Ingeniería Hidráulica en México Vol. IX, Núm. 1, págs: 43 – 62, enero-abril de 1994

Modelo matemático determinístico para pronóstico de crecientes en cuencas rurales

Daniel Francisco Campos Aranda
Facultad de Ingeniería de la UASLP

Inicialmente se exponen las ideas fundamentales sobre los pronósticos y avisos hidrológicos, continuando con una descripción general de los modelos matemáticos, misma que sirve como marco de referencia a la presentación sucinta de las características generales del modelo que se describe. En seguida se detalla el proceso de infiltración y su algoritmo de simulación, incluyendo el planteamiento propuesto para el calibrado de éste. Posteriormente se explican el concepto de hidrograma unitario y su formulación matemática, se exponen las técnicas de identificación de sus ordenadas por mínimos cuadrados y por medio de programación no lineal. Se justifica la discretización de las cuencas, como antecedente a la necesidad de transitar crecientes en cauces y embalses, describiendo los procedimientos que fueron empleados en el modelo. Se prosigue con una exposición muy breve de los procedimientos de estimación del gasto base, hidrogramas unitarios sintéticos, tormentas hipotéticas y algoritmo de optimización de programación no lineal de múltiples variables restringidas. Habiendo expuesto los aspectos teóricos del modelo, se detalla su integración y se describen las validaciones y aplicaciones realizadas, tanto en cuencas no discretizadas como en aquéllas constituidas por varias subcuencas. Finalmente se citan las principales ventajas y limitaciones del modelo, en relación con su uso extensivo, mencionando las acciones necesarias para que este tipo de herramientas de la hidrología determinística sean aplicables en nuestro país en un futuro próximo.

Palabras clave: modelación, pronósticos, crecientes, infiltración, hidrogramas unitarios, discretización de cuencas, optimización.

Introducción

El uso actual del agua para abastecimiento doméstico e industrial, riego, generación de energía, recreación, piscicultura, navegación y su importancia en la protección del medio ambiente, ha propiciado el desarrollo de la hidrología superficial. En un amplio sentido la hidrología superficial trata de los fenómenos y procesos hidrológicos que se producen en la superficie terrestre, en especial los flujos superficiales (WMO–UNESCO, 1974). Por lo tanto, la hidrología superficial comprende el conocimiento sistematizado de la fase terrestre del ciclo hidrológico, esto es, las leyes que gobiernan la existencia de los ríos y lagos, y su llenado o reaprovisionamiento a partir de la precipitación y la descarga del agua subterránea, en las diferentes condiciones de clima, relieve, vegetación y suelos (WMO, 1975).

La complejidad de los fenómenos hidrológicos y la dificultad para obtener observaciones meteorológicas e hidrométricas exactas y detalladas, sobre grandes áreas de las cuencas de drenaje, son las dos principales razones por las cuales la hidrología superficial, ha alcanzado sólo recientemente su desarrollo. Además tales razones también explican el por qué los fenómenos hidrológicos todavía no pueden ser pronosticados con gran exactitud (WMO, 1975). Un pronóstico hidrológico es una estimación antecedente de un estado futuro de un fenómeno hidrológico. La necesidad de tales pronósticos se incrementa con la expansión económica y de utilización del agua en el país. Los pronósticos y avisos hidrológicos son

realizados para muy diferentes propósitos, variando desde aquéllos relacionados con eventos a ocurrir a corto plazo como las crecientes o avenidas, hasta las expectativas estacionales del potencial de escurrimiento para abastecimiento, riego o generación de electricidad. Por su parte, las técnicas empleadas en los pronósticos varían desde el uso de simples fórmulas empíricas o correlaciones, hasta el uso de modelos matemáticos complejos que representan todas las fases del balance de agua en la cuenca (WMO, 1983).

En particular, los pronósticos de crecientes son de enorme importancia en la operación de los medianos y grandes embalses, sobre todo de aquellos con vertedores de cresta controlada y en el manejo de la capacidad de control de crecientes de los embalses. Tomando en cuenta que las avenidas causan grandes daños a ciudades y pueblos, cultivos y ganadería, e incluso originan pérdidas de vidas humanas, los avisos anticipados sobre los niveles máximos hacen posible tomar medidas relativas a reforzamiento de terraplenes o diques, fortificación de ciudades, protección de puentes y evacuación de la población y sus propiedades de la zona de inundación. Tanto el pronóstico de las crecientes que llegarán a un embalse, como la elaboración de un aviso de niveles máximos y sus tiempos de ocurrencia, son función del hidrograma de la avenida que se estima en un punto del río.

Modelos matemáticos hidrológicos

Dooge (1978) define a un sistema hidrológico como una serie de procesos físicos, químicos o biológicos que actúan sobre unas variables de entrada para convertirlas en variables de salida. Se entiende por *variable* toda característica cuantificable del sistema, que asume distintos valores numéricos en tiempos diferentes; en cambio, un *parámetro* es una característica cuantificable que permanece constante. Un modelo hidrológico es una representación simplificada de un sistema hidrológico. Existen tres tipos: físicos, analógicos y matemáticos. En los modelos matemáticos el comportamiento del sistema es representado por ecuaciones y declaraciones lógicas que expresan las relaciones entre variables y parámetros (Clarke, 1973). Entonces, un modelo hidrológico conceptual es la representación matemática simplificada de alguno o todos los procesos del ciclo hidrológico, por medio de un conjunto de conceptos hidrológicos expresados en forma matemática y conectados entre sí en tiempo y espacio, en forma tal que corresponden al fenómeno natural (WMO–UNESCO, 1974).

Dawdy & Lichty (1968) señalan como propiedades deseables en todo modelo hidrológico las cuatro siguientes: simplicidad, exactitud de los pronósticos, consistencia en la estimación de sus parámetros y sensibilidad de los resultados a cambios en los valores de los parámetros. Por su parte, Porter y McMahon (1971) indican que quizás el uso potencial más importante de los modelos hidrológicos, sea su aplicación en cuencas donde no existe información hidrométrica, pero algún otro tipo de datos son accesibles. Para cumplir lo anterior, la estructura y parámetros del modelo deben estar relacionados con los procesos físicos, de manera que tales parámetros puedan ser estimados con base en las características físicas de la cuenca; además, la información requerida por el modelo debe ser limitada. En general, cuando no existe información hidrométrica, la estimación de las avenidas es sumamente incierta, o cuando mucho aproximada, a través de los métodos disponibles, como son: fórmulas y criterios empíricos, análisis regionales y transferencia de información. Adicionalmente, los procedimientos anteriores sólo conducen a estimaciones en magnitud y no permiten obtener el hidrograma de la creciente que se estima, en cambio los modelos conceptuales de simulación continua definen el hidrograma de la corriente en intervalos que varían de unos minutos a un día, y los de simulación de eventos estiman el hidrograma de respuesta a un hietograma dado.

Breve descripción del modelo

El modelo que se presenta corresponde a uno de tipo matemático conceptual de eventos, con parámetros físicamente basados y autoajustables, el cual incluye como fases principales la estimación de la lluvia en exceso, la transformación lluvia–gasto y el tránsito de hidrogramas en cauces y embalses. La primera fase se calcula por medio de un algoritmo de infiltración basado en la moderna teoría de la infiltración, el cual primeramente estima el tiempo de encharcamiento. La segunda fase se realiza por medio del hidrograma unitario instantáneo *HUI* y por último, en la tercera se aplica el método de Muskingum y una solución numérica de la ecuación diferencial de continuidad.

