

Políticas de operación de presas

Sergio Fuentes Maya

División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM

Un problema importante en la planeación de sistemas de aprovechamientos hidráulicos es la determinación de políticas de operación de almacenamientos superficiales; esto es, la relación entre el volumen de agua almacenada al principio del ciclo de producción agrícola y el volumen de agua previsto para su extracción durante ese lapso. La política de operación depende de la forma probabilística que adopten los escurrimientos de cada periodo y de los beneficios asociados con la asignación de un volumen de agua para la producción agrícola, así como de las penalizaciones por derramar agua o por déficit en la entrega. Este artículo describe los componentes del problema, el modelo y la metodología de análisis, así como su implantación; además, reseña la experiencia en la aplicación de los modelos descritos.

En el análisis de sistemas de aprovechamientos hidráulicos un problema importante es la determinación de políticas para la asignación de agua, cuya dificultad radica en la combinación de dos factores: uno determinístico, asociado con los beneficios de asegurar un volumen de agua, ya sea para riego o para generación de energía eléctrica, y otro estocástico, relacionado con la forma probabilística en que llegan los escurrimientos al sistema. Una política de asignación adecuada incluye ambos factores y propicia el máximo beneficio en el uso del agua.

En términos generales, existen dos tendencias extremas sobre la asignación de agua de un almacenamiento. La primera consiste en usar el recurso de manera inmediata y se basa en el valor presente del líquido, mientras que la segunda es la de utilizar sólo pequeños volúmenes, con el propósito de asegurar mayores almacenamientos para el futuro. Ambas tendencias pueden ser contradictorias: es posible que se efectúen grandes extracciones y que posteriormente ocurra una sequía y no se pueda proporcionar agua en la cantidad necesaria, o bien que las extracciones sean pequeñas y que los escurrimientos que se presenten sean grandes, sin que se tenga la capacidad suficiente para almacenarlos o, más aún, que haya daños por inundaciones.

Otro factor importante por considerar es el ciclo de toma de decisiones, cuya amplitud se relaciona con el propósito, riego o generación de energía eléctrica, del sistema de aprovechamientos. Cuando se trata del riego, el ciclo lo determina la etapa de crecimiento de los cultivos; se definen dos ciclos en el año, los cuales no necesariamente abarcan el mismo número de meses. La selección de los ciclos de decisión sobre la política de asignación de agua está a su vez influida por la forma en que se presentan los escurrimientos, es decir, por el hecho de que se trate de una época seca o de una húmeda. Con respecto a la generación de energía eléctrica, por lo general se toman en cuenta 12 periodos de decisión, uno para cada mes del año. Cuando un sistema de aprovechamientos tiene el doble propósito de riego y generación de energía eléctrica puede preverse una situación conflictiva y debe definirse cuál es el uso prioritario.

Los primeros esfuerzos realizados en la CPNH (1980) para resolver el problema de políticas de asignación de agua partieron del supuesto de un solo ciclo de decisiones (anual) y se enfocaron a proponer modelos que considerasen de manera explícita el carácter estocástico de los escurrimientos y horizontes amplios de planeación. El problema se planteó como un proceso markoviano.

no con ganancias en cada etapa (anual) y, para resolverlo, se empleó la técnica de mejoramiento de políticas propuesta por Howard.

Posteriormente, se examinaron dos o más periodos de decisiones en un año, ya que, por ejemplo, en el caso del riego se distinguían dos lapsos dependientes tanto del ciclo de crecimiento de los cultivos como del tipo de escurrimientos (épocas húmeda y seca). Por lo anterior, se recurrió a la misma técnica en los modelos propuestos para resolver tal problema. Una suposición importante usada en esta modelación, la cual puede no satisfacerse, es la de independencia de los escurrimientos de un periodo respecto a otro.

Por último, se propuso e implantó un modelo para determinar políticas de asignación de agua que contempla de manera explícita la dependencia estocástica de los escurrimientos de un periodo respecto a otro; dichas políticas dependen del nivel de almacenamiento en el vaso y del tipo de escurrimiento que se tuvo en el periodo inmediato anterior (alto, medio o bajo). Su evaluación se realizó con base en un modelo de simulación.

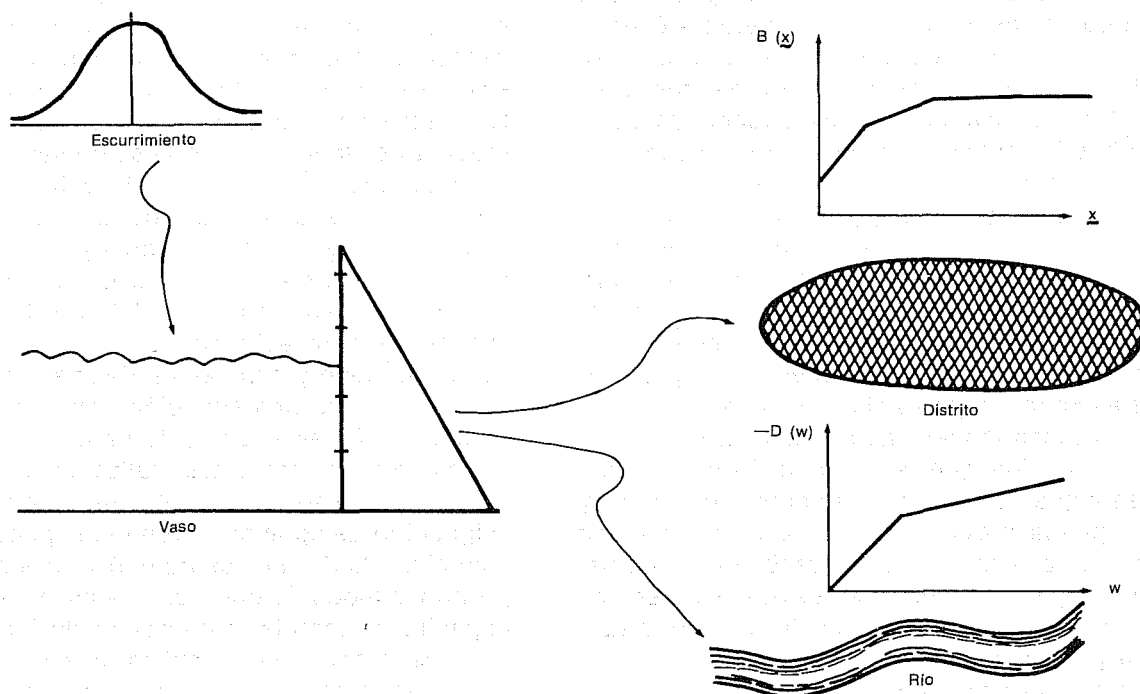
El problema de la asignación de agua

Respecto al problema de un sistema de aprovechamientos hidráulicos cuya finalidad es propor-

cionar agua a un distrito o zona de riego (véase ilustración 1), es preciso determinar la política de asignación de agua, a fin de aumentar al máximo los beneficios netos esperados de la producción agrícola en un horizonte de planeación. Para ello, se debe tomar en cuenta tanto el carácter estocástico de los escurrimientos que entran al vaso como los tres factores mencionados a continuación.

El primero, relacionado con el uso del agua, se refleja en el hecho de que cada volumen prometido en un ciclo de producción agrícola permite obtener un beneficio económico cuantificable y se resume en lo que se denomina función de beneficios.

