del tanque) sino al nivel $h_1 < h_0$, por tanto, como criterio de diseño se adoptará que:

$$\text{máx}(h_0 - h_1) \leq 0.1 Z_T \quad (8)$$

Para determinar el máximo de $h_0 - h_1$ en el tiempo, puede sustituirse $Q_T(t)$ y evaluarse $h_0 - h_1$ en función de t para diferentes ℓ y A de la tubería de conexión. En general, conviene tomar la menor ℓ posible compatible con una buena localización del tanque en la topografía del lugar, y aumentar A hasta que $\text{máx}(h_0 - h_1)$ cumpla la condición (8). Finalmente, debe señalarse que los coeficientes propuestos en las expresiones (4), (5) y (8) definen un tanque muy seguro. El proyectista, observando las condiciones particulares de su diseño, podrá modificarlas para lograr opciones menos conservadoras.

14. Pérdidas entre el tanque unidireccional y el acueducto



Diseño final

Una vez realizado el análisis, se obtiene una evaluación de las siguientes variables:

- Z_T Diferencia entre el nivel de la superficie libre del tanque antes de operar y la clave de la tubería en el punto donde se conecta el tanque
- V_T Volumen total de agua en el tanque
- A_T Área de la sección recta del tanque
- l Longitud de la tubería de conexión entre el tanque y el acueducto
- A Área de la sección recta de la tubería de conexión entre el tanque y el acueducto

Estas magnitudes, definidas en forma preliminar, se introducen ahora al modelo que se presentará a continuación y se examina el comportamiento del tanque en cuanto a su capacidad para controlar el descenso de la curva de piezométricas mínimas. Así mismo, se calcula Q_T y $h_0 - h_1$ para cada tanque en función del tiempo y se verifican con estos valores las expresiones (3), (4), (5), (6), (7) y (8).

Ecuaciones del tanque unidireccional en una tubería con ondas

Las ecuaciones que describen los fenómenos anteriores son las siguientes (véase ilustración 15):

Para la conexión con el acueducto:

$$Q_1 + Q_T = Q_2 \quad \text{conservación de la masa} \quad (9)$$

$$h_1 = h_2 \quad \text{dinámica}$$

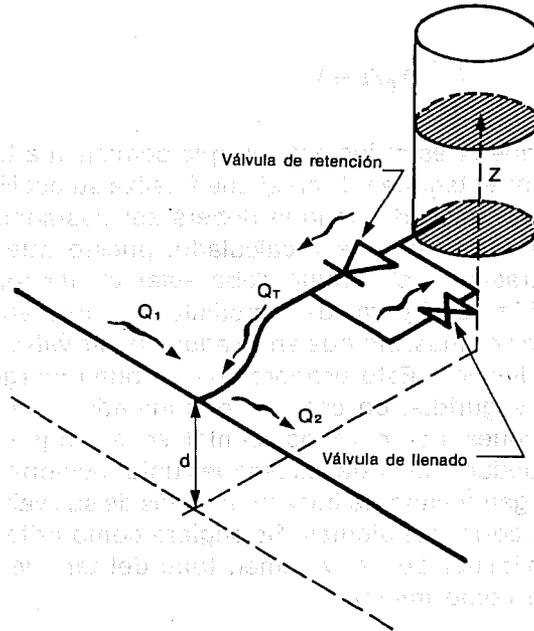
Para la tubería que conecta el tanque con el acueducto:

$$Q_T = Q_T(t) \quad \text{conservación de la masa}$$

$$h_0 - h_1 = \frac{l}{gA} \dot{Q}_T + f \frac{l}{DA^2 2g} Q_T |Q_T| + K_V Q_T |Q_T| \quad \text{dinámica} \quad (10)$$

donde K_V es el coeficiente de pérdida de la válvula de retención si $Q_T \geq 0$. Si $Q_T < 0$, K_V es el coeficiente de pérdida de la válvula de llenado.

15. Esquema para el planteamiento de las ecuaciones del TU



Para el tanque:

$$Q_T = -A_T \dot{Z} \quad \text{conservación de la masa} \quad (11)$$

$$h_0 = Z(t) \quad \text{dinámica}$$

donde $Z(t)$ es la elevación de la superficie libre respecto al nivel de referencia de las cargas piezométricas.

Una vez terminada su operación, el tanque se llena nuevamente a través de las válvulas correspondientes, y se tiene $Z = Z_T + d$, donde d es la cota de la clave de la tubería respecto al nivel de referencia de las cargas piezométricas. Las ecuaciones (9), (10) y (11) se sustituyen por:

$$Q_1 = Q_2 \quad (12)$$

$$h_1 = h_2$$

Para proceder a la resolución numérica de las ecuaciones (9), (10) y (11) es necesario transformarlas en el siguiente sistema algebraico, escribiéndolas en diferencias finitas, donde el subíndice P indica el valor de la variable en el instante t , mientras que las variables sin este subíndice indican el valor en $t - \Delta t$:

$$Q_{1P} + Q_{TP} = Q_{2P}$$

$$h_{1P} = h_{2P}$$

$$h_{0P} - h_{1P} = \frac{\ell}{gA} \dot{Q}_{TP} + \left(f \frac{\ell}{DA^2 2g} + K_v \right)$$

$$Q_{TP} | Q_{TP} | \quad (13)$$

$$\dot{Q}_{TP} = \frac{Q_{TP} - Q_T}{\Delta t}$$

$$Q_{TP} = -A_T \dot{Z}_{TP}$$

$$\dot{Z}_{TP} = \frac{Z_P - Z}{\Delta t}$$

$$h_{0P} = Z_P$$

El conjunto anterior (13) es un sistema con siete ecuaciones y nueve incógnitas: Q_{1P} , Q_{2P} , Q_{TP} , h_{1P} , h_{2P} , h_{0P} , Q_T , Z_P , Z . Las dos ecuaciones que faltan corresponden a las características positiva y negativa en el acueducto, a saber:

$$Q_{1P} = C_p - C_a h_{1P} \quad \text{característica positiva} \quad (14)$$

$$Q_{2P} = C_n + C_a h_{2P} \quad \text{característica negativa}$$

donde

$$C_p = Q_A + \frac{gA}{a} h_A - \frac{f \Delta t}{2DA} Q_A | Q_A |$$

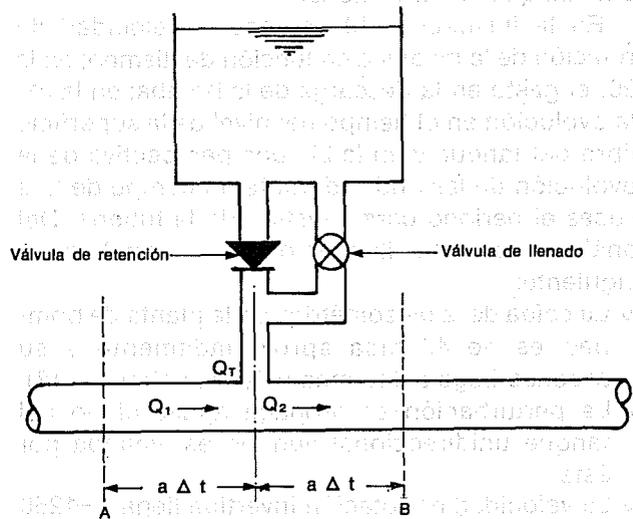
$$C_n = Q_B - \frac{gA}{a} h_B - \frac{f \Delta t}{2DA} Q_B | Q_B |$$

$$C_a = \frac{gA}{a} \quad (14)$$

C_p depende de los valores Q_A y h_A en $t - \Delta t$ para una sección A ubicada a Δt aguas arriba del tanque, C_n depende de los valores de Q_B y h_B en $t - \Delta t$ para una sección B ubicada a Δt aguas abajo del tanque (véase ilustración 16).

El sistema algebraico no lineal de nueve ecuaciones formado por (13) y (14), con nueve incógnitas, permite encontrar Q_1 , Q_2 , Q_T , Z , h_1 , h_2 y h_0 en el instante t (variables con subíndice P) a partir de los valores correspondientes al instante $t - \Delta t$.

16. Tanque unidireccional



Si de la solución de (13) y (14) resulta que $Q_{TP} \leq 0$, el cálculo realizado debe sustituirse por la resolución del mismo sistema pero con K_v correspondiente a la válvula de llenado, hasta que $Z_P = Z_T + d$ (cota del nivel inicial). Cuando $Z_P = Z_T + d$, los sistemas (13) y (14) se sustituyen por el siguiente:

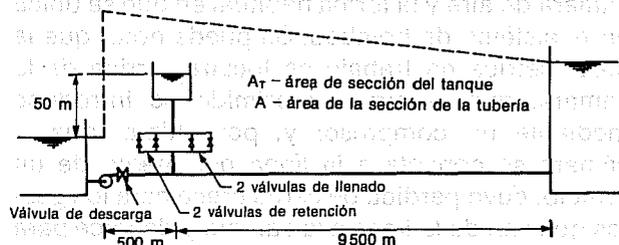
$$\begin{aligned} Q_{1P} &= Q_{2P} \\ h_{1P} &= h_{2P} \\ h_{1P} &= C_p - C_a h_{1P} \\ Q_{2P} &= C_n + C_a h_{2P} \end{aligned} \quad (15)$$

que implica que el tanque no afecta al acueducto.

