Nota técnica

Sugerencia para modificar el programa de hidrología de superficie: Hidros

Ernesto Vázquez Fernández[1]

Universidad Juárez Autónoma de Tabasco

En este trabajo se presenta una sugerencia para modificar el programa Hidrología de superficie: Hidros, desarrollado por la Universidad Nacional Autónoma de México UNAM para el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua IMTA (Gutiérrez y Raynal, 1989). La sugerencia consiste en aplicar la corrección por el tamaño de la muestra al método de los momentos en la distribución de Gumbel, calculándola dentro del programa mismo.

Los valores de corrección al método de los momentos aparecen en diversas publicaciones, y se pueden calcular mediante las siguientes expresiones:

$$yn = \frac{1}{n}\sum\left(-ln\ ln\frac{1}{1-p}\right) \qquad (1)$$

$$\sigma^2(n) = \frac{1}{n}\sum\left(-ln\ ln\frac{1}{1-p} - yn\right)^2 \qquad (2)$$

$$\sigma(n) = \sqrt{\sigma^2 n} \qquad (3)$$

donde $p = i/(n+1)$ es la probabilidad de exceder un valor i (descendente) de la muestra de los datos en estudio, y puede calcularse también, en función del periodo de retorno, Tr, $p = 1/Tr$.

Es decir, si se define la variable aleatoria X como:

$$X = -ln\ ln\frac{1}{1-p} \qquad (4)$$

resulta que $y(n)$ es la media de la muestra de X, y $\sigma(n)$ es la desviación estándar.

El uso de la corrección mencionada permite que las predicciones del método de los momentos sean más exactas; incluso mejora la predicción del método de mínimos cuadrados para la misma distribución de Gumbel cuando en la ecuación (2) el denominador es $n-1$ en lugar de n.

A fin de comparar lo anterior, se generó una serie de muestras con la distribución de Gumbel, mediante la técnica de simulación:

$$Y = u - \frac{1}{\alpha}\ ln\ ln\frac{1}{F(y)} \qquad (5)$$

donde $u = 100n$, y $\alpha = 1/10n$, n es el tamaño de la muestra, y $F(y)$, un número aleatorio usado como probabilidad acumulada de no excedencia.

Para cada n se generaron 10 000 muestras y se compararon los promedios de las desviaciones estándar del valor absoluto, de los errores de estimación del método de los momentos, para una muestra de tamaño infinito, corregido con el de mínimos cuadrados, y sin corrección. Los resultados más favorables se obtuvieron con el método de los momentos corregido, como puede observarse en los cuadros 1a y 1b.

1. Valores promedio de las desviaciones estándar del valor absoluto en los errores de estimación. Simulación de 10000 muestras

1a. Parámetros corregidos (n)

n	Método de los Momentos corregido $\sigma(n)$	Método de Mínimos Cuadrados
8	15.57	14.56
10	18.97	18.34
12	22.42	22.06
14	25.57	25.52

1. Cont.

1b. Parámetros sin corrección

n	Método de los Momentos sin corrección	Método de Mínimos Cuadrados
8	21.8	14.54
10	26.4	18.36
12	30.12	21.84
14	34.38	25.41
16	37.81	28.57
18	41.44	31.75

1c. Parámetros sin corrección

n	Método de los Momentos corregido $\sigma(n-1)$	Método de Mínimos Cuadrados
8	14.29	14.44
9	16.34	16.57
10	18.07	18.35
11	19.74	20.09
12	21.42	21.8
13	23.08	23.43
14	24.86	25.17
15	26.62	26.98

En el cuadro 1c se muestra la comparación del mismo método, pero con $n-1$ en el denominador de la ecuación (2). Se puede observar en este caso que los promedios mencionados son menores que los que se presentan en el cuadro 1a.

La estimación de los valores generados con la ecuación (5), mediante el método de los momentos corregido, se hizo con la expresión:

$$Y = \overline{Y} + \frac{\sigma(n)}{S(y)}[X - y(n)] \tag{6}$$

donde $\overline{Y}$ es la media de la muestra de datos generados por simulación, y $S(y)$ es la desviación estándar de la muestra de datos generados por simulación.

Referencia

Gutiérrez O., C. y Raynal J. A. "Programa hidrología de superficie: Hidros", Ingeniería Hidráulica en México, vol. IV, núm. 1, II Epoca, México, 1989.

[1] Se agradece la colaboración del M. C. Robert Flowers y de los estudiantes de ingeniería civil Carlos González Fidel E. Quiles y Emir Bocanegra.

Respuesta del autor*

La función de distribución de probabilidad de la distribución general de valores extremos tipo I, más conocida como Gumbel, es:

$$F(x) = e^{-e^{-(x-x_o)/\alpha}} \tag{1}$$

donde:

$x_o =$ parámetro de forma
$\alpha =$ parámetro de escala

Para una población de tamaño infinito, la estimación de los parámetros por el método de momentos de obtiene como:

$$\hat{x}_o = \hat{\mu} - 0.45\hat{\sigma} \tag{2}$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\sqrt{6}}{\pi}\hat{\sigma} \tag{3}$$

donde $\hat{\mu}$ y $\hat{\sigma}$ son la medida y la desviación estandard de los datos respectivamente. En el caso de que la muestra sea finita, la estimación se lleva a cabo mediante las expresiones:

$$\hat{x}_o = \hat{\mu} - \hat{y}n\hat{\sigma} \tag{4}$$

$$\hat{\sigma} = \hat{\sigma}/\hat{\sigma}n \tag{5}$$

donde $\hat{y}(n)$ y $\hat{\sigma}(n)$ son los valores utilizados para corregir los parámetros; sólo son función del tamaño de la muestra y se estiman a partir de las fórmulas:

$$\hat{y}n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[-ln \cdot ln\left(\frac{1}{1-p_i}\right)\right] \tag{6}$$

$$\hat{\sigma}n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[-ln \cdot ln\left(\frac{1}{1-p_i}\right) - \hat{y}n\right]^2 \tag{7}$$

Y finalmente p_i es la probabilidad de excedencia calculada como el inverso del periodo de retorno (fórmula de Weibull).

Debido a la forma en que se encuentra estructurado el programa Hidrlogía de Superficie: Hidros, la modificación sugerida requirió solamente la introducción de pocos pasos de programación.

* Carlos Gutiérrez Ojeda agradece la sugerencia al programa Hidrología de Superficie e informa que la versión corregida del programa se encuentra a disposición de los interesados.