El segundo se refiere a las características del vaso —específicamente su capacidad— y a la forma probabilística con que llegan a él los escurrimientos —su función de distribución. Conviene señalar que si hay diferencias considerables en la manera en que éstos llegan a lo largo del año, es común separarlos en épocas, con objeto de garantizar mayor homogeneidad en su volumen. Este factor, combinado con el tiempo de crecimiento de los cultivos, ha motivado que se consideren dos épocas por año con respecto al riego: una húmeda y una seca. Al existir por lo menos dos ciclos anuales, es necesario tener una función de



distribución para cada uno. También puede darse el caso de que el tipo de escurrimiento que se presenta en una época dependa del que se haya registrado en la anterior (escurrimiento alto, medio o bajo); de ser así, es indispensable especificar las correspondientes funciones de distribución condicionales. (Por ejemplo, la de distribución de los escurrimientos en la época seca estaría determinada por un escurrimiento alto en la anterior).

El tercer factor se relaciona con las penalizaciones inherentes a la operación de un sistema de aprovechamientos hidráulicos. Una se refiere al control de avenidas: cada volumen de agua derramado tiene un costo, pues podría usarse en la producción agrícola, o bien causar daños materiales; la otra es consecuencia del déficit en la entrega de agua, es decir, de la diferencia entre el volumen de agua prometido y el volumen real entregado; por supuesto, este déficit afecta la producción agrícola. Ambas penalizaciones deben contemplarse en la función-objetivo.

De lo antes expuesto se concluye que para especificar la política de asignación de agua en riego es preciso definir si el ciclo de decisiones es anual o de otra periodicidad, y si considera como independientes o dependientes los escurrimientos de un periodo respecto a los de otro.

El análisis de los factores en caso de que el propósito del vaso sea la generación de energía es semejante al descrito para el riego, pero con dos variantes: primera, el ciclo de decisiones es mensual y, segunda, los beneficios al asignar un volumen de agua se obtienen de los costos marginales de generación de energía térmica, la cual es sustituida por la hidroeléctrica.

Modelado del sistema

A continuación se describe el modelo para analizar el problema de asignación estacional de agua para un sistema de aprovechamientos consistente en un vaso y un acuífero que alimentan a un distrito de riego (véase cuadro 1). Dicho modelo toma como criterio de jerarquización el máximo aprovechamiento de los beneficios netos de los productos agrícolas en ese distrito, y como restricciones, la capacidad del vaso, las extracciones mínimas y máximas y las ecuaciones de balance de agua. Fue planteado para dos periodos estacionales en el año, pero puede generalizarse fácilmente para n periodos.

En virtud de la independencia estocástica de los escurrimientos que llegan al vaso, el modelo

1. Modelo de asignación de agua para irrigación con dos periodos en el año

$$\text{Máx } E \sum_{i=1}^N \beta^{2(i-1)} |R_i(X_i, Z_i, S_i, A_i, H_i, C_i) + \\ + \beta R_2(Y_i, T_i, H_i, C_i, S_{i+1}, A_{i+1})|$$

sujeto a :

$$(1) \quad H_i - S_i + Q_i - \bar{X}_i - EV_1(S_i, H_i)$$

$$(2) \quad S_{i+1} - H_i + G_i - Y_i - EV_2(H_i, S_{i+1})$$

$$(3) \quad C_i = A_i + R - Z_i$$

$$(4) \quad A_{i+1} = C_i + D - T_i$$

$$(5) \quad \underline{S} \leq S_i \leq \bar{S} ; \underline{S} \leq H_i \leq \bar{S}$$

$$(6) \quad \underline{A} \leq A_i \leq \bar{A} ; A \leq C_i \leq \bar{A}$$

$$(7) \quad 0 \leq Z_i \leq f(W_i, C_B) ; 0 \leq T_i \leq f(V_i, C_B)$$

$$(8) \quad 0 \leq X_i ; 0 \leq Y_i$$

$$(9) \quad \underline{D} \leq W_i = X_i + Z_i ; D \leq V_i = Y_i + T_i$$

donde:

X_i, Y_i	Estracciones del vaso en el primer y segundo semestre.
Z_i, T_i	Extracciones del acuífero en el primer y segundo semestre.
S_i, H_i	Almacenamiento en el vaso al principio del primer y segundo semestre.
A_i, C_i	Almacenamiento en el acuífero al principio del primer y segundo semestre.
Q_i, G_i	Variables aleatorias que representan los escurrimientos en cada semestre.
EV_1, EV_2	Volumen evaporado en el vaso en el primer y segundo semestre.
R_1, R_2	Función de beneficios del primer y segundo semestre.
f_1, f_2	Límite de extracción en el acuífero en el primer y segundo semestre.

puede identificarse como un proceso markoviano con políticas de operación múltiple. Su función-objetivo determina el valor esperado de los beneficios actualizados que se derivan de la asignación semestral de agua durante n años de operación. Los beneficios son función de los volúmenes de agua prometidos en cada semestre; sin embargo, existen penalizaciones cuando los que se almacenan en el vaso o acuífero son bajos. La función de beneficios considera implícitamente la independencia probabilística de los escurrimientos que llegan al vaso.

Las restricciones (1) y (2), denominadas de continuidad, expresan un balance entre el agua que entra, sale y se almacena en el vaso de un periodo a otro durante un año, caso similar al del acuífero con respecto a las restricciones (3) y (4). Las limitaciones de capacidad mínima y máxima del vaso y acuífero corresponden a las restricciones (5) y (6), en tanto que las existentes en el volumen de agua extraído del acuífero se observan en la restricción (7); en particular, la cota superior es función de la capacidad de bombeo instalada y de la demanda de agua en el ciclo agrícola. A su vez, la restricción (8) se refiere a que las extracciones del vaso sean no-negativas y, por último, con la ecuación (9) se compromete la entrega de cuando menos un volumen mínimo, al cual se denomina D .

Para establecer un método de solución conviene reformular el modelo propuesto, en el marco de la programación dinámica. Específicamente, se plantea la solución recursiva del modelo por medio de las funciones de optimización de la programación dinámica. Para ello, hay que considerar que en el año i las funciones $\psi_i(S_i, A_i)$ y $\phi_i(H_i, C_i)$ se definen como el valor máximo esperado de los beneficios netos actualizados, obtenidos del año i al año n , dado que se tienen los almacenamientos (S_i, A_i) y (H_i, C_i) en el vaso y el acuífero a principios del primero y el segundo periodos del año, respectivamente. La relación recursiva de dichas ecuaciones es como sigue:

$$\psi_i(S_i, A_i) = \max_{\{y_i, z_i\}} E_{\{Q_i\}} [R_1(X_i, Z_i, S_i, A_i, H_i, C_i) + \beta \psi_i(H_i, C_i)] \quad (1)$$

$$\psi_i(H_i, C_i) = \max_{\{y_i, z_i\}} E_{\{G_i\}} [R_2(Y_i, T_i, H_i, C_i, S_{i+1}, A_{i+1}) + \beta \psi_{i+1}(S_{i+1}, A_{i+1})] \quad (2)$$

En las ecuaciones anteriores se parte del supuesto de que las variables de decisión $\{X_i, Z_i\}$, $\{Y_i, T_i\}$ satisfacen las restricciones del modelo en el primero y el segundo periodos del año i , respectivamente. Pueden resolverse por medio de un proceso de discretización de los estados y las variables de decisión, debido al carácter continuo de las funciones de beneficio R_1 y R_2 . Para ello conviene definir cierta notación.