Tanque unidireccional en un sistema de bombeo

El ejemplo que se muestra en la ilustración 17 tiene un tanque unidireccional ubicado a 500 m de la planta de bombeo.

17. Instalación de bombeo con tanque unidireccional



$A_T/A = 25$, $Q_n = 2 \text{ m}^3/\text{s}$, $H_n = 80 \text{ mca}$, $N_s = 62.81$, $a = 1000 \text{ m/s}$
Se considera una conexión del tanque al acueducto de longitud despreciable. Núm. de válvulas de retención = 2 con diámetro = 24" y tipo "disco basculante", núm. de válvulas de llenado = 2 con diámetro = 12".

En la ilustración 18 se presenta el lugar de las piezométricas máximas y mínimas para el sistema con tanque unidireccional.

En la ilustración 19 aparece la velocidad de rotación de la máquina en función del tiempo; en la 20, el gasto en la descarga de la bomba; en la 21, la evolución en el tiempo del nivel de la superficie libre del tanque y en la 22, una perspectiva de la evolución de las ondas durante un tiempo de tres veces el periodo característico de la tubería. Del análisis de estas ilustraciones se concluye lo siguiente:

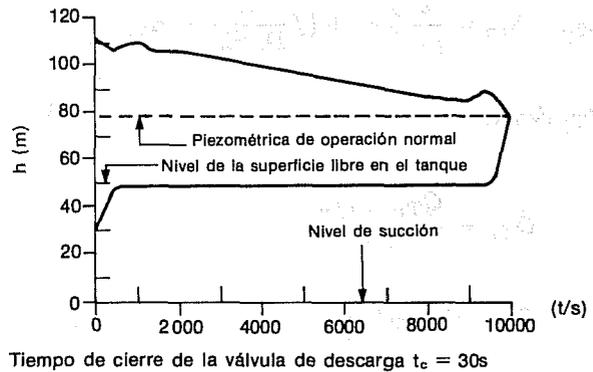
- La caída de la piezométrica en la planta de bombeo es de 49 mca aproximadamente y su ascenso llega a 110 mca (véase ilustración 18).
- La perturbación se propaga aguas abajo del tanque unidireccional aunque es limitada por éste.
- La velocidad de rotación invertida llega a -1250 rpm, lo cual es 105% la velocidad de régimen (véase ilustración 20).
- El gasto inverso en la descarga de la bomba llega a -1.8 m³/s y luego tiende a cero debido al cierre de la válvula esférica.
- La evolución del nivel de la superficie libre tiene primero un descenso muy pequeño: 0.50 m a los 22 s, y después comienza a ascender. Por la regulación de las válvulas de llenado, el nivel asciende un poco más que la cota de operación normal (+ 50 m) (véase ilustración 21).
- La perspectiva de la evolución de las ondas de carga piezométrica en la tubería aclara gráficamente el comportamiento de dicha carga en función del tiempo, a lo largo de la instalación (véase ilustración 22). Aquí se aprecia con claridad el fenómeno de reflexión parcial en el tanque comentado con anterioridad.

Cámara de aire

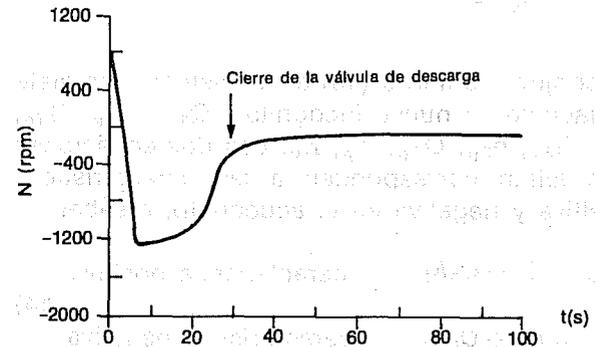
Operación de la cámara

La ilustración 23 señala el esquema de una cámara de aire y la forma habitual en que se ubica en el sistema de bombeo. Se puede notar que la piezométrica de trabajo se localiza arriba de la cámara, que el aire comprimido se introduce mediante un compresor y, por último, que la cámara se conecta a la línea por medio de un orificio, cuya pérdida de carga crece para los gastos que van de la línea a la cámara y decrece para los que fluyen en sentido inverso (orificio diferencial). El funcionamiento de la cámara en las diferentes etapas se muestra en la ilustración 24: la

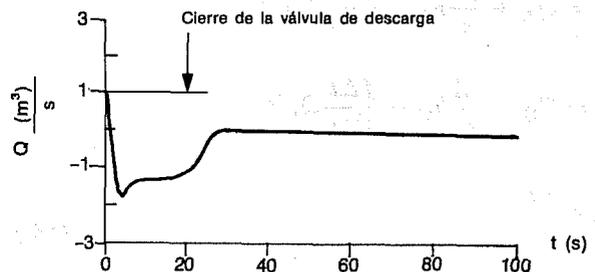
18. Lugar de las cargas piezométricas máximas y mínimas para el TU



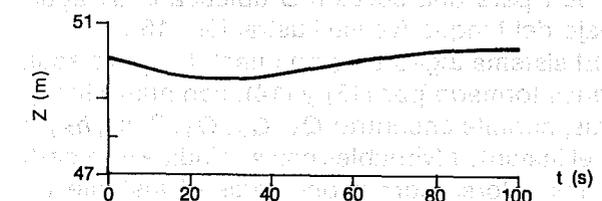
19. Velocidad de rotación de la máquina



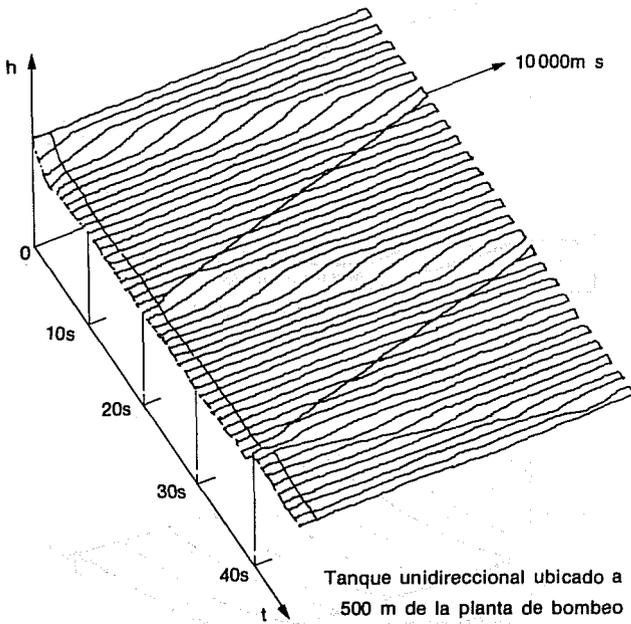
20. Gastos en la descarga de la bomba



21. Tiempo del nivel de la superficie libre del TU



22. Evolución de las ondas de carga piezométrica con un TU



condición previa al paro accidental (a); el momento en que la piezométrica ha caído hasta una posición intermedia (b), por lo que también ha bajado la presión en el interior de la cámara y el aire se ha expandido expulsando el volumen marcado hacia la línea, y cuando la piezométrica ha descendido a su nivel más bajo, el volumen de aire se ha expandido al máximo y parte del agua ha sido expulsada de la cámara (c). Es fácil comprender la mecánica del fenómeno de expulsión de agua al expandirse el aire, debido al descenso de presión en el acueducto.