El modelo presenta dos enfoques fundamentales de aplicación, el primero, en cuencas no discretizadas con información pluviográfica e hidrométrica, en este caso se identifica el HUI, con el cual posteriormente se realizan pronósticos o predicciones de avenidas; el segundo enfoque, permite analizar grandes cuencas aforadas, las cuales deben ser discretizadas, recurriendo en este caso a calibrar los parámetros de ajuste del modelo, para posteriormente efectuar

pronósticos de crecientes con base en los valores óptimos definidos para los parámetros.

Tanto en cuencas totales como en las discretizadas que no disponen de información hidrométrica, se pueden realizar pronósticos y predicciones con base en valores adoptados para los parámetros del modelo e hidrogramas unitarios sintéticos.

Simulación del proceso de infiltración

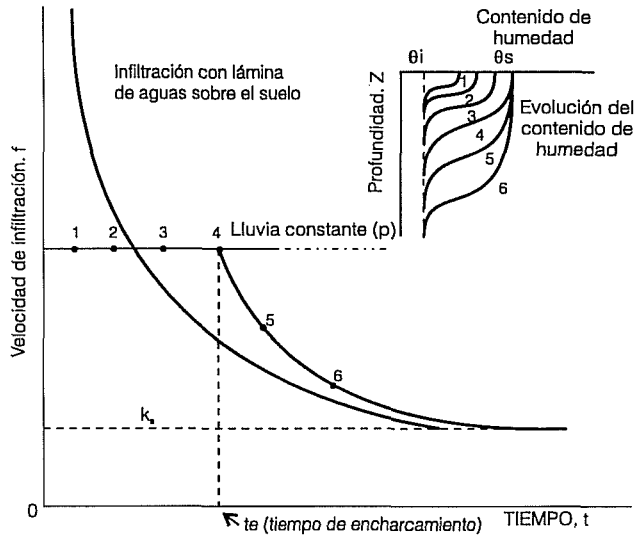
Mecanismo del proceso de infiltración

La parte de la precipitación que da origen al escurrimiento se le conoce como lluvia en exceso y la porción restante, o pérdidas, está integrada por la intercepción, almacenamiento en depresiones, evapotranspiración e infiltración. Durante las fuertes tormentas, la magnitud más importante de las pérdidas es la infiltración, por ello, este proceso determina la cantidad y distribución en el tiempo y en el espacio de la lluvia en exceso (Morel–Seytoux y Sanders, 1980).

En la zona de aireación o de agua suspendida de un suelo, se puede tener agua higroscópica, capilar y de gravedad, la primera forma una película que rodea las partículas del suelo, la segunda llena los poros y la tercera se desplaza hacia abajo cuando se han llenado los intersticios. El contenido de humedad de un suelo, después de que se drenó el agua de gravedad se conoce como *capacidad de campo* y en tal condición la fuerza de succión del agua es cero, esta fuerza es debida a las fuerzas de adhesión o de menisco entre el agua y las partículas sólidas. Por lo anterior, la infiltración comienza, en suelos secos, con alta velocidad (capacidad de infiltración) y va decreciendo hasta un valor constante llamado *infiltración final*, que corresponde a la velocidad del agua a través del suelo debida a la gravedad, es la conductividad hidráulica del medio recién saturado Ks. Para que el agua llene los poros del suelo, el aire debe ser desalojado, fluyendo parte a la superficie y quedando parte atrapado, lo cual tiene efectos de retardamiento y reducción de la infiltración. Esto último destaca la importancia del contenido inicial de humedad del suelo en la capacidad de infiltración.

Cuando existe una lámina de agua sobre el suelo, la capacidad de infiltración fc está limitada sólo por las características del suelo, y el sellamiento o taponamiento de su superficie por los coloides transportados por el agua. Pero cuando se aplica una intensidad constante de lluvia P menor que fc, esta última es igual a P (puntos y curvas 1, 2 y 3 de la ilustración 1) y conforme la infiltración ocurre, se va humedeciendo el suelo hasta que fc y P son iguales (punto y curva 4 en la ilustración 1), a partir de ese instante fc es

1. Comportamiento de la infiltración (Skaggs y Kholeel, 1982)

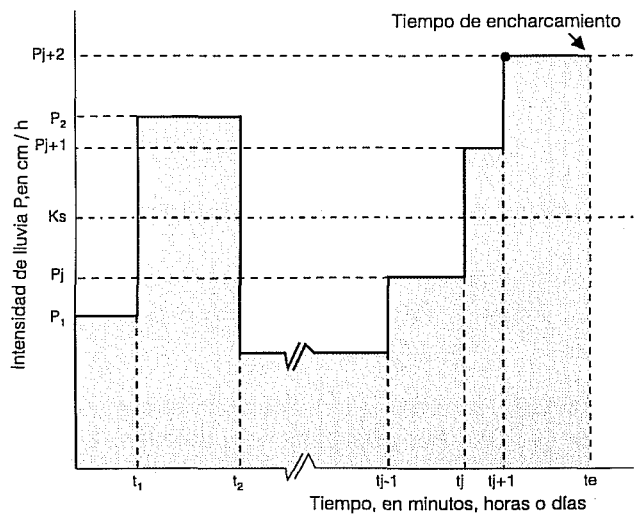


menor que P y comienza la lluvia en exceso (Skaggs y Khaleel, 1982). Entonces, se define como *tiempo de encharcamiento* te al intervalo durante el cual la superficie del suelo primeramente se satura y una capa o película de agua se comienza a formar sobre el terreno (Morel–Seytoux y Sanders, 1980).

Algoritmo de Morel–Seytoux (1981)

El algoritmo desarrollado por Hubert J. Morel–Seytoux para estimar primeramente el tiempo de encharcamiento y, después, la curva de capacidad de infiltración y la lámina infiltrada total, data de 1974 (Morel–Seytoux y Khanji, 1974) y fue expuesto con un enfoque ingenieril en 1981, pues tal procedimiento constituye una simplificación bastante severa de los algoritmos

2. Significado del algoritmo de infiltración (Morel – Seytoux, 1981)



previamente expuestos por este autor, por ejemplo en 1978 y 1979. En la ilustración 2 se muestra la simbología de la ecuación para estimar el tiempo de encharcamiento (te) en cálculos sucesivos (Morel-Seytoux, 1981); esta es:

$$te_j = t_{j-1} + \frac{1}{P_j}\left[\frac{S_f}{(P_j/Ks)-1} - \sum_{\nu=1}^{j-1} P_\nu(t_\nu - t_{\nu-1})\right] \quad (1)$$

comenzando con $j=1$, en seguida con $j=2$, etc., hasta obtener un te_j menor que t_j. P y Ks se emplean en cm/h, t en horas y S_f en cm. Este último parámetro se denomina *factor de succión-almacenamiento* y es igual al producto del déficit de humedad del suelo o porosidad rellenable $(\theta s - \theta i)$, diferencia entre el contenido en saturación natural (θs) y el inicial (θi), y la succión capilar efectiva Hc que se expresa en centímetros.

Cuando P_j es menor que Ks la ecuación 1 no se debe aplicar, ya que te sólo puede ocurrir cuando P sea mayor que Ks, en tales casos se procede a analizar el siguiente intervalo j. Por otra parte, cuando en un determinado intervalo j el te_j calculado es mayor que t_j y el siguiente te_j evaluado para $j+1$ es menor que t_j, el te ocurre al final del intervalo, es decir, es igual a t_j, esto se presenta cuando P_{j+1} es mucho mayor que P_j.