- *Primer periodo.* Los niveles de almacenamiento considerados (S, A) se denotan por los índices r ó s , igual a $1, 2, \dots, m$; a las políticas de extracción $\{X, Z\}$ se les asocian los índices $k = 1, \dots, l$.
- *Segundo periodo.* Los niveles de almacenamiento considerados (H, C) se denotan por los índices r ó s , igual a $m+1, m+2, \dots, 2m$; a las políticas de extracción $\{Y, T\}$ se les asocian los índices $k = l+1, l+2, \dots, 2l$.

De acuerdo con esa notación, las ecuaciones recursivas planteadas se reducen, como se indica en seguida:

$$\psi_i(r) = \max_{k \in \{1, \dots, l\}} \sum_{s=m+1}^{2m} P_{rs}^k [R_{rs}^k + \beta \phi_i(s)] \quad i \leq r \leq m \quad (3)$$

$$\psi_i(r) = \max_{k \in \{l+1, \dots, 2l\}} \sum_{s=1}^m P_{rs}^k [R_{rs}^k + \beta \psi_{i+1}(s)] \quad m+1 \leq r \leq 2m \quad (4)$$

En ambas ecuaciones, R_{rs}^k denota el beneficio inmediato de pasar del almacenamiento r al s , mediante la política k .

Las ecuaciones recursivas corresponden a un proceso markoviano periódico (dos periodos) con $2m$ estados; los primeros m estados caracterizan a los niveles de almacenamiento del vaso en el primer y segundo periodos. En estos términos, la fórmula recursiva general para el proceso anterior es la siguiente:

$$\Gamma_n(r) = \max_k \sum_{s=1}^{2m} P_{rs}^k [R_{rs}^k + \beta \Gamma_{n+1}(s)] \quad 1 \leq r \leq 2m \quad (5)$$

En ella, $\Gamma_n(r)$ representa el máximo beneficio esperado en la etapa n , ya que se está en el estado r . Véase ahora la ecuación siguiente:

$$q_r^k = \sum_{s=1}^{2m} P_{rs}^k R_{rs}^k$$

$$1 \leq r \leq 2m \quad (6)$$

Mediante esta ecuación se obtiene el beneficio inmediato de la decisión k , dado que se está en el estado r ; la fórmula anterior puede escribirse, en forma de matriz, como sigue:

$$\Gamma_n = \max_k \{q^k + \beta P^k \Gamma_{n+1}\} \quad (7)$$

En esta fórmula, la matriz de transición P^k adopta la forma siguiente, donde cada una de las submatrices es de orden $m \times m$:

$$P^k = \begin{bmatrix} 0 & A^k \\ B^k & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Aquí A^k representa la matriz de transición para pasar del primer periodo al segundo, mediante la política k . De manera semejante B^k representa la matriz de transición para pasar del segundo al primero, por medio de la política k .

La ecuación recursiva anterior es la que gobierna el problema considerado, cuya solución permite definir las políticas de asignación estacional óptimas.

Métodos de solución

La fórmula recursiva de la programación dinámica es la siguiente:

$$\Gamma_n(r) = \max_k \{q_r^k + \beta \sum_{s=1}^{2m} P_{rs}^k \Gamma_{n+1}(s) \dots\} \dots (1) \quad (9)$$

En ella $r = 1, \dots, 2m$, según se planteó en la sección anterior, puede resolverse mediante el método de iteración de políticas propuesto por Howard, el cual determina la política óptima de operación cuando en el sistema se ha realizado un número grande de transiciones. Dicha suposición se puede garantizar para el caso analizado si se satisfacen las siguientes condiciones:

- La tecnología agrícola permanece constante.
- Se mantiene la relación entre el costo de los insumos y el precio de los productos agrícolas.

Una justificación de esta hipótesis consiste en que el efecto del incremento en tecnología se anula con el aumento en los costos de los insumos y en el precio de los productos.

Con el propósito de especificar las bases metodológicas del método de Howard, se puede partir del supuesto de que se ha establecido una política; es decir, que la decisión por tomar para cada nivel de almacenamiento es conocida e independiente de la etapa en que se está, en cuyo caso puede demostrarse que existe el límite siguiente:

$$\Gamma(r) = \{\lim \Gamma_j(r) : j \rightarrow \infty\}$$

$$1 \leq r \leq 2m \quad (10)$$

Para lo anterior se requiere que $0 < \beta < 1$. Reemplazando este comportamiento asintótico en la fórmula de recursión (1), se obtiene la relación que se indica a continuación:

$$\Gamma(r) = q(r) + \beta \sum_{s=1}^{2m} P_{rs} \Gamma(s)$$

$$r = 1, \dots, 2m \quad (11)$$

En ella, $g(r) = \sum_{s=1}^{2m} P_{rs} R_{rs}$ representa la ganancia esperada de una transición, dado que se está en el nivel de almacenamiento r . Dicha fórmula puede ser vista como un sistema de $2m$ ecuaciones con $2m$ incógnitas, conforme a la estructura que se muestra en el cuadro 2. Si se definen los vectores:

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} \Gamma(1) \\ \Gamma(2) \\ \vdots \\ \Gamma(m) \end{bmatrix} \quad q_1 = \begin{bmatrix} q(1) \\ q(2) \\ \vdots \\ q(m) \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\Gamma_2 = \begin{bmatrix} \Gamma(m+1) \\ \Gamma(m+2) \\ \vdots \\ \Gamma(2m) \end{bmatrix} \quad q_2 = \begin{bmatrix} q(m+1) \\ q(m+2) \\ \vdots \\ q(2m) \end{bmatrix} \quad (13)$$

2. El sistema de ecuaciones

$$\begin{bmatrix} \Gamma(1) \\ \Gamma(2) \\ \vdots \\ \Gamma(m) \\ \Gamma(m+1) \\ \Gamma(m+2) \\ \vdots \\ \Gamma(2m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q(1) \\ \vdots \\ q(2) \\ \vdots \\ q(m) \\ q(m+1) \\ q(m+2) \\ \vdots \\ q(2m) \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & P_{1,m+1} & \dots & P_{1,2m} \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & P_{m,m+1} & \dots & P_{m,2m} \\ P_{m+1,1} & \dots & P_{m+1,m} & 0 & \dots & 0 \\ P_{m+2,1} & \dots & P_{m+2,m} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{2m,1} & \dots & P_{2m,m} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma(1) \\ \Gamma(2) \\ \vdots \\ \Gamma(m) \\ \Gamma(m+1) \\ \Gamma(m+2) \\ \vdots \\ \Gamma(2m) \end{bmatrix}$$

el sistema de ecuaciones queda representado de la siguiente manera:

$$\Gamma = q + \beta P \Gamma \quad (14)$$

Para la ecuación anterior hay que considerar:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} \quad q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} \theta & A \\ B & \theta \end{bmatrix} \quad (15)$$

En estas expresiones A es la matriz de transición del periodo uno al dos y B es la matriz de transición del periodo dos al uno. Así mismo, la inversa de $[I - \beta P]$ existe cuando $0 < \beta < 1$ y se puede evaluar el vector Γ como sigue:

$$\Gamma = [I - \beta P]^{-1} q \quad (16)$$

Un supuesto importante del proceso markoviano que se analiza es que el número de políticas de operación invariantes (como la establecida anteriormente) es finito; por tanto, alguna de ellas es la óptima, es decir, aquella que maximiza la relación siguiente, para todos los niveles de almacenamiento $P = 1, \dots, 2m$.

$$q^k(r) + \beta \sum_{s=1}^{2m} P_{rs}^k \Gamma^k(s) \quad (17)$$

En este sentido, el método de Howard permite modificar las políticas de decisión hasta determinar la óptima.