Control del golpe de ariete

La cámara de aire ejerce el control del transitorio producido por la detención de la planta de bombeo reduciendo la variación de $Q(t)$ después del paro accidental; en efecto, antes de éste, el gasto Q que entra a la tubería es igual a Q_1 , gasto entregado por la bomba, pero después de dicho paro, cuando cae la piezométrica y la cámara expulsa el gasto $Q_2(t)$, el gasto que entra a la tubería es el siguiente (véase ilustración 23):

$$Q(t) = Q_1(t) + Q_2(t) \quad (16)$$

Si se toman las derivadas respecto al tiempo se tiene:

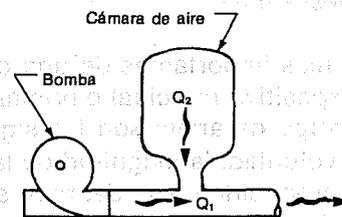
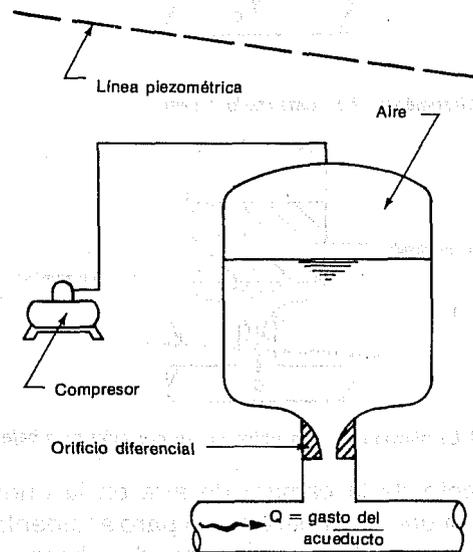
$$\dot{Q}(t) = \dot{Q}_1(t) + \dot{Q}_2(t) \quad (17)$$

pero cuando $\dot{Q}_1(t) < 0$ (Q_1 decreciente) y $Q_2(t) > 0$ (Q_2 creciente) se tiene que:

$$|\dot{Q}(t)| < |\dot{Q}_1(t)| \quad (18)$$

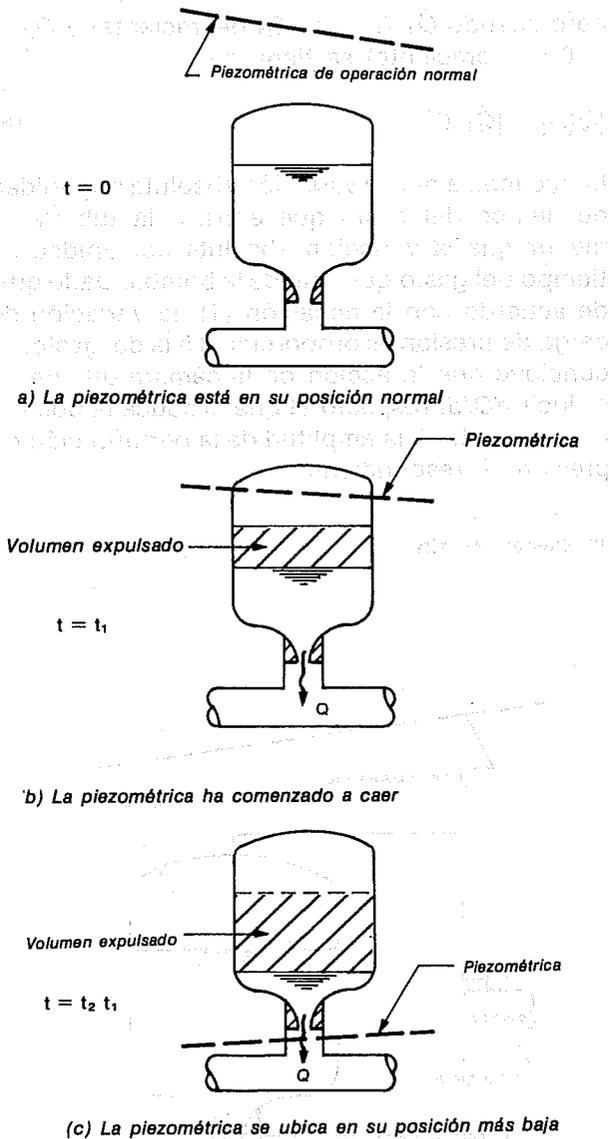
lo que indica que la variación absoluta por unidad de tiempo del gasto que entra a la tubería es menor que la variación absoluta por unidad de tiempo del gasto que sale de la bomba. Dado que, de acuerdo con la ecuación (1), la variación de carga de presión es proporcional a la del gasto, se concluye que la acción de la cámara de aire, al reducir dQ/dt respecto al que produce la bomba, reduce también la amplitud de la perturbación de presión correspondiente.

23. Cámara de aire

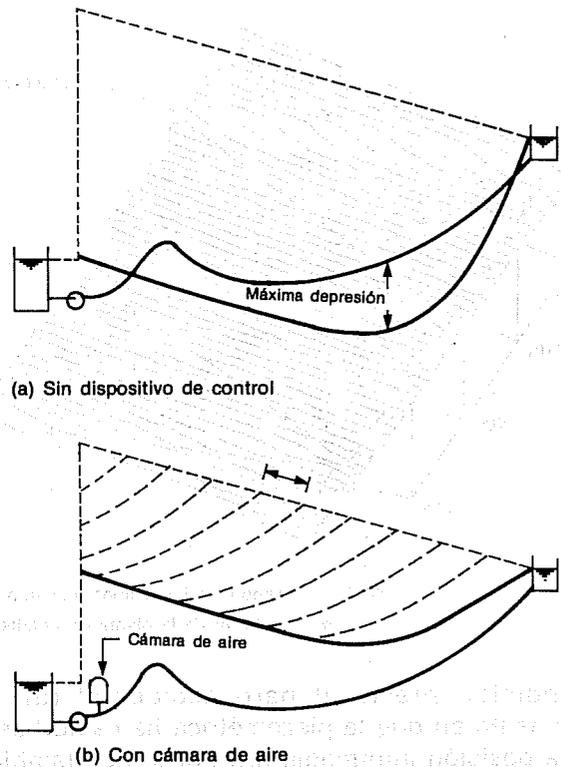


Ubicación de la cámara de aire en el sistema de bombeo

24. Operación de la cámara de aire



25. Efecto de la cámara de aire en la onda de depresión



El efecto de la cámara de aire en la onda de depresión que se genera por el paro accidental de una planta de bombeo se puede observar en forma esquemática en la ilustración 25.

Ventajas y desventajas

Las ventajas más importantes de una cámara de aire como dispositivo principal o primario para el control del golpe de ariete son las siguientes:

- Reduce, a voluntad, la magnitud de la onda de depresión producida luego del paro accidental de las bombas.
- Su efecto sobre la onda no depende de la cota inicial de la superficie libre del agua dentro de la cámara. Esta diferencia esencial respecto al

tanque de oscilación y al unidireccional permite controlar el golpe de ariete en topografías donde no conviene colocar los tanques mencionados.

- El volumen de agua quieta dentro de la cámara es mucho menor que el de un tanque de oscilación o unidireccional, por lo que, en zonas con clima frío, es más fácil evitar la congelación mediante calentamiento.
 - Siempre puede colocarse cerca de la planta de bombeo, puesto que su efecto no depende de la cota inicial de la superficie libre del agua dentro de la cámara, lo que facilita el mantenimiento, la alimentación de aire comprimido y el calentamiento, si fuera necesario.
- Por otra parte, sus principales desventajas son:
- Requiere de compresores para mantener el colchón de aire que, de otra manera, se disolvería en el agua y finalmente desaparecería. Esto implica la necesidad de mantenimiento de equipo adicional al de la planta de bombeo.
 - El orificio diferencial por lo general se construye mediante válvulas de retención (como se verá más adelante), que también deben recibir mantenimiento para asegurar su operación correcta.

- Como reduce, pero no suprime la onda de depresión, ésta viaja en dirección aguas abajo y, para adecuarse a la topografía, pueden requerirse dispositivos secundarios de control como cámaras de menor volumen que la principal o tanques unidireccionales o de oscilación.

¿Por qué el empleo de un orificio diferencial?

Se ha mencionado que la comunicación entre la cámara y el acueducto se debe realizar a través de un orificio diferencial; es decir, que cuente con un coeficiente de pérdida de carga K ($\Delta H = K Q^2$) que dependa del sentido del flujo (K_V - vaciado y K_{LL} - llenado). Es importante que la comunicación entre el agua almacenada en la cámara y el acueducto se realice con las menores pérdidas posibles, cuando el flujo va de aquélla a éste ($K_V \approx 2/2gA^2$ por ejemplo). Sin embargo, por razones que se expondrán a continuación, conviene que K_{LL} sea más alto.

Los factores que hacen que K_{LL} sea sustancialmente mayor que K_V se aprecian en la ilustración 26. En efecto, al observar los dos instantes mostrados se verá que en (a) se tiene la máxima expansión de gas $\nabla = \nabla_{\max}$ y $p = p_{\min}$; p es la presión absoluta del gas y $Q = 0$, porque tras ocurrido el paro accidental, el flujo se invierte y la válvula de descarga ya ha cerrado. En (b) se presenta el sistema unos cuantos segundos más tarde; la columna líquida descendió comprimiendo al aire de la cámara hasta que se detuvo nuevamente ($Q = 0$) en la situación de máxima compresión $\nabla = \nabla_{\min}$ y $p = p_{\max}$. En el paso de (a) a (b), una masa de agua cuyo volumen ∇ se había marcado, descendió una distancia igual a ΔZ .