La capacidad de infiltración teórica (fc, en cm/h) después de ocurrido el tiempo de encharcamiento, se determina con la expresión siguiente:

$$fc = \frac{1}{2}S(Fe,\theta i)(1/\sqrt{t - te + tr}) + Ks \quad (2)$$

en la cual, $S(Fe,\theta i)$ se denomina *absorción de la lluvia*, es un parámetro función del contenido inicial de humedad del suelo y de la lámina infiltrada hasta el tiempo de encharcamiento Fe; se determina con la siguiente fórmula:

$$S(Fe,\theta i) = \sqrt{\frac{2Ks(S_f + Fe)^2}{S_f}} \quad (3)$$

en cambio, Fe se evalúa con la expresión:

$$Fe = \sum_{i=1}^{j-1} P_i(t_i - t_{i-1}) + P_j(te - t_{j-1}) \quad (4)$$

en la cual, j es el número del intervalo en el que ocurrió el te $(j>1)$. Por otra parte, el parámetro tr de la ecuación 2 es una constante con unidades de tiempo (horas), definido como:

$$tr = \frac{(S_f + Fe)^2}{2Ks \cdot S_f[(Pe/Ks) - 1]^2} \quad (5)$$

donde, Pe es la intensidad de lluvia correspondiente al intervalo en que ocurrió el tiempo de encharcamiento. Como consecuencia de la ecuación 2, la lámina infiltrada acumulada F en centímetros, después del tiempo de encharcamiento hasta el tiempo t se calcula con la expresión:

$$F = Fe + S(Fe,\theta i)[(t - te + tr)^{1/2} - tr^{1/2}] + Ks(t - te) \quad (6)$$

Estimación y calibrado de los parámetros hidráulicos del suelo

Los valores de Ks y S_f se denominan *parámetros hidráulicos del suelo* y son función, lógicamente, de la textura y estructura de éste y por ello desde 1980 se ha intentado su estimación con base en la textura del suelo (McCuen *et al.*, 1981; Rawls *et al.*, 1983; Alexander y Skaggs, 1987). En cambio, Morel-Seytoux y Verdin (1983) y Verdin y Morel-Seytoux (1981) han relacionado los parámetros Ks y S_f con el número N de la curva de escurrimiento del Soil Conservation Service (Campos, 1992), presentando las expresiones siguientes:

$$N > 75 \quad Ks = (100 - N))/124.185 \quad (7)$$

$$36 < N \leq 75 \quad Ks = 3.139 - 0.0391N \quad (8)$$

$$N \leq 36 \quad Ks = 4.707 - 0.0823N \quad (9)$$

$$N > 65 \quad S_f = [(100 - N)/16.635]^2/2Ks \quad (10)$$

$$N \leq 65 \quad S_f = (3.025 - 0.0146N)^2/Ks \quad (11)$$

El uso de las ecuaciones anteriores, transforma al algoritmo de infiltración a una forma univariada, permitiendo el calibrado del número N. Entoces a partir del hietograma ponderado para la cuenca, su correspondiente hidrograma de gasto directo, el área de la cuenca y el incremento de discretización, se cuantifican la precipitación total PT y el volumen bajo el hidrograma, el cual se expresa en lámina uniforme sobre la cuenca ESC; así la infiltración total ocurrida será:

$$FT = PT - ESC \quad (12)$$

El proceso de calibrado consiste en encontrar un valor de N que iguale a FT con la lámina infiltrada F hasta

el final de la tormenta, obtenida ésta con la ecuación 6. Este proceso se realiza con el método de bisección aceptando una tolerancia de 0.001 cuando se obtiene la diferencia absoluta entre FT y F en milímetros; al terminar queda definido el hietograma de lluvia en exceso. Lo anterior se efectúa en la subrutina $INFIL$ del modelo.

Identificación del hidrograma unitario instantáneo

Concepto de hidrograma unitario

Tomando en cuenta que las características físicas de la cuenca, como son tamaño, pendiente, número de cauces, forma, etc., son relativamente constantes, puede esperarse una gran similitud en la forma de los hidrogramas de respuesta de tormentas similares, ya que el hidrograma resultante es la suma de los hidrogramas elementales de todas las subcuencas, modificados por los efectos de tiempo de viaje y tránsito en los cauces. Lo anterior constituye la esencia de la teoría del hidrograma unitario, tal como fue propuesta por L. K. Sherman en 1932 (Linsley *et al.*, 1977).

El hidrograma unitario es por definición un hidrograma resultante de una lluvia en exceso unitaria que ocurre uniformemente sobre la cuenca y durante el tiempo unitario especificado (WMO–UNESCO, 1974). La lluvia en exceso unitaria será un centímetro y la duración unitaria podrá fluctuar de un 10 a un 30% del tiempo de retraso de la cuenca (Viessman *et al.*, 1977). El tiempo de retraso se define como el intervalo transcurrido entre el centro de masa de la precipitación y el centro de masa del escurrimiento, o entre el primero y el escurrimiento máximo (WMO–UNESCO, 1974). El tiempo de retraso comúnmente se estima por medio de criterios empíricos, o con base en el tiempo de concentración (Campos, 1981).

Aunque las características físicas de la cuenca permanecen relativamente constantes, los cambios originados por las actividades humanas y los de origen natural, como la influencia de la vegetación a lo largo del año, las condiciones de humedad de la cuenca y las particularidades de cada tormenta, causan alteraciones en la forma y magnitud del hidrograma unitario (Linsley *et al.*, 1977). Por lo anterior, las dos hipótesis del hidrograma unitario no son rigurosamente ciertas, en primer lugar la invariancia, consideración por la cual el escurrimiento de respuesta no depende del tiempo en el cual ocurre la lluvia, y la linealidad, que implica el cumplimiento del principio de superposición, esto es, dados gastos $q_1(t)$, $q_2(t)$ relativos a lluvias en exceso $p_1(t)$, $p_2(t)$, entonces la respuesta correspondiente a $p_1(t)+p_2(t)$ será $q_1(t)+q_2(t)$. Sin embargo, el método del hidrograma unitario ha demostrado que conduce a resultados suficientemente exactos en la mayoría de los problemas prácticos (Sokolov *et al.*, 1976).

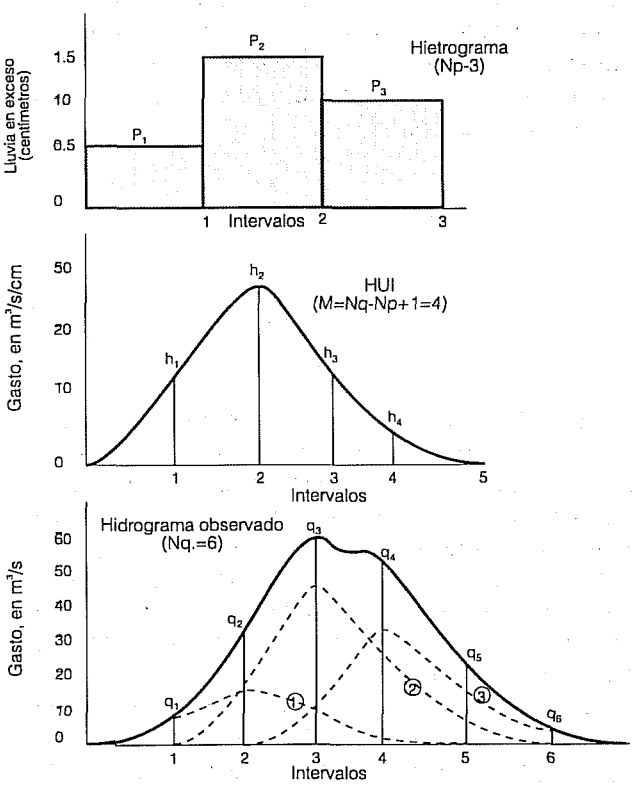
Convolución lluvia en exceso–gasto

En la ilustración 3 se muestra la mecánica operativa del hidrograma unitario y con la siguiente ecuación se expresa la relación funcional entre las salidas o gastos de respuesta y las entradas o excitaciones a la cuenca (lluvia en exceso), esta es:

$$q(n)=\sum_{\nu=1}^{n} h(n-\nu+1)p(\nu) \qquad (13)$$

Si tanto la lluvia en exceso como el gasto directo se expresan en cm/h, las ordenadas del hidrograma unitario $h(\cdot)$ resultan adimensionales y si el sistema es conservativo, es decir, todo lo que entra sale de él, las ordenadas suman uno. El número de intervalos desde la última lluvia en exceso N_p al último gasto no nulo N_q, se conoce como la Memoria M del sistema y es igual a:

3. Ilustración de la obtención del hidrograma de respuesta de un hietograma de diseño por medio del HUI (Campos, 1987b)



$$M = Nq - Np + 1 \tag{14}$$

entonces, en la ecuación 13, n llegará hasta N_q y ν hasta N_p, y habrá M ordenadas $h(\cdot)$ del hidrograma unitario instantáneo. La ecuación 13 corresponde a la forma discretizada de la ecuación integral general de convolución o fórmula de Duhamel de los sistemas lineales invariantes. La aplicación de la ecuación 13 se realiza en la subrutina *CONVOL*, en la cual se incluye la estimación del gasto base, según procedimiento que se detalla posteriormente.

Método de mínimos cuadrados

El problema de la identificación de las ordenadas del hidrograma unitario instantáneo, consiste en utilizar la ecuación 13 para estimar los valores de $h(\cdot)$, conocidos el hietograma de lluvia en exceso y el correspondiente hidrograma de escurrimiento directo. El problema no es tan sencillo como parece, ya que la cuenca es un sistema con memoria finita ($h(m) = 0$ para $m > M$) y ello conduce a poder plantear un mayor número de veces la ecuación 13, que el número de incógnitas. En resumen, el sistema lineal de ecuaciones que define la ecuación 13, está sobredeterminado y no puede resolverse exactamente, por lo cual se han utilizado diversas técnicas que van desde los tanteos, hasta los procedimientos puramente matemáticos (mínimos cuadrados) y de optimización.

En el método de mínimos cuadrados, se propone que los M valores de $h(\cdot)$ minimicen la suma de los cuadrados de los errores $e(n)$, definidos éstos como la diferencia entre los valores observados $q^{\circ}(n)$ y sus estimaciones, esto es:

$$\text{minimizar} \qquad y = \sum_{1}^{Nq} [e(n)]^2 \tag{15}$$

$$e(n) = q^{\circ}(n) - q(n) = q^{\circ}(n) - \sum_{\nu=1}^{n} h(n - \nu + 1)p(\nu) \tag{16}$$

El método de mínimos cuadrados puede conducir a hidrogramas unitarios instantáneos que presentan valores oscilantes en su porción final e incluso magnitudes negativas. Además, el método no garantiza que las ordenadas sumen uno, cuando p(.) y q(.) se emplean en cm/h o mm/h. Sin embargo, Boorman y Reed (1981) indican que cuando este criterio se aplica a una tormenta superpuesta conduce a resultados bastante satisfactorios.

Generalizando el sistema matricial mostrado en la ilustración 3, se obtiene que el vector Q está constituido por N_q renglones, el vector H tiene M renglones, donde M es la memoria del sistema (ecuación 14), en cambio, la matriz P tiene N_q renglones y M columnas. Haciendo $i = N_p$, $j = M$ y $k = N_q$, la generalización es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} p(1) & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ p(2) & p(1) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots \\ p(i) & p(i-1) & p(i-2) & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & p(i) & p(i-1) & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p(i) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & p(i) & p(i-1) \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & p(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(1) \\ h(2) \\ \vdots \\ h(j-1) \\ h(j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q(1) \\ q(2) \\ \vdots \\ q(i) \\ q(i+1) \\ q(i+2) \\ \vdots \\ q(k-1) \\ q(k) \end{bmatrix} \tag{17}$$

Teóricamente, la solución del sistema anterior, para el vector H, permitiría identificar las ordenadas del hidrograma unitario, sin embargo tal solución requiere la inversa P^{-1} de la matriz P la cual no es cuadrada, por ello se hace el siguiente artificio:

$$P \cdot H = Q \tag{18}$$

$$P^T \cdot P \cdot H = P^T \cdot Q \tag{19}$$

de donde

$$H = (P^T \cdot P)^{-1} \cdot (P^T \cdot Q) \tag{20}$$

P^T es la matriz transpuesta de P. Newton y Vinyard (1967) señalan que ejecutando las operaciones indicadas por la ecuación 19 se generan las ecuaciones normales simultáneas para la solución de mínimos cuadrados.

Método de mínimos cuadrados suavizados

Bruen y Dooge (1984) demostraron que la estructura de la matriz $(P^T P)$, que se conoce como matriz Toeplitz simétrica, tienen gran importancia para reducir los requerimientos de almacenamiento de datos y de cómputo al identificar las ordenadas del hidrograma unitario. Por otra parte, Kuchment (1967) sugirió que

para mejorar a priori la estimación de las ordenadas del hidrograma unitario, en lugar de resolver el sistema de ecuaciones definido por la expresión 19, se resuelva el siguiente sistema:

$$(P^T \cdot P + \kappa \cdot I) \cdot H = P^T \cdot Q \qquad (21)$$

donde κ es un parámetro seleccionado arbitrariamente (Parámetro de Suavizado), de manera que cuanto mayor es su valor, mayor suavizado se introduce en la estimación de las ordenadas del hidrograma unitario. En este caso la matriz $(P^T \cdot P + \kappa \cdot I)$, es también una matriz Toeplitz simétrica que difiere de la matriz $(P^T P)$ únicamente en su diagonal principal, la cual es caracterizada por un solo número, $p(1)$, por lo anterior, al sumar κ con $p(1)$ en la matriz $(P^T P)$ y resolver el sistema de la ecuación 19 se está encontrando la solución de mínimos cuadrados suavizados.

En la subrutina HUIMCS se realiza lo anterior para valores de κ de 0.00, 0.05, 0.10 y 0.15, por lo cual el primer hidrograma unitario identificado corresponde a la solución puramente matemática de mínimos cuadrados, además se evalúa el error medio cuadrático (ecuación 22). En esta subrutina la solución al sistema de ecuaciones que se forma, cuya matriz de coeficientes es del tipo Toeplitz, se efectuó por medio de una subrutina desarrollada por Farden (1976).

Método basado en programación no lineal

El método de identificación de las ordenadas del hidrograma unitario instantáneo por medio de un algoritmo de programación no lineal, se conoce como Método MINIMSE (MINImise the Mean Square Error), fue propuesto por Raynal (1985) y consiste como su nombre lo indica, en minimizar el error medio cuadrático entre el gasto del hidrograma observado y el estimado por convolución (ecuación 13). Por lo anterior, la función objetivo a minimizar será:

$$z = \left\{ \sum_{i=1}^{Nq} \frac{[q^o(i) - q(i)]^2}{Nq} \right\}^{1/2} \qquad (22)$$

El gasto estimado por convolución $q(i)$, utiliza el hidrograma unitario cuyas ordenadas corresponden a las variables a optimizar, las cuales están sujetas a las siguientes restricciones:

$$\text{no negatividad:} \quad h_j \geq 0; \quad j = 1, 2, 3, \ldots, M \qquad (23)$$

$$\text{ordenamiento al ascenso:} \quad h_1 \leq h_2 \leq \ldots \leq h_p \qquad (24)$$

$$\text{ordenamiento al descenso:} \quad h_p \geq h_{p+1} \geq \ldots \geq h_M \qquad (25)$$

en donde, h_p es la ordenada máxima de hidrograma unitario instantáneo. Por el planteamiento propuesto, se requiere optimizar M variables explícitas (ordenadas) y $M-1$ variables implícitas (restricciones de ordenamiento). La función objetivo definida (ecuación 22) depende de $2M-1$ variables y el algoritmo que se utilizó para buscar su valor mínimo fue el de Rosenbrock, para múltiples variables restringidas, ya que las ordenadas hj además de ser no negativas, están limitadas por cero y uno; lo anterior se realiza en la subrutina *HUIROS*. Después se describe conceptualmente el algoritmo de Rosenbrock y se bosqueja su funcionamiento.