Implantación del método de Howard

Con objeto de adecuar el método de Howard al caso de que se tengan dos periodos de decisión

en el año y de asegurar que su ejecución sea eficiente desde el punto de vista de la computación, se propone la metodología que se describe a continuación:

- *Solución del sistema de ecuaciones.* Una vez especificada una política, debe determinarse la solución del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Este sistema es equivalente a:

$$\Gamma_1 = q_1 + \beta A \Gamma_2 \quad \Gamma_2 = q_2 + \beta B \Gamma_1 \quad (19)$$

Sustituyendo la segunda ecuación en la primera y denotando con C la inversa de $I - \beta^2 AB$, se obtiene:

$$\Gamma_1 = C [q_1 + \beta A q_2] ; \quad \Gamma_2 = q_2 + \beta B \Gamma_1 \quad (20)$$

En ella, basta calcular la matriz C , cuya existencia está garantizada, ya que $0 < \beta^2 < 1$ y AB es una matriz de transición para encontrar la solución del sistema de ecuaciones planteado, mediante operaciones de matrices simples.

- *Mejoramiento de políticas.* De acuerdo con Howard, una vez resuelto el sistema de ecuaciones para una política específica se debe maximizar la siguiente expresión para todas las opciones en el r -ésimo nivel de almacenamiento:

$$q^k(r) + \beta \sum_{s=1}^m P_{rs}^k \Gamma^k(s) \quad (21)$$

En el caso de dos periodos, dada la estructura de la matriz de transición P , el problema se reduce a maximizar las dos ecuaciones que se indican, según corresponda:

$$q^k(r) + \beta \sum_{s=m+1}^{2m} P_{rs}^k \Gamma(s) \quad \text{si } 0 \leq r \leq m (k = 1, \dots, \ell) \quad (22)$$

$$q^k(r) + \beta \sum_{s=1}^m P_{rs}^k \Gamma(s) \quad \text{si } m+1 \leq r \leq 2m (k = \ell+1, \dots, 2\ell) \quad (23)$$

El otro método alternativo para resolver la ecuación recursiva (1) es el de aproximaciones sucesivas, consistente en resolver directamente dicha fórmula.

Políticas de operación conjunta vaso-acuífero

Para determinar políticas de operación conjunta vaso-acuífero es recomendable relacionar el volumen extraído del vaso, cuando éste aumenta con un determinado nivel de almacenamiento, con el extraído del acuífero. Una forma de hacer esto, consiste en asignar a cada valor de una variable aleatoria X , relativa a las extracciones del vaso, un valor de una variable aleatoria Y , correspondiente a las del acuífero, tomando en cuenta la recarga R de éste. Para ello, si se conocen las probabilidades estacionarias Π_j de mantener un nivel de almacenamiento j , mediante una extracción x_j del vaso para un periodo determinado, entonces x_j puede ser tratada como una variable aleatoria y su función de densidad de probabilidad se obtiene a partir de las Π_j 's como sigue:

$$P_j = P\{X = x_j\} = \sum_{\ell \in J} \Pi_\ell \quad (24)$$

En la ecuación anterior, J representa todos los niveles de almacenamiento en los que hay que hacer la extracción x_j . Al hecho de extraer un volumen y_j del acuífero se le asocia la probabilidad P_j , lo que significa que las variables aleatorias X y Y poseen la misma función de densidad de probabilidad, es decir:

$$P_j = P\{X = x_j\} = P\{Y = y_j\}, \quad \text{para toda } j \quad (25)$$

Una vez alcanzada la fase anterior, es posible determinar una política de operación conjunta vaso-acuífero, mediante el cálculo de las extracciones del acuífero relacionadas con los niveles bajos de almacenamiento del vaso, de tal manera que el valor esperado de dichas extracciones sea igual a la recarga del acuífero para el periodo considerado; esto equivale a determinar las y_j 's asociadas a las x_j 's (véanse ilustraciones 2 y 3), mediante la siguiente ecuación:

$$E(Y) = \sum_j y_j P_j = R \quad (26)$$

En el caso de que las extracciones del acuífero no sólo dependan del nivel de almacenamiento del vaso, sino también de la tendencia de los escurrimientos, en el sentido de que los escurrimientos del periodo anterior pueden ser bajos o altos, entonces:

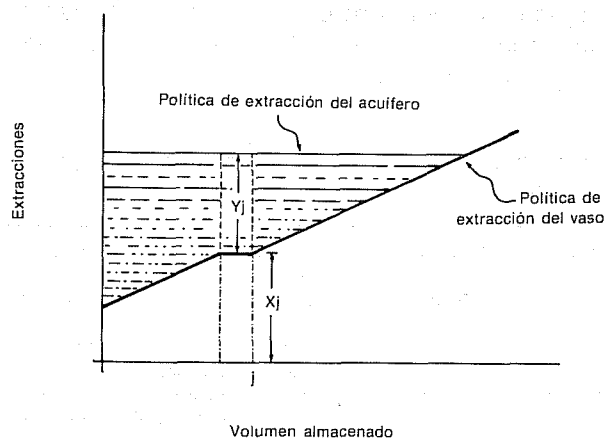
$$\begin{aligned} P\{Y = y_j\} &= \\ &= P\{X = x_j\} \text{escurrimiento anterior bajo} \\ &+ P\{X = x_j\} \text{escurrimiento anterior alto} \end{aligned} \quad (27)$$

Una vez obtenidos los valores correspondientes, se procede como se ha indicado.

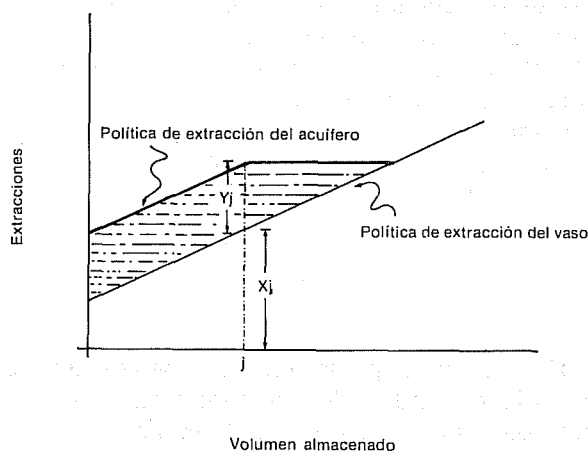
Programas desarrollados

La necesidad de determinar políticas de asignación de agua con distintas variantes en los facto-

2. Almacenamiento del vaso y extracción propuesta (sin restricciones de bombeo)



3. Almacenamiento del vaso y extracción propuesta (con restricciones de bombeo)



res que influyen en su definición ha originado el desarrollo de un conjunto de modelos y programas. Estos últimos se clasifican de acuerdo con los principales factores mencionados. El cuadro 3 tiene como propósito orientar al usuario en la aplicación de los programas disponibles en la computadora CYBER de la SARH. La información ahí contenida se puede complementar con los trabajos mencionados en la bibliografía de este artículo. Entre esos documentos se cuenta con un manual del usuario, en el que se especifican las capacidades del programa, la entrada de datos y la interpretación de resultados.