La energía potencial gravitacional liberada, E_p , correspondiente a la masa de agua es: $E_p = (\nabla_{\max} - \nabla_{\min})\gamma \Delta Z$ y ha sido transferida a energía potencial elástica en el gas comprimido. Esta última puede calcularse para una compresión isotérmica, en virtud de la lentitud del fenómeno, como (Guarga, 1985):

$$E_p = P_{\min} \nabla_{\max} \ln \frac{\nabla_{\max}}{\nabla_{\min}} \quad (19)$$

Al hacer el cálculo (19) se admite una evolución isotérmica debido a la lentitud con que se produce la oscilación de masa. Al aplicar el valor de E_p calculado en el campo gravitatorio la relación entre las presiones máximas y mínimas es:

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = e^{\frac{\gamma}{P_{\min}} (1 - \frac{\nabla_{\min}}{\nabla_{\max}}) \Delta Z}$$

$$\frac{\nabla_{\min}}{\nabla_{\max}} \ll 1$$

$$\frac{\gamma \Delta Z}{P_{\min}} \gg 1 \quad (20)$$

La expresión anterior puede arrojar valores muy elevados, sobre todo si $\nabla_{\min}/\nabla_{\max} \ll 1$ y $\gamma \Delta Z/p_{\min} \gg 1$.

Para evitar que en el gas comprimido la energía potencial gravitatoria perdida por el fluido se transforme por completo en energía potencial elástica, se la puede disipar en calor mediante un orificio con K_{LL} grande hasta reducirla significativamente en dicho gas. La elección adecuada de K_{LL} se presenta más adelante.

Diseño preliminar

A continuación se expone un procedimiento sencillo para determinar en forma preliminar los parámetros fundamentales de la cámara de aire. Los valores obtenidos completan los datos para aplicar el modelo teórico que también se presenta adelante y con el que se encontrarán los valores definitivos de dichos parámetros y que resulten los más adecuados para cada caso en particular.

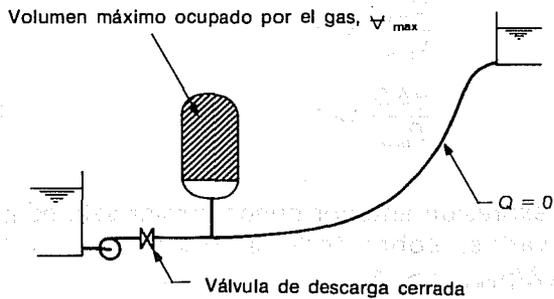
Planteamiento del problema. Considérese un acueducto cuyo gasto de régimen es Q_0 y que tiene como dispositivo de protección una cámara de aire (véase ilustración 26). Para la presión absoluta de operación en régimen p_0 , la cámara tiene un volumen ∇_0 de aire. Al ocurrir el paro accidental, cae la piezométrica, el aire se expande y la cámara expulsa agua hasta llegar a la condición de ∇_{\max} (véase ilustración 26 a); en consecuencia, el volumen de agua entregado (∇_e) por la cámara en el acueducto es $\nabla_{\max} - \nabla_0 = \nabla_e$. Por otra parte hay que considerar la siguiente evolución isotérmica de la masa de aire dentro de la cámara:

$$\nabla_0 P_0 = \nabla_{\max} P_{\min} \quad (21)$$

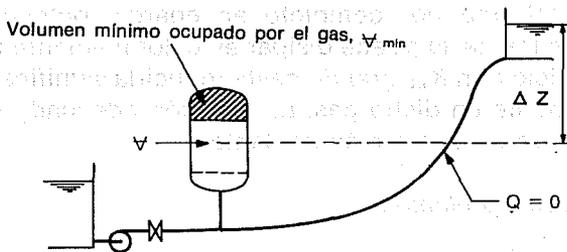
donde p_{\min} es la presión mínima absoluta del gas, por lo que el volumen entregado puede evaluarse en función de ∇_0 y p_0/p_{\min} . En efecto:

$$\nabla_e = \nabla_0 \left[\frac{P_0}{P_{\min}} - 1 \right] \quad (22)$$

26. Justificación del orificio diferencial



a) $Q = 0$ y máxima expansión del gas



b) $Q = 0$ y máxima compresión del gas

Pero dicho volumen se puede estimar mediante una primera aproximación como:

$$V_e = Q_o T \quad (23)$$

donde $T = 2l/a$; esto significa que la cámara está diseñada para alimentar al acueducto con un gasto de agua igual al gasto de régimen Q_o durante el tiempo T que la onda tarda en ir hasta el tanque de descarga del acueducto y regresar. Es así como se logra transformar todo fenómeno rápido (tiempo de ocurrencia menor que T) en uno lento (tiempo de ocurrencia mayor que T); sustituyendo (23) en (22) se obtiene:

$$V_o = \frac{2lQ_o}{a \left[\frac{P_o}{P_{min}} - 1 \right]} \quad (24)$$

En esta ecuación, el valor que el proyectista debe definir es p_{min} , mismo que debe decidirse a partir de la forma del perfil del acueducto y de manera que la piezométrica estimada no lo corte. Una vez definido, se aplica la ecuación y se obtiene V_o , esto es, el volumen de aire que se requiere dentro de la cámara cuando el acueducto opera en régimen. (Nótese que p_o y p_{min} son presiones absolutas, no manométricas.)

Una vez definido V_o y conocidas p_o y p_{min} , aplicando la ecuación (21) se calcula V_{max} . Por seguridad, el volumen total de la cámara V_t puede considerarse como:

$$V_t = 1.2V_{max} \quad (25)$$

Sólo resta determinar un valor aproximado para el coeficiente de llenado K_{LL} . Si se parte del fenómeno de oscilación de masa (véase ilustración 26), puede plantearse la ecuación correspondiente y determinar su periodo. Si se considera al sistema en reposo, se produce una perturbación Δx en el nivel de agua de la cámara (véase ilustración 27). Las ecuaciones dinámicas correspondientes serán:

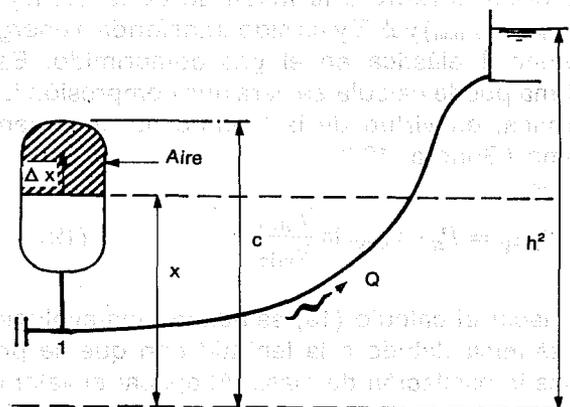
$$x_o + \frac{P_o}{\gamma} = h_2 + \frac{P_a}{\gamma} \quad (\text{sistema en reposo}) \quad (26)$$

$$x_o + \Delta x + \frac{P_o}{\gamma} + \frac{\Delta p}{\gamma} - (h_2 + \frac{P_a}{\gamma}) = -\frac{l}{gA} A_c \Delta \ddot{x} \quad (\text{sistema perturbado}) \quad (27)$$

donde p_o es la presión absoluta del aire comprimido en la cámara, p_a es la atmosférica, A_c es el área de la sección de la cámara, A es el área de la sección de la tubería y x_o el valor de x para el sistema en reposo.

En las ecuaciones (26) y (27) no se incluyen las pérdidas de carga a lo largo de la tubería, ya que por un lado, en general son mucho menores que la pérdida en el orificio de llenado y, por el otro,

27. Periodo de la oscilación de masa



con este modelo se obtendrá un primer valor de K_{LL} que deberá ajustarse después con la ayuda de un programa numérico.

Al calcular $\Delta p/\gamma$ en función de Δx y considerar mediante una primera aproximación la evolución isotérmica por la lentitud del fenómeno, se tiene que:

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{p_o}{\gamma} \frac{\Delta x}{c - x_o} \quad (28)$$

ecuación en la que se desechó el término cuadrático en los incrementos Δx y Δp .

Al sustituir y simplificar en la ecuación 27 se tiene que:

$$\Delta x \left[1 + \frac{p_o}{\gamma} \frac{1}{c - x_o} \right] = - \frac{\ell A_c}{gA} \Delta \ddot{x} \quad (29)$$

Pero al reordenar resulta:

$$\Delta \ddot{x} + \frac{gA}{\ell A_c} \left[1 + \frac{p_o}{\gamma} \frac{1}{c - x_o} \right] \Delta x = 0 \quad (30)$$

El periodo de la oscilación definido por esta ecuación lineal de segundo orden es el siguiente:

$$T_c = 2\pi \left\{ \frac{gA}{\ell A_c} \left[1 + \frac{p_o}{\gamma} \frac{1}{c - x_o} \right] \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (31)$$

Al hacer la comparación con el periodo de la oscilación de masa de una columna líquida sometida únicamente al campo gravitatorio $T = 2\pi (lA_c/g)$ se observa que el periodo definido por la última ecuación (31) será menor en virtud del término $p_o/\gamma(c - x_o)$. Si se considera que $c - x_o = V_o/A_c$, la ecuación puede escribirse como:

$$T_c = 2\pi \left[\frac{ga}{\ell A_c} \left(1 + \frac{p_o A_c}{\gamma V_o} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (32)$$

pero conviene tener presente que p_o es una presión absoluta.