Tránsito de avenidas en cauces y embalses

Discretizaciones de cuencas y definiciones

La primera característica que define el número y localización de las subcuencas, es la variabilidad de los procesos hidrometeorológicos y de las condiciones físicas de la cuenca, ya que con cada subcuenca se intenta representar y adoptar áreas o porciones de la cuenca con las mismas propiedades hidrológicas e hidráulicas. La segunda característica que determina la discretización de la cuenca es el propósito del estudio, lo que implica la definición de puntos de interés, como son: sitios de proyectos, embalses existentes, inicio de tramos y zonas de inundación, etc. Las subcuencas y puntos de interés definidos determinan las áreas por analizar y, por lo tanto, la discretización de la cuenca, surgiendo entonces la necesidad de transitar hidrogramas en cauces y embalses existentes o en proyecto, e integrar hidrogramas de respuesta en los puntos de interés y en la salida de la cuenca.

Cuando una onda de avenida viaja por un cauce, o pasa a través de un embalse, su duración aumenta y disminuyen las magnitudes de sus gastos, éste fenómeno que se conoce como Atenuación o Subsidencia de la onda. Se entiende por Tránsito o Propagación de avenidas, el proceso de determinación progresiva en función del tiempo de la forma de una onda de avenida en los sucesivos puntos de un río o a través de un embalse (WMO–UNESCO, 1974). Raudkivi (1979) clasifica en tres grupos los métodos existentes para realizar el tránsito de avenidas en cauces. En orden progresivo de complejidad son los siguientes:

1. Tránsito hidrológico, grupo de métodos que se basan en la ecuación de continuidad y no incluyen los efectos de la resistencia al flujo, por ejemplo, el método de Muskingum.
2. Tránsito basado en una ecuación convectiva–difusiva.

3. Tránsito basado en la solución numérica de las ecuaciones de continuidad y dinámica (ecuaciones de Saint- Venant).

Método de Muskingum aplicado por subtramos

El método de Muskingum fue ideado por G. T. McCarhty en 1938 y es conocido con tal nombre por haber sido desarrollado en conexión con los planes de control de avenidas en la cuenca del Río Muskingum, en Ohio, U. S. A. Su teoría y deducción originales se pueden consultar en Gray y Wigham (1970) y Campos (1987b). Cunge (1969) demostró que las ecuaciones del método de Muskingum al ser escritas en diferencias finitas constituyen una aproximación de la ecuación convectiva difusiva, si los parámetros K y ε del método se evalúan con las expresiones dadas por Cunge, de manera que el gasto del hidrograma de salidas en cada intervalo i, y para el subtramo j se determina con la expresión siguiente:

$$Q_{i+1}^{j+1} = C_0 Q_{i+1}^{j} + C_1 Q_i^j + C_2 Q_i^{j+1} + C_3 \qquad (26)$$

la expresión anterior es una generalización de la fórmula original del método de Muskingum, para ser aplicada por subtramos de longitud Δx y con un intervalo de discretización Δt, en la cual C_0, C_1 y C_2 corresponden a las ecuaciones originales, que son:

$$C_0 = (\Delta t/2 - K \cdot \varepsilon)/\gamma \qquad (27)$$

$$C_1 = (\Delta t/2 + K \cdot \varepsilon)/\gamma \qquad (28)$$

$$C_2 = [K(1-\varepsilon) - \Delta t/2]/\gamma \qquad (29)$$

donde $\gamma = K(1-\varepsilon) + \Delta t/2$, y teniéndose como comprobación que:

$$C_0 + C_1 + C_2 = 1.000 \qquad (30)$$

El término C_3 toma en cuenta la aportación lateral (q) expresada como gasto unitario en m²/S (NERC, 1975a), entonces:

$$C_3 = q \cdot \Delta t \cdot \Delta x/\gamma \qquad (31)$$

El parámetro K se conoce normalmente como la Constante de Almacenamiento, tiene unidades de tiempo y equivale al tiempo de viaje de la onda de avenida en el tramo total de longitud L. Gray y Wigham (1970) indican que si el almacenamiento es únicamente función del gasto de salida, como en los embalses, el parámetro ε debe ser cero y puede valer 0.50 cuando el gasto de entrada y el de salida tienen el mismo peso, lo que significa no tener atenuación en el tramo, sólo se traslada la onda de avenida. Para la mayoría de los cauces naturales ε varía de 0.40 a 0.50, pero la presencia de planicies de inundación reduce el valor hasta 0.30 o menos. El USACE (1981) establece que para asegurar la estabilidad computacional y la exactitud del método de Muskingum–Cunge, se debe cumplir con la siguiente condición:

$$\frac{1}{2(1-\varepsilon)} \leq \frac{K}{NST \cdot \Delta t} \leq \frac{1}{2\varepsilon} \qquad (32)$$

en donde, NST es el número de subtramos en que se divide el tramo total y por lo tanto: $\Delta x = L/NST$. En la subrutina MUSKIN se estima el hidrograma de salidas de un tramo de cauce, conocido el hidrograma de entrada y los parámetors K y ε, aplicando la ecuación 26, previamente definido el número de subtramos con la ecuación 32.

Calibrado de los parámetros del método de Muskingum

La determinación tradicional de los parámetros K y ε del método de Muskingum se realiza gráficamente y por tanteos a partir de hidrogramas observados a la entrada y salida del tramo, como se detalla por ejemplo en Linsley *et al.* (1977) y Viessman *et al.* (1977). Tomando en cuenta que la determinación de K y ϵ por el procedimiento gráfico es bastante subjetiva, diversos autores han propuesto métodos matemáticos y hasta de optimización para obtener los parámetros citados. En el modelo que se describe se empleó el método propuesto por Heggen (1984), sin embargo se puede utilizar cualquier otro, como los analizados por Escalante y Raynal (1988).

En general el calibrado de los parámetros del método de Muskingum (subrutina PMUSKIN), rara vez es realizable debido a la escasez de información hidrométrica que se tiene en México y por ello esta parte del modelo no es descrita, pudiéndose consultar en Campos (1987b).