- **Howard III.** Se establecen políticas de operación periódicas para sistemas que consisten en un vaso y se supone una independencia estocástica entre los escurrimientos de un periodo con respecto al anterior; así mismo, considera penalizaciones tanto por déficit en la entrega de agua como por control de avenidas, además de la respectiva función de beneficios por volumen de agua prometido.

3. Programas para determinación de políticas de asignación de agua

Programa	Propósito	Características físicas	Ciclo	Escurrimiento
Howard-III	Riego	Vaso	Anual o Periódico	Independientes
Howard-IV	Riego	Vaso con Acuífero	Anual o Periódico	Independientes
Estacional	Riego	Vaso	Anual o Periódico	Dependientes Netos

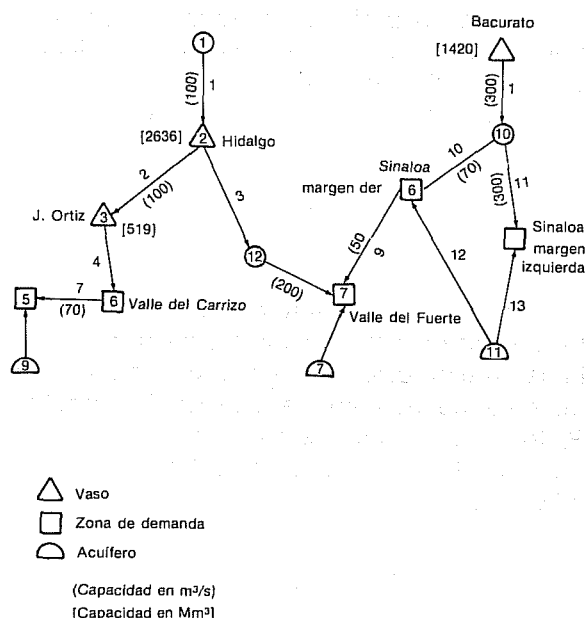
- **Howard IV (ACUIF).** Comprende políticas de operación periódicas para sistemas que constan de un vaso y un acuífero y supone una independencia estocástica de los escurrimientos de un periodo con respecto al anterior.
- **Estacional (ACUEST).** Define políticas de operación periódicas para sistemas que consisten en un vaso y considera de manera explícita la dependencia estocástica de los escurrimientos de un periodo con respecto al anterior; así mismo, prevé el caso de que los escurrimientos netos (escurrimientos menos evaporaciones) que entran al vaso sean negativos.

Ejemplo de aplicación

La metodología descrita anteriormente se aplicó al sistema de aprovechamientos hidráulicos Sinaloa-Fuerte, localizado en la parte norte del estado de Sinaloa. Este sistema consiste en tres presas (Miguel Hidalgo, Josefa Ortiz y Bacurato), cinco distritos de riego y diez canales o ríos (véase ilustración 4). Su propósito es satisfacer la demanda de agua para la producción agrícola.

La presa Miguel Hidalgo riega el Valle del Fuerte y sus excedentes son transferidos mediante un

4. Sistema Sinaloa-Fuerte



canal a la presa Josefa Ortiz de Domínguez. La presa Bacurato riega el Valle del Carrizo y el Distrito Fuerte-Mayo; ésta tiene como propósito abastecer los distritos en las márgenes izquierda y derecha del río Sinaloa.

- Los programas ACUIF y ACUEST se aplicaron en este caso para obtener las políticas de operación conjunta vaso-acuífero de Bacurato y Miguel Hidalgo, apoyándose en políticas óptimas de operación exclusivas para los vasos del programa estacional. Con objeto de definir las primeras se toman en cuenta las siguientes condiciones:
- Ecurrimientos independientes, programa ACUIF.
- Ecurrimientos dependientes, programa ACUEST.

En los cuadros 4 a 7 se muestran, en relación con el vaso Bacurato, los datos de escurrimiento por periodo (independientes y dependientes) y

4. Ecurrimientos independientes por periodos y su función de distribución (vaso Bacurato)

Periodo 1 (octubre-abril)		Periodo 2 (mayo-septiembre)	
Volumen escurrido (Mm ³)	Probabilidad	Volumen escurrido (Mm ³)	Probabilidad
68	0.035	228	0.033
71	0.069	441	0.067
72	0.103	480	0.100
93	0.138	492	0.133
99	0.172	549	0.167
112	0.207	605	0.200
119	0.241	624	0.233
135	0.276	641	0.267
149	0.310	650	0.300
149	0.345	718	0.333
168	0.379	751	0.367
171	0.414	754	0.400
203	0.448	797	0.433
357	0.483	842	0.467
370	0.517	873	0.500
392	0.551	940	0.533
440	0.586	954	0.567
497	0.621	956	0.600
498	0.655	958	0.633
535	0.690	1007	0.667
568	0.724	1008	0.700
590	0.759	1027	0.733
601	0.793	1117	0.767
681	0.828	1200	0.800
978	0.862	1203	0.833
1032	0.896	1213	0.867
1113	0.931	1273	0.900
1783	0.967	1365	0.933
		1444	0.967

5. Ecurrimientos dependientes por periodos y su función de distribución condicional (vaso Bacurato)

Periodo 1 (octubre-abril)			
Q = Volumen escurrido (Mm ³)	Ecurrimiento anterior bajo Pr {Q Qant < 900}	Q = volumen escurrido (Mm ³)	Ecurrimiento anterior alto Pr {Q Qant ≥ 900}
68	0.067	112	0.067
71	0.133	135	0.133
72	0.200	171	0.200
93	0.267	203	0.267
99	0.333	357	0.333
119	0.400	498	0.400
149	0.467	535	0.467
149	0.533	568	0.533
168	0.600	590	0.600
370	0.667	601	0.667
392	0.733	681	0.733
440	0.800	978	0.800
497	0.867	1113	0.867
1032	0.933	1783	0.933

Periodo 2 (mayo-septiembre)			
Q = Volumen escurrido (Mm ³)	Ecurrimiento anterior bajo Pr {Q Qant < 360}	Q = Volumen escurrido (Mm ³)	Ecurrimiento anterior alto Pr {Q Qant ≥ 360}
228	0.067	498	0.067
441	0.133	650	0.133
492	0.200	754	0.200
549	0.267	794	0.267
605	0.333	940	0.333
624	0.400	956	0.400
641	0.467	958	0.467
718	0.533	1008	0.533
751	0.600	1027	0.600
842	0.667	1117	0.667
873	0.733	1200	0.733
954	0.800	1213	0.800
1203	0.867	1273	0.867
1444	0.933	1365	0.933

6. Función de beneficio (vaso Bacurato)

Periodos 1 y 2, (octubre-abril, mayo-septiembre)
Benef (V) = 3V, V > 0

7. Función de evaporación (vaso Bacurato)

$$\begin{aligned}
 \text{Eva (V)} &= \begin{cases} 0.03V & , 0 < V \leq 1115 \\ 33.45 + 0.025 (V - 1115), & 1115 < V \end{cases} \\
 \text{Eva (V)} &= \begin{cases} 0.01V & , 0 < V \leq 1115 \\ 11.15 + 0.008 (V - 1115), & 1115 < V \end{cases}
 \end{aligned}$$

Penalización por control de avenidas	6 pesos/m ³
Penalización por déficits	12 pesos/m ³
Capacidad mínima	300 Mm ³
Capacidad máxima	1800 Mm ³
Cota	600 Mm ³

los de penalización por control de avenidas y déficit en la entrega de agua, así como las funciones de beneficios y evaporaciones y sus capacidades mínima y máxima; en los cuadros 8 a 11 se señalan los datos correspondientes al vaso Miguel Hidalgo. Así mismo, en las ilustraciones 5 y 6 se indican las políticas de operación periódicas del vaso Bacurato en el caso de escurrimientos independientes, así como las modificaciones correspondientes para su empleo en acuíferos; en las ilustraciones 7 a 9 se presentan las políticas de operación periódicas cuando los escurrimientos son dependientes y se indican las variaciones para su uso en acuíferos. Por último, en las ilustraciones 10 a 13 se señalan las políticas de operación del vaso Miguel Hidalgo tanto para escurrimientos independientes como dependientes y las modificaciones que requiere su aplicación en acuíferos.