Una vez definido V_o en (24), es necesario hacer lo mismo con A_c , puesto que es indispensable para calcular T_c . En una primera aproximación al problema se considera que:

$$A_c = \frac{V_o}{D_c} \quad \text{y} \quad D_c = \left(\frac{4V_o}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (33)$$

donde D_c es el diámetro de la cámara. La ecuación (33) implica adoptar una geometría particular para la cámara, necesaria para llevar a cabo este análisis. Si el D_c resultante fuera demasiado grande para construir una cámara de esas dimensiones, el proyectista puede dividir el volumen V_o en dos cámaras con la mitad del área o adoptar otra definición de D_c de acuerdo con las posibilidades constructivas reales. En consecuencia, con (32) y (33) el proyectista puede encontrar el periodo T_c de oscilación natural del sistema con la cámara. Con base en este dato, el razonamiento para determinar un valor preliminar de K_{LL} es el siguiente.

De la ilustración 26 se deduce, como ya se dijo, que la energía potencial $E_p = (V_{\max} - V_{\min})$ y Δz debe ser disipada, a fin de que las presiones en la cámara no adquieran valores excesivos; dicha disipación debe ocurrir cuando la columna líquida desciende desde el tanque de descarga hasta a la cámara; es decir, en un semiperiodo $T_c/2$, y como se producirá fundamentalmente en el orificio, con la siguiente expresión puede hacerse una evaluación aproximada:

$$E_d = \gamma K_{LL} \int_0^{T_c/2} Q^3 dt \quad (34)$$

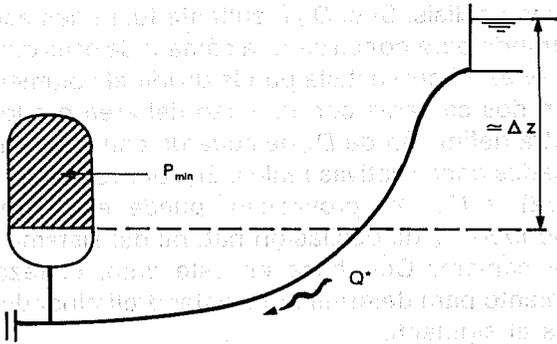
donde Q es el gasto establecido del tanque a la cámara. La expresión de E_d es muy simple puesto que se compone del producto de γ por la pérdida en el orificio $K_{LL} Q^2$ y por Q . Esto proporciona la potencia instantánea disipada en el orificio por el cual pasa el gasto Q . Al integrar dicha potencia hasta el tiempo $T_c/2$ se tiene la energía E_d disipada.

Para la evaluación preliminar de K_{LL} puede considerarse a Q constante e igual al gasto estacionario Q^* que produciría una diferencia de la carga piezométrica igual a $(\Delta Z + p_a/\gamma) - p_{\min}/\gamma$, es decir:

$$\left(\Delta Z + \frac{p_a}{\gamma} \right) - \frac{p_{\min}}{\gamma} = K_{LL} Q^{*2} \quad (35)$$

donde se tomó ΔZ como diferencia aproximada de niveles entre la cámara y el tanque de descarga, y p_{\min}/γ es uno de los datos del problema (véase ilustración 28). A ΔZ debe sumarse la presión atmosférica p_a/γ pues p_{\min}/γ es una presión absoluta. En consecuencia, al sustituir (35) en (34) se tiene la siguiente expresión aproximada para la energía disipada, E_d :

28. Definición del gasto Q^*



$$E_d = \gamma \left(\Delta Z + \frac{p_a}{\gamma} - \frac{p_{\min}}{\gamma} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_c}{2} (K_{LL})^{-\frac{1}{2}} \quad (36)$$

Al igualar E_d con E_p y despejar K_{LL} se obtiene:

$$K_{LL} = \left(\Delta Z + \frac{p_a}{\gamma} - \frac{p_{\min}}{\gamma} \right)^3 \left[\frac{T_c}{2 \Delta Z (V_{\max} - V_{\min})} \right]^2 \quad (37)$$

Para calcular V_{\min} se admite la evolución isotérmica, ya demostrada en (21) y se tiene que:

$$V_{\max} - V_{\min} = V_{\max} \left[1 - \frac{p_{\min}}{p_{\max}} \right] \quad (38)$$

Así mismo se tiene que $V_{\max} = V_0 (p_0/p_{\min})$, pero como p_{\max} se desconoce, se sustituye por p_0 , por lo que la fórmula para calcular K_{LL} es la siguiente:

$$K_{LL} = \left(\Delta Z + \frac{p_a}{\gamma} - \frac{p_{\min}}{\gamma} \right)^3 \left\{ \frac{T_c}{2 \Delta Z V_0 \left[\left(\frac{p_0}{p_{\min}} - 1 \right) \right]} \right\}^2 \quad (39)$$

donde p_0 , p_{\min} y ΔZ son datos conocidos, V_0 se estima con la ecuación (24) y T_c se calcula a partir de (32) y (33). (No hay que olvidar que las presiones p_0 , p_{\min} y p_a son absoluta, no manométricas).

El procedimiento propuesto consiste en determinar V_0 y K_{LL} mediante un esquema muy simplificado de los fenómenos físicos fundamentales que acontecen en la cámara. A partir de los valores estimados mediante el procedimiento expuesto se aplica el modelo teórico que se desarrolla a continuación, y con el que podrán precisarse entonces los valores de V_0 y K_{LL} más adecuados para el caso particular estudiado.

La geometría de la cámara puede construirse de la forma más conveniente siempre que se respete el volumen V_0 ; y en particular puede estar compuesta por varios recipientes que operen en paralelo.

Modelo teórico

El modelo teórico de la cámara de aire se muestra en la ilustración 29. En la unión de la cámara con la tubería se tiene:

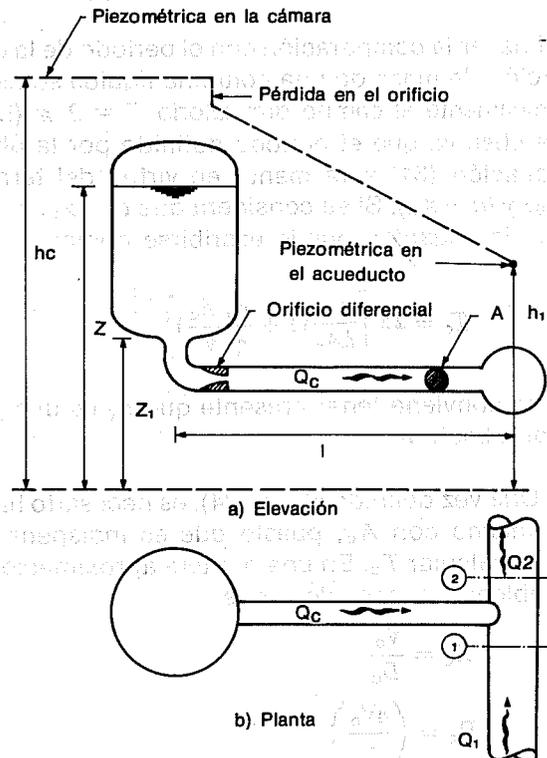
$$\begin{aligned} Q_1 + Q_c &= Q_2 && \text{conservación de la masa} \\ h_1 &= h_2 && \text{dinámica} \end{aligned} \quad (40)$$

Las ecuaciones correspondientes a la línea de conexión entre la cámara y el acueducto son:

$$\begin{aligned} Q_c &= Q_c(t) && \text{dinámica} \\ h_c - h_1 &= \frac{l}{gA} \dot{Q}_c + f \frac{l}{D} \frac{Q_c |Q_c|}{2gA^2} + K_o Q_c |Q_c| \end{aligned} \quad (41)$$

donde h_c es la carga piezométrica en la cámara, l la longitud de la línea de conexión, A el área de su sección recta y K_o el coeficiente del orificio diferencial. K_o cambia de valor de acuerdo con el signo de Q_c .

29. Modelo teórico de la cámara de aire



$$Q_c \geq 0 \quad K_o = K_V \quad (\text{coeficiente de vaciado}) \quad (42)$$

$$Q_c < 0 \quad K_o = K_{LL} \quad (\text{coeficiente de llenado})$$

Finalmente, dentro de la cámara se tienen las siguientes ecuaciones:

$$-A_c \frac{dZ}{dt} = Q_c$$

$$h_c = Z + \frac{p - p_a}{\gamma}$$

$$(Z - Z_1)^{1.2} \frac{P}{\gamma} = C \quad (43)$$

donde $C = (Z_o - Z_1)^{1.2}$, p_o / γ y Z_1 la cota de la base de la cámara. Nótese que en este modelo se considera una evolución politrópica del gas.