Método de tránsito de avenidas en embalses

Si en la ecuación de continuidad en forma diferencial ($dS/dt = I - 0$), se sustituye la expresión: $S = \alpha h^{\beta}$, que representa el volumen almacenado (S) en el embalse en m³ contra su correspondiente elevación (h) en metros y se efectúan las operaciones, se llega a:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{I - O}{\alpha \cdot \beta \cdot h^{\beta-1}} = \frac{I - QDES(h)}{\alpha \cdot \beta \cdot h^{\beta-1}} \qquad (33)$$

siendo, α y β constantes características de cada vaso (embalse). La expresión anterior es una ecuación diferencial no lineal, cuya solución, Campos (1987b)

propuso obtener numéricamente por medio del método de Runge–Kutta de 4o. orden (Burden *et al.*, 1981). En la ecuación 33, $QDES(h)$ corresponde a la suma de descargas por las estructuras vertedoras, función que se describe posteriormente. Por lo tanto, el planteamiento para obtener el gasto de salida (QS) al final de cada intervalo (i) será:

$$QS_{i+1} = QDES(h_{i+1}) \tag{34}$$

donde

$$h_{i+1} = h_i + \frac{K1 + 2 \cdot K2 + 2 \cdot K3 + K4}{6} \tag{35}$$

siendo

$$K1 = \Delta t \cdot DHT(QE_i, h_{i+1}) \tag{36}$$

$$K2 = \Delta t \cdot DHT[((QE_i + QE_{i+1})/2), (h_i + K1/2)] \tag{37}$$

$$K3 = \Delta t \cdot DHT[((QE_i + QE_{i+1})/2), (h_i + \mathrm{K2}/2) \tag{38}$$

$$K4 = \Delta t \cdot DHT[QE_{i+1}, (h_i + \mathrm{K3})] \tag{39}$$

en las expresiones anteriores, DHT significa ' derivada de h con respecto a t' y por lo tanto, es una función que se evalúa con la ecuación 33. QE es el gasto de entrada medido a la mitad del intervalo (i) que se analiza. NERC (1975b) propuso la siguiente fórmula general, para evaluar el gasto de descarga de cada una de las estructuras vertedoras:

$$O = B \cdot C(h - hz)^X = QDES(h) \tag{40}$$

en la cual

- O = gasto de descarga, en m³/s
- B = coeficiente primario. Para un vertedor de descarga libre es igual a la longitud de cresta y para el caso de un orificio de descarga es igual al producto de su área hidráulica por $\sqrt{2g} = 4.43$
- C = coeficiente secundario. En vertedores de cresta libre tiene variación lineal de C_j a C_{j+1} conforme la carga cambia de h_j a h_{j+1}. En el caso de orificios es igual al coeficiente de descarga.
- h = carga hidráulica en la estructura vertedora, para la cual se calcula el gasto de descarga O, en metros.
- hz = elevación o nivel del agua en el embalse para la cual el gasto de descarga es cero, en metros.
- X = exponente, cuyo valor es igual a 1.50 en el caso de vertedores de cresta libre y de 0.50 para orificios de descarga.

En la subrutina REGUL se obtiene el hidrograma de egresos de un embalse, conocido el de entradas, las constantes características del vaso α y β, la información relativa a las estructuras de descarga y el nivel inicial en el embalse.

Procedimientos y allgoritmos complementarios

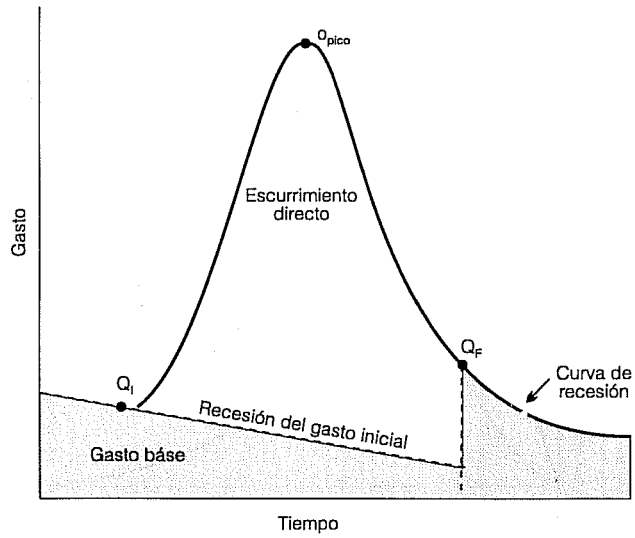
Procedimiento para estimación del gasto base

Con el objeto de incluir los efectos del gasto base en el hidrograma que se estima, se adoptó el procedimiento utilizado por el USACE (1981) en el modelo HEC–1, el cual se muestra en la ilustración 4 y que es función de tres parámetros: Q_I, Q_F y Kr siendo Q_I es el gasto base en el río al inicio del escurrimiento directo, Q_F el gasto total en el cual empieza la curva de recesión del hidrograma que se calcula y Kr la constante de recesión, adimensional. Kr es una característica de los acuíferos de la cuenca hasta el punto de interés. El gasto base se estima por medio de la ecuación propuesta en 1940 por B. S. Barnes (Linsley *et al.*, 1949); esta es:

$$Q = Q_O(Kr)^t \tag{41}$$

en donde, Q_O es igual a Q_I o Q_F, y t es el número de intervalos desde que la recesión fue iniciada. Q_F y Kr

4. Esquema del cálculo del gasto base (USACE, 1981)



se obtienen dibujando en un papel semilogarítmico los gastos observados (escala logarítmica) contra sus tiempos correspondientes. El punto en el cual la curva de recesión comienza a separarse de una línea recta define a Q_F y la pendiente de tal recta es Kr. Campos (1992) presenta mayores detalles sobre la aplicación de la fórmula de Barnes.

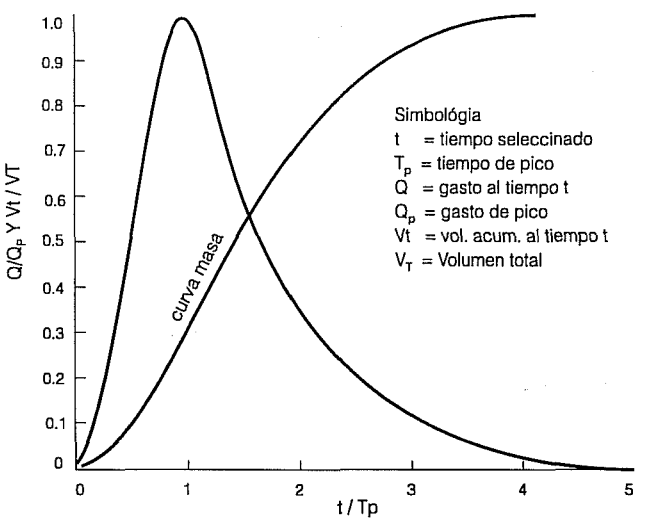
La rama ascendente del hidrograma que se estima es ajustada por gasto base, adicionando al gasto de escurrimiento directo calculado, el gasto de recesión correspondiente. La rama descendente es corregida en igual forma hasta que el gasto del hidrograma que se calcula es menor que Q_F; a partir de tal punto el gasto del hidrograma es evaluado empleando la ecuación 41, hasta llegar a un valor de Q_I, o tener una nueva rama ascendente (hidrograma de doble o múltiples picos). El procedimiento anterior se desarrolló en la subrutina GASBA, la cual quedó incluida como parte de los cálculos de la subrutina CONVOL.

Algoritmo de cálculo del hidrograma unitario sintético

Cuando al discretizar una cuenca, una o varias subcuencas no cuentan con información hidrométrica para calibrar su hidrograma unitario instantáneo, se requiere construir tal hidrograma unitario con ordenadas adimensionales que sumen uno, por lo tanto se puede emplear la curva masa propuesta por el USSCS (1972) mostrada en la ilustración 5. Para ello, primeramente se debe estimar el tiempo de retraso de tal subcuenca T_L (Campos, 1981), en seguida se evalúa el tiempo de pico del hidrograma unitario con la expresión:

$$T_p = \frac{\Delta t}{2} + T_L \qquad (42)$$

5. Hidrograma unitario adimencional y curva masa (USSCS, 1972)



en la cual, Δt es el incremento en horas en que se tiene discretizado el hietograma de lluvia en exceso o duración de la lluvia unitaria. El USSCS (1972) sugiere que el intervalo At no exceda del 25% del T_p, para asegurar un hidrograma de respuesta bien formado y continuo. El hidrograma unitario construido bajo este criterio tiene memoria $M = 5(T_p)/\Delta t$, como se deduce de la ilustración 5. El algoritmo que ejecuta el procedimiento citado para obtener un hidrograma unitario sintético (HUS), fue adaptado de la subrutina UH desarrollada por Verdin y Morel Seytoux (1981) y se designó como subrutina CALHUS.