8. Escurrimientos independientes por periodos y su función de distribución (vaso Miguel Hidalgo)

Periodo 1 (octubre-abril)		Periodo 2 (mayo-septiembre)	
Volumen escurrido (Mm ³)	Probabilidad	Volumen escurrido (Mm ³)	Probabilidad
297	0.035	1414	0.035
331	0.069	1472	0.069
369	0.103	1511	0.103
375	0.138	1556	0.138
506	0.172	2025	0.172
551	0.207	2096	0.207
597	0.241	2110	0.241
769	0.276	2198	0.276
828	0.310	2608	0.310
869	0.345	2768	0.345
902	0.379	2843	0.379
1111	0.414	2915	0.414
1223	0.448	3055	0.448
1317	0.483	3112	0.483
1378	0.517	3152	0.517
1444	0.552	3179	0.552
1565	0.586	3340	0.586
1660	0.621	3419	0.621
1828	0.655	3644	0.655
2063	0.690	3655	0.690
2073	0.724	3670	0.724
2198	0.759	3755	0.759
2422	0.793	3834	0.793
2447	0.828	3888	0.828
3553	0.862	3958	0.862
4679	0.897	4012	0.897
5282	0.931	4513	0.931
7870	0.966	4772	0.966

9. Escurrimientos dependientes por periodos y su función de distribución condicional (vaso Miguel Hidalgo)

Periodo 1 (octubre-abril)			
Q = Volumen escurrido (Mm ³)	Escurrimiento anterior bajo Pr {Q Qant < 3500}	Q = Volumen escurrido (Mm ³)	Escurrimiento anterior alto Pr {Q Qant ≥ 3500}
297	0.055	331	0.083
369	0.111	769	0.167
375	0.107	1111	0.250
506	0.222	1565	0.333
551	0.278	1660	0.417
597	0.333	2063	0.500
828	0.388	2073	0.583
896	0.444	2198	0.667
902	0.500	2422	0.750
1223	0.555	4679	0.833
1317	0.611	5282	0.917
1378	0.667		
1404	0.722		
1828	0.778		
2447	0.833		
3553	0.889		
7870	0.944		

Periodo 2 (mayo-septiembre)			
Q = Volumen escurrido (Mm ³)	Escurrimiento anterior bajo Pr {Q Qant < 1500}	Q = Volumen escurrido (Mm ³)	Escurrimiento anterior alto Pr {Q Qant ≥ 1500}
1472	0.059	1956	0.077
1511	0.118	2096	0.154
2025	0.176	2843	0.231
2120	0.235	3152	0.308
2198	0.294	3179	0.385
2608	0.353	3419	0.462
2768	0.412	3644	0.538
2915	0.471	3652	0.615
3055	0.529	3670	0.692
3112	0.588	3958	0.769
3334	0.647	4513	0.846
3755	0.706	4772	0.923
3834	0.765		
3888	0.824		
4012	0.882		
5708	0.941		

10. Función de beneficio (vaso Miguel Hidalgo)

Periodo 1 (octubre-abril)	
Benef (V) =	$\begin{cases} -15000 & , 0 < V \leq 50 \\ 10 (V-50) & , 50 < V \leq 65 \\ 150+3 (V-65) & , 65 < V \end{cases}$
Periodo 2 (mayo-septiembre)	
Benef (V) =	$\begin{cases} -15000 & , 0 < V \leq 70 \\ 10 (V-70) & , 70 < V \leq 88 \\ 180+2.5 (V-88) & , 88 < V \end{cases}$

11. Función de evaporación (vaso Miguel Hidalgo)

Periodo 1 (octubre-abril)

$$\text{Eva (V)} = \begin{cases} V = (\text{Volumen inicial} + \text{Volumen final})/2 \\ 0.07 V, & 0 < V \leq 860 \\ 60.2 + 0.036 (V - 860), & 860 < V \end{cases}$$

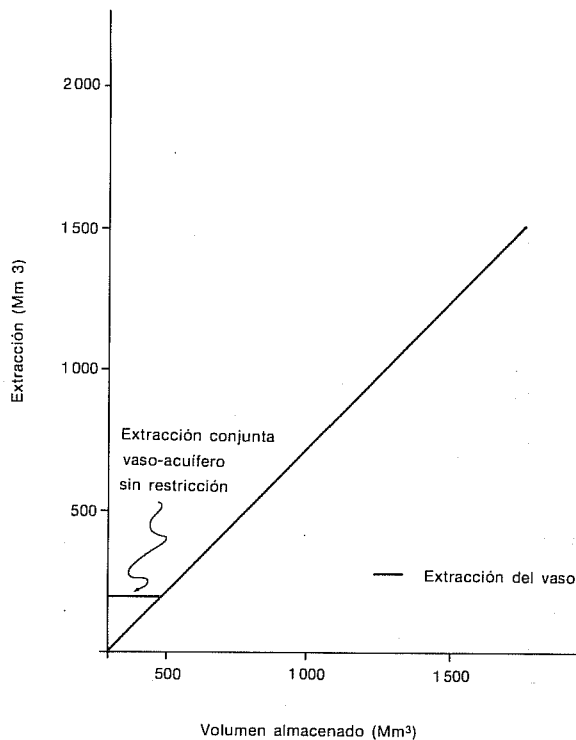
Periodo 2 (mayo-septiembre)

$$\text{EVA (V)} = \begin{cases} V = \text{Volumen inicial} + \text{Volumen final})/2 \\ 0.024 V, & 0 < V \leq 860 \\ 20.6 + 0.012 (V - 860), & 860 < V \end{cases}$$

Penalización por control de avenidas	1 pesos/m ³
Penalización por déficits	12 pesos/m ³
Capacidad mínima	350 Mm ³
Capacidad máxima	3280 Mm ³
Cota	1200 Mm ³

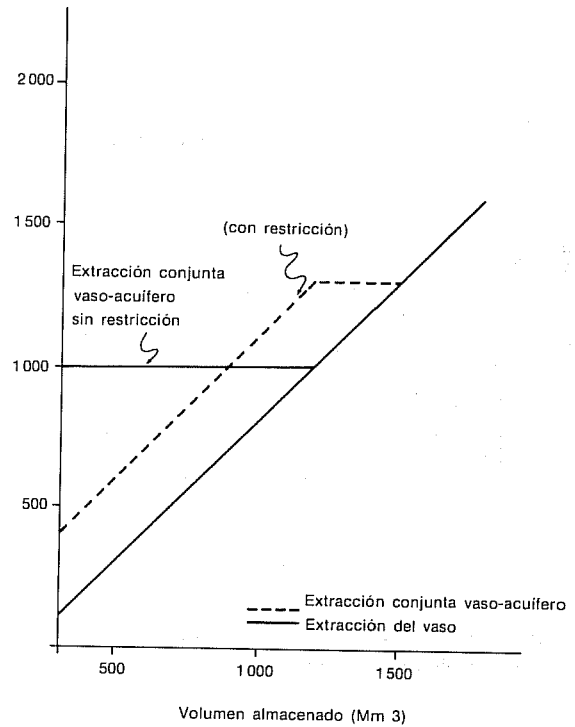
5. Política de operación vaso-acuífero Bacurato (escurrimientos independientes)