El sistema de ecuaciones diferenciales (40), (41), (42) y (43) se transforma en el siguiente esquema algebraico al escribirlo en diferencias finitas para el instante actual t y conociendo todas las variables en el instante anterior $t - \Delta t$:

$$Q_{1P} + Q_{cP} = Q_{2P}$$

$$h_{1P} = h_{2P}$$

$$h_{cP} - h_{1P} = \frac{l}{gA} \dot{Q}_{cP} + f \frac{l}{D} \frac{Q_{cP} |Q_{cP}|}{2gA^2} + K_o Q_{cP} |Q_{cP}|$$

$$h_{cP} = Z_P + \frac{P_P - P_a}{\gamma}$$

$$\dot{Q}_{cP} = \frac{Q_{cP} - Q}{\Delta t}$$

$$Q_{cP} + Q_c = -2A_c \dot{Z}_P$$

$$\dot{Z}_P = \frac{Z_P - Z}{\Delta t}$$

$$(Z_P - Z_1)^{1.2} \frac{P_P}{\gamma} = C \quad (44)$$

donde l es la longitud de la tubería que conecta la cámara con el acueducto, y cuya inercia y pérdidas están presentes en el modelo. La constante C se determina a partir de las condiciones en la cámara con el acueducto que se encuentra operando en régimen.

El sistema (44) posee ocho ecuaciones y diez incógnitas: Q_{1P} , Q_{2P} , Q_{cP} , h_{1P} , h_{2P} , h_{cP} , \dot{Q}_{cP} , Z_P , \dot{Z}_P y P_P . Las ecuaciones que faltan para determinar el modelo son las de las características positiva y negativa del acueducto, a saber:

$$Q_{1P} = C_p - C_a h_{1P} \quad \text{característica positiva} \quad (45)$$

$$Q_{2P} = C_n + C_a h_{2P} \quad \text{característica negativa}$$

El sistema algebraico no lineal con diez ecuaciones formado por (44) y (45) permite encontrar Q_{1P} , Q_{2P} , Q_{cP} , h_{1P} , h_{2P} , h_{cP} , Z y p en el instante t (variables con subíndice p), a partir de los valores correspondientes al instante anterior $t - \Delta t$.

Si al resolver ese sistema se obtiene que $Q_c > 0$, esto significa que la cámara se está vaciando y $K_o = K_V$; si por el contrario, $Q_c \leq 0$ significa que se está llenando y $K_o = K_{LL}$.

Las presiones que figuran en las ecuaciones precedentes son, como ya se ha señalado, presiones absolutas.

Cuando este modelo teórico se incorpora como parte del de una instalación de bombeo, para cada pareja ∇_o , K_{LL} puede estudiarse la respuesta global de la instalación, o sea, el lugar de cargas piezométricas máximas y mínimas y la velocidad de rotación inversa de la máquina. Los valores ∇_o y K_{LL} , que se determinan mediante las expresiones (24) y (39), respectivamente, son valores preliminares. A partir de ellos debe iniciarse una exploración paramétrica en la cual se sugiere proceder de la siguiente forma: fijando ∇_o en el valor dado por (24), se varía K_{LL} y se determina el K_{LL} que dé presiones máximas más bajas en la descarga de la bomba. Fijando ahora ese valor de K_{LL} , se varía ∇_o y se determina el mínimo ∇_o que proporcione depresiones compatibles con el perfil del acueducto, puesto que a menor ∇_o menor costo de la cámara.

Operación en un sistema de bombeo

Se presenta un esquema del sistema de bombeo donde se instala ahora una cámara de aire, tal como se muestra en la ilustración 30. Para estimar ∇_o se procederá a aplicar la expresión (24), obteniéndose:

$$\nabla_o = \frac{2 \times 1000 \times 2}{1000 \left[\frac{90}{30} - 1 \right]} = 20.00 \text{ m}^3 \quad (46)$$

donde $l = 10000$ m, $Q_o = 2$ m³/s, $p_o / \gamma = 90$ mca (presión absoluta), $p_{\min} / \gamma = 30$ mca (presión absoluta) y $a = 1000$ m/s.

Para calcular T_c se emplea la expresión (32), pero para trabajar dicha expresión debe calcularse A_c . Aplicando la expresión (33) se tiene para A_c :

$$D_c = \left(\frac{4}{\pi} \times 20 \right)^{\frac{1}{3}} = 2.94 \text{ m} \quad (47)$$

$$A_c = \frac{\pi}{4} \times 2.94^2 = 6.80 \text{ m}^2$$

Empleando ahora (32) para calcular T_c se obtiene:

$$T_c = 2\pi \left[\frac{9.81 \times 3.46}{10000 \times 6.80} \left(1 + 90 \times \frac{6.80}{20.00} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (48)$$

$$= 50.03 \text{ s.}$$

Para calcular K_{LL} se aplica la expresión (39):

$$K_{LL} = (90 - 30)^3 \left\{ \frac{50.03}{2 \times 80 \times 20 \cdot \left[\frac{90}{30} - 1 \right]} \right\}^2$$

$$= 13.20 \text{ s}^2/\text{m}^5 \quad V_o = 20 \text{ m}^3$$

$$K_{LL} = 13 \text{ s}^2/\text{m}^5 \quad (49)$$

En conclusión, para calcular el ejemplo se tomará: $V_o = 20 \text{ m}^3$ y $K_{LL} = 13 \text{ s}^2/\text{m}^5$.

El coeficiente de vaciado se tomará de $K_v = 0.01 \text{ s}^2/\text{m}^5$ para considerar codos, pérdida en válvulas, etc., en la conexión de la cámara con la línea. Además, no hay que olvidar que la cámara de aire se ubicará 200 m aguas abajo de la planta de bombeo.

Aplicando el modelo teórico, con una longitud de tubería de conexión entre la cámara y el acueducto con inercia insignificante ($I_c = 0$), se obtienen los siguientes resultados (véanse las ilustraciones de la 31 a la 35):

La presión mínima obtenida (20.5 mca) está muy cerca de la adoptada para el diseño ($p_{\min} = 20$ mca manométrica, véase ilustración 31). La magnitud de la velocidad de rotación invertida de la máquina no supera a la de la velocidad de operación estable (ilustración 32).

El giro en sentido contrario de la máquina es resultado de una inversión transitoria del gasto (véase ilustración 33), y el nivel del agua en la cámara de aire presenta oscilaciones que son rápidamente amortiguadas por el orificio de llenado (véase ilustración 34).

Por último, en la 35 se presenta una perspectiva de la evolución con el tiempo de las ondas de carga piezométrica a lo largo de la tubería y se observa que son más suaves que aquéllas que se desarrollan con la presencia del tanque unidireccional mostrado en la ilustración 22.

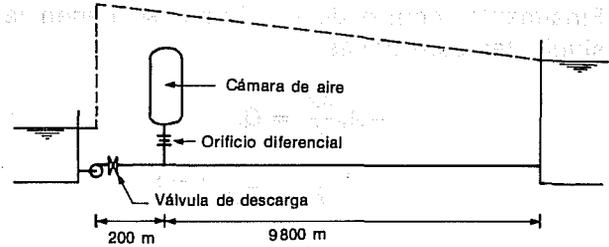
Para concluir, es importante señalar que la selección del dispositivo de control del transitorio hidráulico más conveniente depende principalmente de las condiciones topográficas e hidromecánicas del acueducto.