Procedimientos de construcción de tormentas de diseño

Las tormentas de diseño o hipotéticas son útiles cuando no existe información pluviográfica, o es insuficiente para desarrollar relaciones $I - D - T_r$ confiables. El USACE (1982) y Campos (1987a) han descrito e ilustrado el procedimiento de construcción de una tormenta hipotética, mismo que comienza por seleccionar su duración total y el valor del intervalo, ambos parámetros, en función del tamaño y tipo de subcuenca, y definidos igual a la magnitud del tiempo de concentración y un tercio de este. El tiempo de concentración se define como el periodo necesario para que el escurrimiento de una tormenta fluya desde el punto más alejado de la cuenca de drenaje a la salida de la misma (WMO–UNESCO, 1974). A continuación se obtienen las lluvias correspondientes a los múltiplos del intervalo y periodos de retorno de diseño, lo cual se propone realizar con base en la fórmula de Chen (1983); los valores anteriores se reducen por magnitud de la subcuenca, ya que todas las tormentas son menos intensas entre más área abarcan. Finalmente se obtienen los incrementos de lluvia para cada intervalo y se define su arreglo, que consiste en ubicar el mayor valor en el centro de la tormenta, el segundo en magnitud se coloca adelante y el tercero en seguida del mayor, procedimiento que continúa para los restantes incrementos de lluvia. En la subrutina TORM se desarrolla el procedimiento citado y en la subrutina TORHIP se construyen 8 tormentas hipotéticas una para cada uno de los siguientes periodos de retorno: 2, 5, 10, 25, 50, 100, 250 y 500 años.

Algoritmo de optimación de Rosenbrock

Las técnicas o procedimientos de ajuste buscan minimizar el valor de la función objetivo (FO) por medio de tanteos, en los cuales se alteran los valores de los parámetros. Son tanteos exitosos aquellos que originan una reducción en el valor de la FO. Debido

a que los procedimientos de ajuste buscan el mejor valor de la FO y la correspondiente serie de valores óptimos de los parámetros, son denominados 'métodos de optimización' (Ibbitt y O'Donnell, 1971). Cuando los valores de los parámetros (X_i) están restringidos por consideraciones físicas, debiendo quedar dentro de ciertos límites y la FO a minimizar, dependiente de tales parámetros, es tal que sus derivadas parciales con respecto a X_i no pueden ser obtenidas analíticamente, la optimización se puede efectuar por medio del algoritmo de Rosenbrock (1960), el cual consiste en una búsqueda en el espacio vectorial de n dimensiones, formado por los i ejes ortogonales de los parámetros, ejes que están restringidos a los límites de estos.

El algoritmo de Rosenbrock es un método recursivo que realiza la búsqueda en una serie repetitiva de etapas. Durante cada etapa, el movimiento es realizado a lo largo de cada dirección ortogonal en una serie de incrementos. Un incremento de una longitud arbitraria S_i, es tanteado primeramente, y tratado como un éxito si el nuevo valor de la FO es igual o menor que su magnitud anterior. Entonces, si se obtuvo éxito, el incremento es permitido y Si es multiplicado por $\alpha > 1$; en cambio, si se tuvo falla, el incremento no es permitido y S_i es multiplicado por $-\beta$, con $0 < \beta < 1$ y un nuevo intento es realizado. Los intentos son terminados cuando en cada una de las i direcciones, el último intento exitoso fue seguido por una falla. Entonces, las nuevas direcciones ortogonales que serán utilizadas en la siguiente etapa son definidas.

El hecho de considerar la igualdad en el valor de la función objetivo como éxito, asegura que un éxito sea siempre factible de obtenerse en una dirección, ya que después de repetidas fallas, la longitud S_i llegará a ser tan pequeña, que debido al error de redondeo de los cálculos, puede no causar cambio en el valor de la FO (Clarke, 1973).

El algoritmo computacional del método de Rosenbrock fue tomado del libro de Kuester y Mize (1973), cuya formulación se puede resumir de la manera siguiente: obtener el mínimo de una función multivariada no lineal sujeta a restricciones de desigualdad no lineales, esto es:

$$\text{minimizar:} \quad FO(X_1, X_2, \ldots, X_N)$$
$$\text{sujeta a:} \quad G_k \leq X_k \leq H_k; \qquad k = 1, 2, \ldots, M$$

Las variables implícitas $X_{N+1}, \ldots, X_M$ son funciones dependientes de las variables independientes explícitas $X_1, X_2, \ldots, X_N$. Las restricciones superior e inferior H_k y G_k son, ambas, constantes o funciones de las variables independientes.

Integración de las fases teóricas del modelo

Calibrado, pronóstico y predicción de crecientes en cuencas no discretizadas

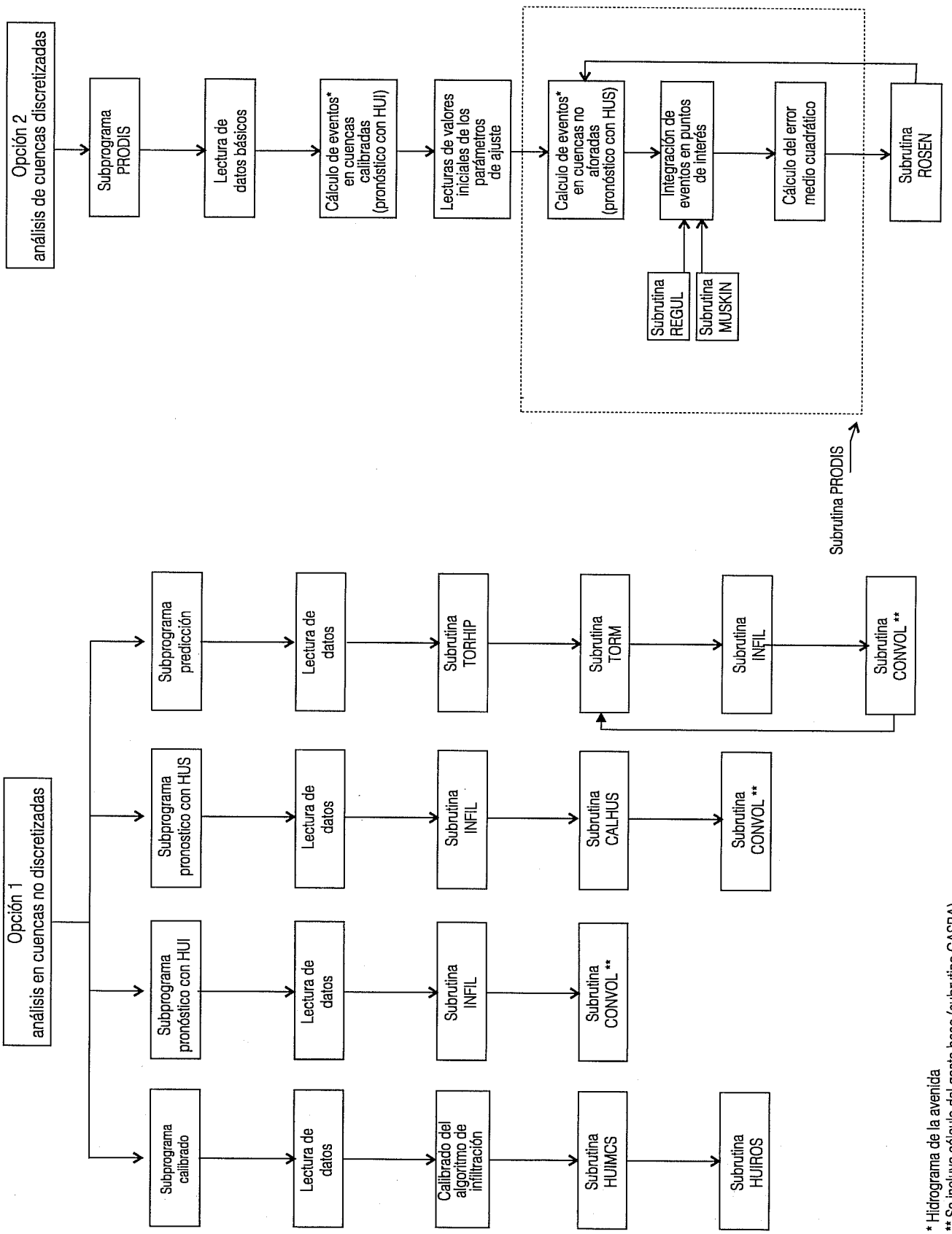
Cuando se procesa información hidrométrica de una cuenca no discretizada la designación de calibrado, comprende la obtención del o de los números N de la curva de escurrimiento y la identificación de uno o varios hidrogramas unitarios instantáneos, según la disponibilidad de eventos. El parámetro N podrá ser relacionado con el estado de saturación de la cuenca, o simplemente con la fecha del evento dentro del año, y respecto al hidrograma unitario deberá de obtenerse uno representativo para tal cuenca (Boorman y Reed, 1981).