Periodo 2 (mayo-septiembre) 1948-1976



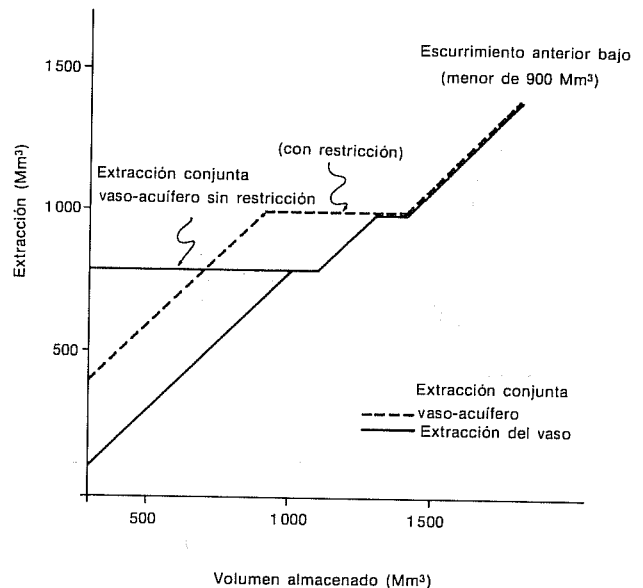
6. Políticas de operación vaso-acuífero Bacurato (escurrimientos independientes)

Periodo 1 (octubre-abril) 1948-1976

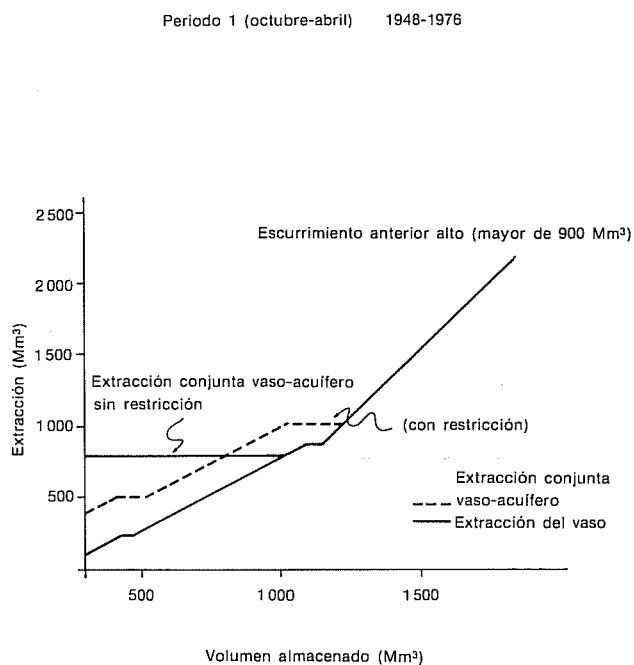


7. Política de operación vaso-acuífero Bacurato (escurrimientos dependientes)

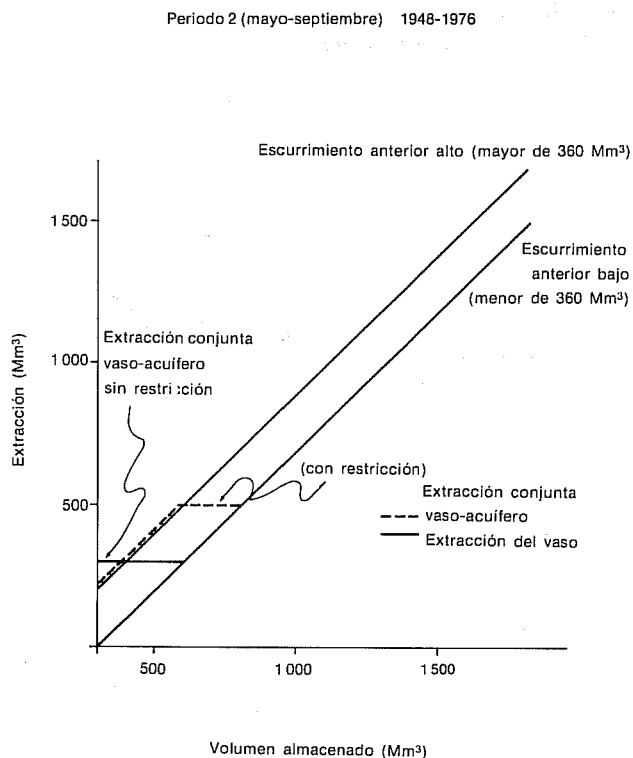
Periodo 1 (octubre-abril) 1948-1976



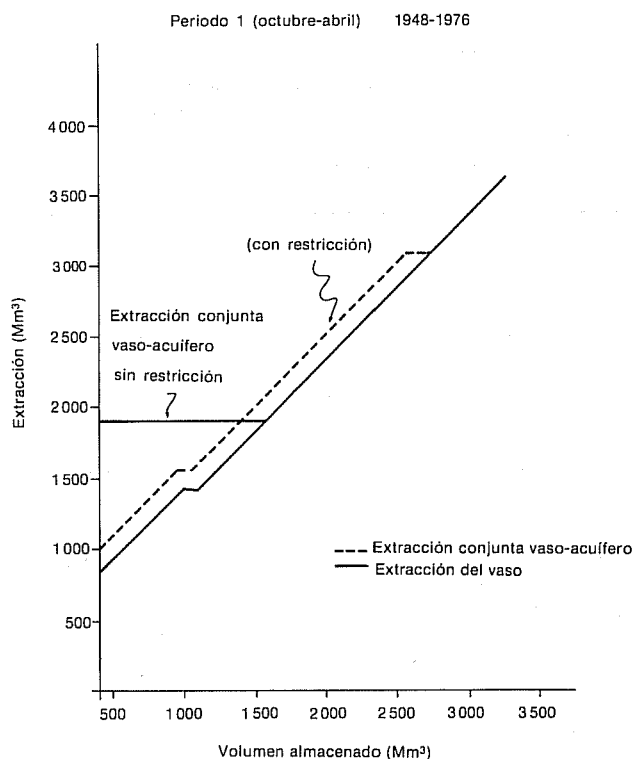
8. Políticas de operación vaso-acuífero Bacurato (escurrimientos dependientes)