Mediciones en el acueducto Linares-Monterrey

Descripción del tramo medido

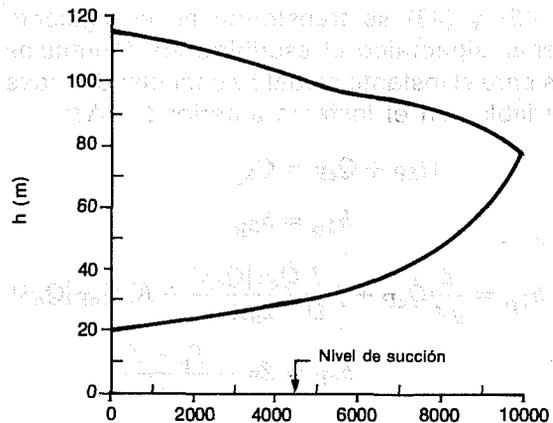
Las mediciones siguientes fueron realizadas en el primer tramo de bombeo del acueducto que ali-

30. Instalación de la cámara de aire como dispositivo de control



$A_c/A = 2.04$; $Q_R = 2 \text{ m}^3/\text{s}$; $H_R = 80 \text{ mca}$; $N_s = 62.81$; $a = 1000 \text{ m/s}$

31. Lugar de las cargas piezométricas máximas y mínimas

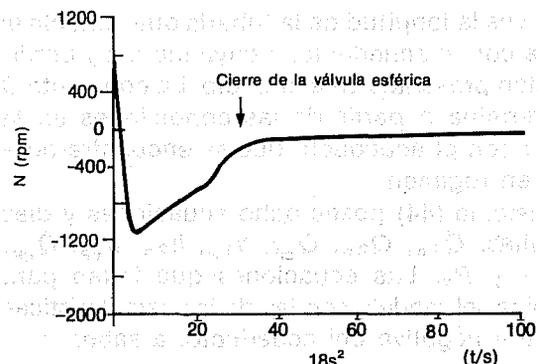


Coefficiente de llenado $K_{LL} = \frac{18 \text{ s}^2}{\text{m}^5}$ 1 (m)

Coefficiente de vaciado $K_v = \frac{0.01 \text{ s}^2}{\text{m}^5}$

Cámara de aire Volumen de aire $V_o = 27 \text{ m}^3$

32. Evolución de la velocidad de rotación de la máquina

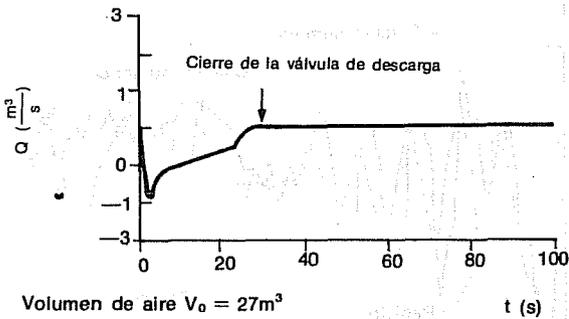


Coefficiente de llenado $K_{LL} = \frac{18 \text{ s}^2}{\text{m}^5}$

Coefficiente de vaciado $K_v = \frac{0.01 \text{ s}^2}{\text{m}^5}$

Cámara de aire Volumen de aire $V_o = 27 \text{ m}^3$

33. Evolución del gasto en la descarga de la bomba

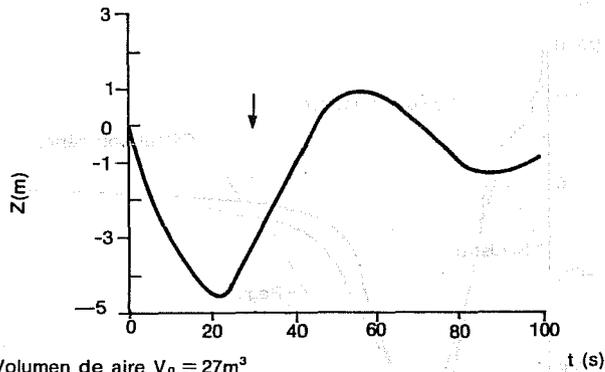


Volumen de aire $V_0 = 27m^3$

Coefficiente de llenado $K_{LL} = \frac{18s^2}{m^5}$

Coefficiente de vaciado $K_v = \frac{0.01s^2}{m^5}$

34. Evolución en el tiempo del nivel de agua en la cámara de aire

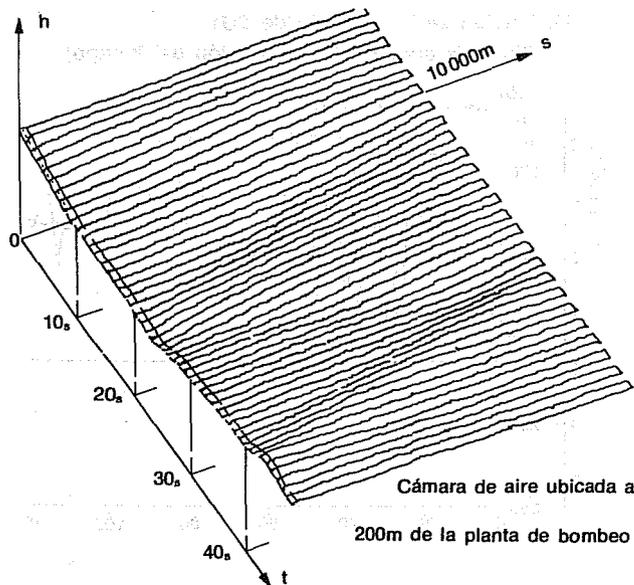


Volumen de aire $V_0 = 27m^3$

Coefficiente de llenado $K_{LL} = \frac{18s^2}{m^5}$

Coefficiente de vaciado $K_v = \frac{0.01s^2}{m^5}$

35. Ondas de carga piezométrica con cámara de aire



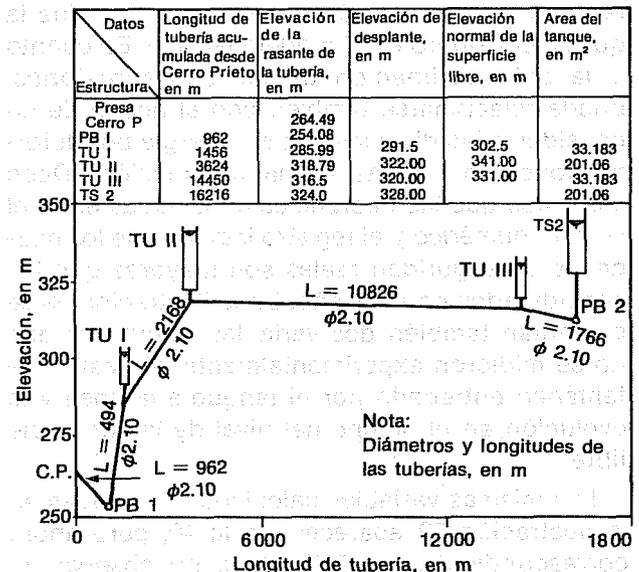
menta a la ciudad de Monterrey, Nuevo León, cuya obra de toma se halla en la presa de Cerro Prieto. El acueducto consta de 6 plantas de bombeo, tiene una longitud de 133 km y eleva el agua 268 m desde la presa mencionada hasta el tanque de entrega en la ciudad de Monterrey. El gasto de diseño en el extremo de descarga es $12 m^3/s$.

En la ilustración 36 se presenta el perfil del tramo medido, que comienza en la presa de Cerro Prieto y finaliza en el tanque de succión (TS2) de la planta de bombeo núm. 2 (PB2). La tubería de succión tiene 960 m de longitud y la de descarga 15 254 m. El gasto de diseño para el primer tramo de bombeo es de $8 m^3/s$; los cuatro metros cúbicos que restan para completar los $12 m^3/s$ que se entregan en Monterrey provienen de otras presas intermedias. En el tramo considerado hay tres tanques unidireccionales (TU1, TU2 y TU3) para controlar los transitorios hidráulicos, cuyas características principales se detallan en la ilustración 36.

Condiciones de la prueba realizada

La prueba se llevó a cabo en la PB1, haciendo operar una sola máquina con el propósito de reproducir un paro accidental (corte del suministro eléctrico). La presa de Cerro Prieto tenía un nivel de 275.85 m y el paro se efectuó con un nivel de 353.30 m en TS2 (25.3 m sobre el fondo del tanque). El gasto en la máquina probada (unidad motor-bomba núm. 3) se determinó mediante la curva característica de la bomba, a partir de la diferencia de presiones entre la descarga y la suc-

36. Esquema global del tramo PB1-PB2



ción, siendo de $2.08 \text{ m}^3/\text{s}$. El tiempo de cierre de la válvula esférica (válvula de descarga) fue de 24 s realizado por medida directa. Los tanques unidireccionales se llenaron hasta su nivel nominal de trabajo.

Resultados

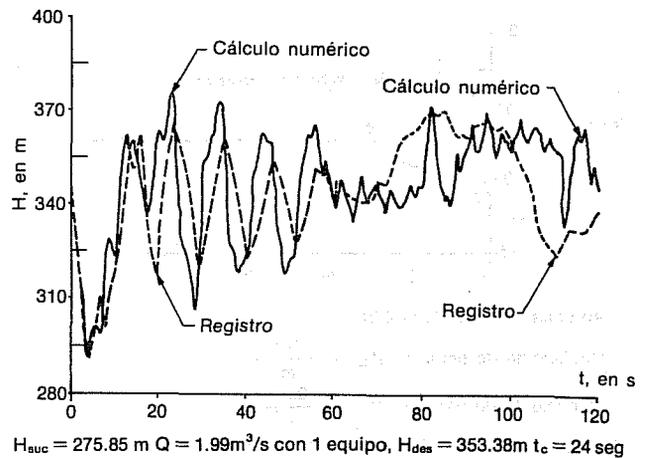
Se digitaron los resultados obtenidos en registros sobre papel fotosensible y se modificó su escala con objeto de introducirlos en la computadora y elaborar su gráfica superpuesta con los resultados del cálculo numérico.