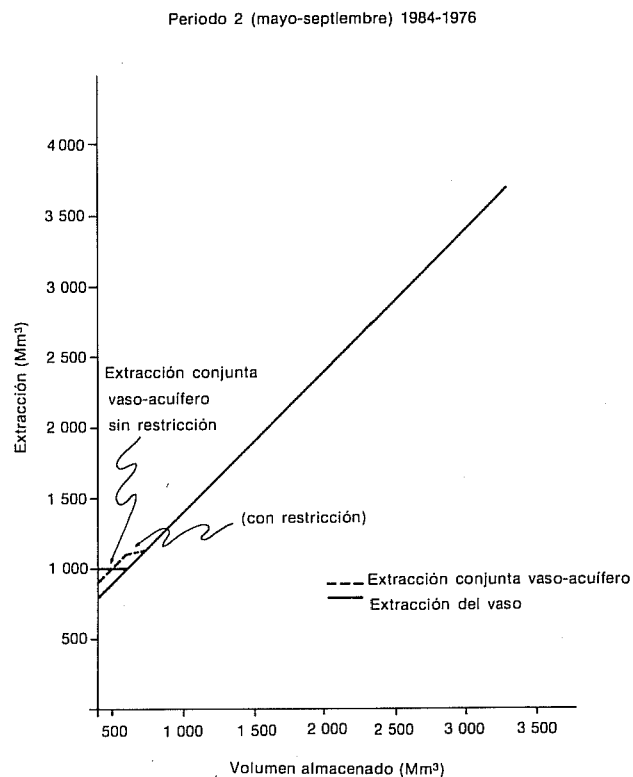
9. Política de operación vaso-acuífero Bacurato (escurrimientos dependientes)



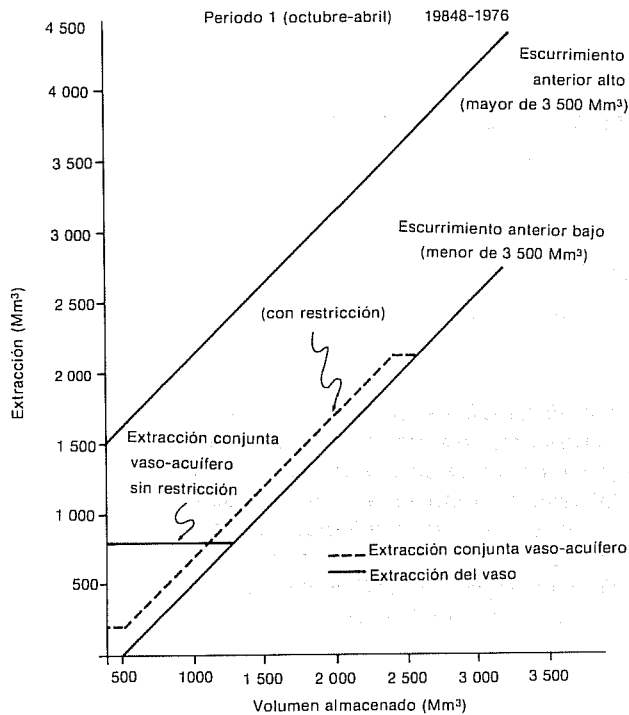
10. Políticas de operación vaso-acuífero Miguel Hidalgo (escurrimientos independientes)



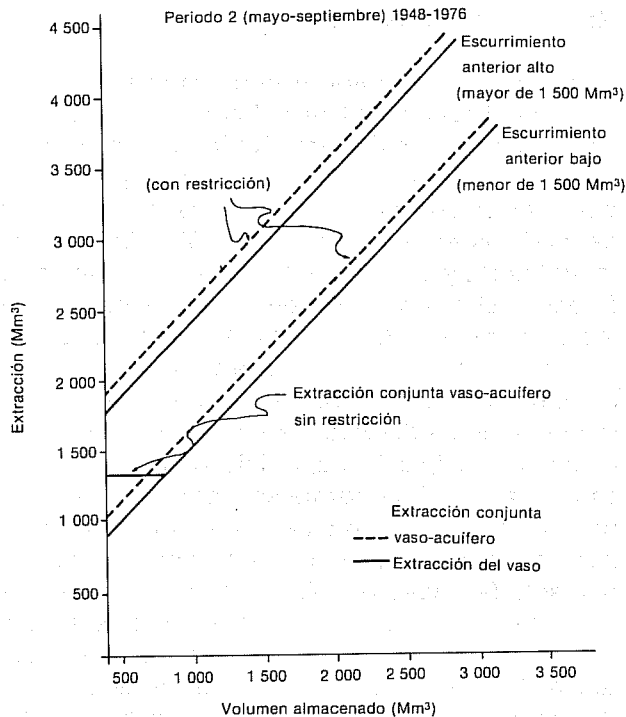
11. Política de operación vaso-acuífero Miguel Hidalgo (escurrimientos independientes)



12. Políticas de operación vaso-acuífero Miguel Hidalgo (escurrimientos dependientes)



13. Políticas de operación vaso-acuífero Miguel Hidalgo (escurrimientos dependientes)



Con la metodología desarrollada es posible determinar políticas de operación conjunta vaso-

acuífero a partir de una política óptima de operación exclusiva del vaso, en la cual se considera explícitamente el comportamiento aleatorio de los escurrimientos.

Bibliografía

- Butcher, W.S. "Stochastic dynamic programming for optimal reservoir operation", *Water Resources Bulletin*, núm. 7, EUA, 1971, pp. 110-115.
- CPNH. "Modelos Howard III y IV", Documento interno, SARH, México, 1981.
- Gablinger, M. y D.P. Loucks. "Markov models for flow regulation", *Journal Hydraulic Division*, ASCE, núm. 96 (HY1), EUA, 1970, pp. 165-181.
- Hall, W.A., W.S. Butcher y A. Esogbue. "Optimization of the operation for a multiple purpose reservoir by dynamic programming", *Water Resources Research*, núm. 4(3), EUA, 1968, pp. 471-478.
- Howard, R.A. *Dynamic Programming and Markov Processes*, Cambridge, Mass., MIT Press, 1960.
- Klemes, V. "Discrete representation of storage for stochastic reservoir optimization", *Water Resources Research*, núm. 13(1), EUA, 1977, pp. 149-158.
- Loucks D.P. y L.M. Falkson. "A comparison of some dynamic, linear and policy iteration methods for reservoir operation", *Water Resources Bulletin*, núm. 6(3), EUA, 1970, pp. 384-400.
- Riis, J.O. "Discounted Markov programming in a periodic process", *Operational Research*, núm. 12, EUA, 1965, pp. 920-929.
- Roefs, T.G. y L.D. Bodin. "Multireservoir operation studies", *Water Resources Research*, núm. 6(2), EUA, 1970, pp. 410-420.
- Roefs, T.G. y A. Guitron. "Stochastic reservoir models: relative computational effort", *Water Resources Research*, núm. 11(6), EUA, 1975, pp. 801-804.
- Stedinger, J.B., B.F. Sule y D.P. Loucks. "Stochastic dynamic programming models for reservoir operation optimization", *Water Resources Research*, núm. 20(11), EUA, 1984, pp. 1499-1505.
- Su, S.Y. y R.A. Deininger. "Generalization of White's method of successive approximation to periodic Markovian decision processes", *Operational Research*, núm. 20(2), EUA, 1972, pp. 318-326.
- Trott, W. y W.W.-G. Yeh. "Optimization of multiple reservoir systems", *Journal of Hydraulic Division*, ASCE, núm. 99 (HY10), EUA, 1973, pp. 1865-1884.
- Wang, D. *Optimization of real-time reservoir operation with Markov decision processes*, M.A.S., tesis. Universidad de Toronto, Toronto, Ontario, 1983.
- White, D.J. "Dynamic programming, Markov chains, and the method of successive approximations", *Journal of Mathematical Analysis Applications*, núm. 6, EUA, 1963, pp. 373-376.
- Yakowitz, S. "Dynamic programming applications in water resources", *Water Resources Research*, núm. 18(4), EUA, 1983, pp. 673-697.