Se observó que la simulación numérica de la presión en la descarga de la bomba se ajustó muy bien a las presiones registradas en el fenómeno real, en particular en cuanto a la magnitud del primer mínimo y del primer máximo (véase ilustración 37). Además, que el fenómeno real se amortiguó más rápidamente que el simulado, ya que en el modelo matemático no se considera la disipación de energía por deformaciones no elásticas de la tubería y el material exterior que la rodea. De igual forma, el cálculo de la velocidad de giro de la máquina tuvo un buen ajuste a la velocidad de rotación registrada en el fenómeno, en particular durante el descenso de velocidad y en la estimación de la velocidad máxima de giro invertido (véase ilustración 38).

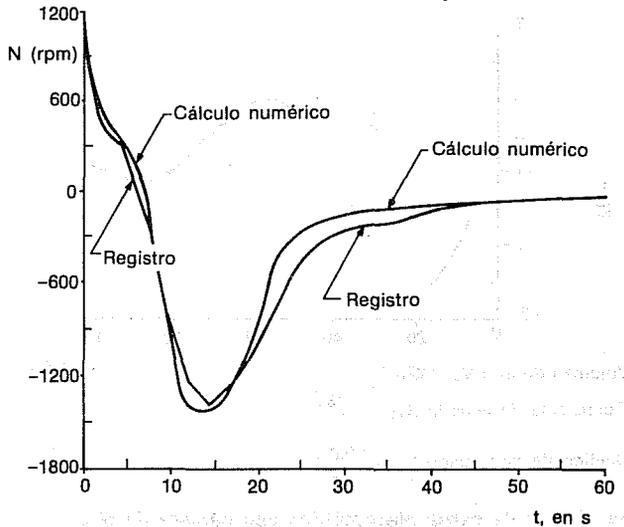
En la ilustración 39 se presenta la evolución en el tiempo de la presión en la conexión de TU1 con la línea de conducción. Puede notarse una evolución cualitativamente semejante entre el registro y el cálculo numérico, aunque éste sobreestima las depresiones y las sobrepresiones. Lo primero se debe probablemente a una mayor eficiencia en la operación de las válvulas de retención que la que se consideró en el modelo teórico. En cuanto a la sobreestimación de las sobrepresiones, puede relacionarse también con el hecho de no considerar las disipaciones de energía por deformaciones inelásticas de la conducción. Debe señalarse que las diferencias observadas entre el cálculo numérico y el registro indican que los márgenes de seguridad reales son mayores que los considerados en el diseño. En la ilustración 39 se presentan también dos variables calculadas que no se midieron experimentalmente: el gasto instantáneo entregado por el tanque a la línea y la evolución en el tiempo del nivel de la superficie libre.

Las mismas variables calculadas y medidas en la ilustración 39 aparecen en la 40, pero ahora correspondientes al TU2. Aquí se observa un

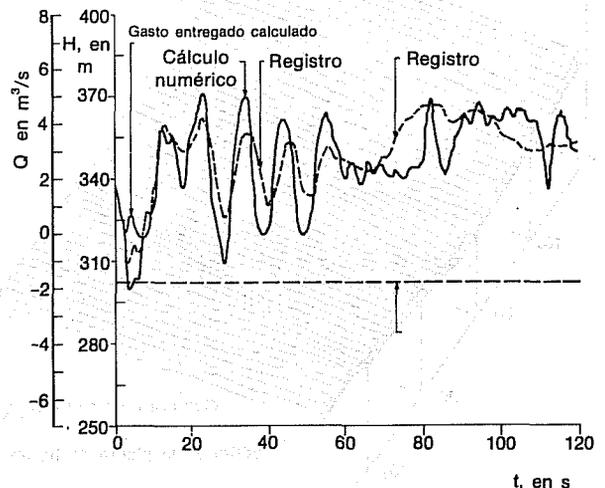
37. Presión en la descarga de la bomba en función del tiempo



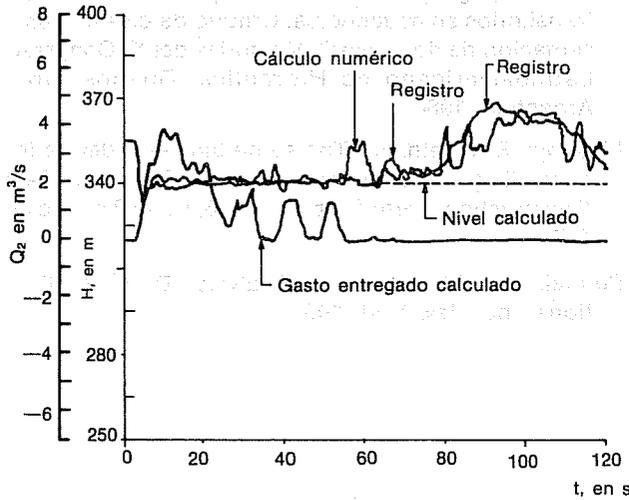
38. Velocidad de rotación de la máquina



39. Presión en la conexión de TU1 (línea de conducción en función del tiempo)



40. Presión en la conexión de TU2 (línea de conducción en función del tiempo)



buen ajuste cualitativo y cuantitativo en la evolución de las presiones. Los gastos en juego ya son mayores y las válvulas trabajan con gastos más próximos a los de diseño. Se constata también un mayor amortiguamiento del fenómeno registrado que el indicado por el modelo numérico.

El tercer tanque unidireccional (TU3) presente en el tramo no opera para este gasto. Esto fue previsto por el modelo numérico y se constató directamente observando que las válvulas de retención no abrieron durante el transcurso de la prueba.

Conclusiones

Las mediciones presentadas muestran que los modelos teóricos empleados para el cálculo del transitorio hidráulico, a saber: del comportamiento no estacionario de la máquina, de la válvula esférica, del fenómeno ondulatorio en las tuberías y de los tanques unidireccionales, incluyendo inercia y fricción en las tuberías, indican un comportamiento satisfactorio del sistema. En particular, la representación del comportamiento real es mejor en los primeros instantes, cuando el fenómeno disipativo, imperfectamente considerado en el modelo teórico, no ha influido aún en forma determinante.

Por lo tanto, puede decirse que los modelos matemáticos empleados para simular el funcionamiento de los dispositivos de control conforman, junto con el método de las características utilizado para modelar el fenómeno ondulatorio en las conducciones, una herramienta de cálculo muy poderosa en la que debe basarse el diseño de los nuevos acueductos.

En este artículo no se discute la selección de los dispositivos de control para un acueducto en particular, ya que tal tema ha sido tratado en forma amplia por Guarga *et al* (1984).

Notación

| | |
|-----------------------|---|
| | Celeridad |
| A | Área de una sección transversal |
| C_p , C_n y C_a | Parámetros utilizados en el método de las características |
| d | Tirante del agua de un tanque unidireccional en operación establecida |
| D | Diámetro de una sección transversal |
| E | Energía |
| f | Factor de fricción de Darcy-Weisbach |
| g | Aceleración de la gravedad |
| h | Presión manométrica |
| K | Coefficiente de pérdida de carga ($Ah = KQ^2$) |
| l | Longitud de un tramo de tubería |
| p | Presión absoluta |
| Q | Gasto |
| t | Tiempo |
| T | Tiempo característico de la tubería |
| \forall | Volumen |
| x | Posición longitudinal |
| Z | Diferencia de nivel |
| γ | Peso específico del agua |

Subíndices

| | |
|--------|--|
| 0 | Valores iniciales o de operación estacionaria |
| 0,1,2, | Números enteros indican variables asociadas a alguna sección especial de las líneas de conducción, marcados en las ilustraciones |
| A,B | Puntos anterior y siguiente al punto de cálculo en el esquema del método de las características |
| c | Variables asociadas a la cámara de aire |
| LL | Llenado |
| mín | Valor mínimo de la variable |
| máx | Valor máximo de la variable |
| P | Valor de la variable a calcular en el instante t |
| T | Variables asociadas al tanque unidireccional |

- v Variables asociadas a alguna válvula
- V Vaciado

Referencias

Guarga F., R., Sánchez B., J. L., Carmona P., R. y Aguilar M., L. "Diseño y Operación Hidráulicos de Conducciones de Agua a Presión. Fascículo N. Control de Transitorios Hidráulicos". Instituto de Ingeniería. UNAM, México D.F. 1985.

Guarga F., R.; Carmona P., R. y Aguilar M., L. "Relación entre topografía y dispositivos para el control de transitorios en acueductos. Criterio de diseño y presentación de dos casos". Memorias del XI Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Buenos Aires Argentina, 1984.

Mosonyi, E. y Seth, H, "The surge tank — a device for controlling waterhammer". Water Power & Dam Construction, parte 1 febrero 1975, parte 2 marzo de 1975.

Permakian J. "Waterhammer Analysis". Dover Publications, Inc. New York, 1963.