La estructura general del programa de cómputo se muestra en la ilustración 6 y en ella el llamado subprograma *CALIBRADO* comienza con la lectura de datos básicos que incluyen el área de cuenca, el valor del incremento de discretización común al hietograma de lluvia ponderado para la cuenca y su correspondiente hidrograma de gasto directo, a los cuales también se puede tener acceso. A partir de esta información se calibra el número N del algoritmo de infiltración, con lo cual queda definido el hietograma de lluvia en exceso, a partir del cual se inicia la identificación del hidrograma unitario instantáneo por medio del método de mínimos cuadrados suavizados; posteriormente, si se juzga necesario, se optimiza su forma por medio de programación no lineal.

Para el subprograma *PRONOSTICO* con hidrograma unitario instantáneo (ver ilustración 6), los datos básicos incluyen: área de cuenca, tiempo de discretización, número N de la curva de escurrimiento estimado, hietograma de lluvia e hidrograma unitario instantáneo calibrado y adoptado para dicha cuenca. Con base en el número N y el algoritmo de infiltración se determina el hietograma de lluvia en exceso, a partir del cual, por convolución con el hidrograma unitario, se obtiene el hidrograma de la avenida que se pronostica.

Para el subprograma *PRONOSTICO* con hidrograma unitario sintético (ver ilustración 6), la lectura de datos básicos incluye, además del hietograma de lluvia, el área de cuenca, el incremento empleado, el número N y el tiempo de retraso de la cuenca. A partir del hietograma de diseño y del número N se evalúa el hietograma de lluvia en exceso por medio del algoritmo de infiltración, posteriormente se estima el hidrograma unitario sintético y finalmente se aplica la convolución para definir el hidrograma de la avenida que se pronostica.

6. Diagrama de bloques de opciones y subprogramas del modelo



* Hidrograma de la avenida
** Se incluye cálculo del gasto base (subrutina GASBA)

Finalmente el subprograma *PREDICCION* con hidrograma unitario instantáneo (ver ilustración 6), es una variante del subprograma anterior, que utiliza como hietograma de lluvia de diseño aquél que se construye con base al criterio de las tormentas hipotéticas.

Pronóstico y predicción de crecientes en cuencas discretizadas

La estructura general del denominado subprograma *PRODIS* (PROnóstico DIScretizado) se muestra en la ilustración 6; para esta subopción del modelo se realizaron las siguientes tres consideraciones simplificatorias: primera, cuando en la cuenca general que se estudia existen subcuencas con información hidrológica, primeramente se efectúa la identificación de ordenadas del hidrograma unitario instantáneo, a través del subprograma *CALIBRADO*; segunda, al aplicar la subrutina *MUSKIN* para transitar las crecientes por los tramos de cauce, se tienen dos parámetros de ajuste K y ϵ, por cada tramo con tránsito; tercera, en las subcuencas que no disponen de información hidrológica, la estimación de sus avenidas se llevó a cabo por medio del subprograma *PRONOSTICO* con hidrograma unitario sintético, requiriéndose entonces como parámetros básicos, el tiempo de retraso de la subcuenca y el número N, el primero se consideró como dato y el segundo como parámetro de ajuste del modelo.

En esta subopción se integran los eventos o crecientes de cada subcuenca del sistema o cuenca general, en los puntos de interés, uno de los cuales es su salida. El subprograma *PRODIS* tiene dos opciones de uso, para calibrado, y para pronóstico y predicción, en ambos casos la integración de eventos se convierte en una simple suma de hidrogramas en los sitios con subcuencas concurrentes y para los puntos de interés ubicados aguas abajo de otro u otros, primeramente se ejecuta el tránsito de la creciente al sitio de interés y posteriormente se suma con la aportada por la o las subcuencas concurrentes.

Cuando el subprograma *PRODIS* se utiliza para calibrado, los parámetros del modelo se modifican por medio del algoritmo de Rosenbrock (subrutina ROSEN) para minimizar la función objetivo, que corresponde al error medio cuadrático entre el hidrograma observado a la salida del sistema y el estimado con la integración de los eventos. El número de parámetros de ajuste del modelo es variable y depende de la configuración del sistema analizado, es decir, del número de subcuencas no aforadas y del número de tramos de cauce con tránsito.

En cambio, cuando el subprograma *PRODIS* se emplea para pronóstico sólo se realiza la primera integración de los eventos, ya que en tal caso los valores iniciales de los parámetros corresponden a los definitivos y entonces no se requiere ejecutar su optimización. Lo anterior hace posible que la subrutina *PRODIS*, que es la que efectivamente integra los eventos de las subcuencas calibradas y de las subcuencas sin aforos, se ejecute sólo la primera vez que se llama, esto es, antes de iniciarse el algoritmo de Rosenbrock. Esta misma opción permite realizar predicciones con el modelo, con sólo cambiar el hietograma de lluvia real por uno de diseño o hipotético, asociado a un determinado periodo de retorno.

Validación y aplicaciones del modelo

Cuencas no discretizadas

Inicialmente se recurrió a probar el modelo, sobre todo el subprograma *CALIBRADO*, con base en los ejemplos de identificación del hidrograma unitario instantáneo que se tienen en la literatura especializada, por ejemplo en Deininger (1969), Singh (1976), y Mays y Taur (1982). Se encontró enorme concordancia entre los hidrogramas unitarios obtenidos por estos autores y los derivados de la aplicación de las subrutinas *HUIMCS* y *HUIROS*. En IMTA (1987) se describen con detalle todas las validaciones del modelo que se realizaron y Campos (1987b) describe las aplicaciones del modelo a 8 cuencas mexicanas no discretizadas, con tamaños que variaron de 4.2 a 7,510.0 km² y cuyas localizaciones cubrieron las zonas áridas y las tropicales lluviosas, como se ilustra en el cuadro 1.

En la ilustración 7 se muestra el contraste entre los hidrogramas unitarios instantáneos obtenidos por mínimo cuadrados y la subrutina *HUIROS*. Lógicamente, en algunas aplicaciones el hidrograma unitario derivado por mínimos cuadrados no requiere que se mejore su forma, tal es el caso mostrado en la ilustración 8. Los resultados de las diversas aplicaciones destacaron la gran excactitud de reproducción del hidrograma de respuesta, es decir, que la definición del hietograma de lluvia en exceso y la identificación del hidrograma unitario instantáneo con su posterior convolución, conduce a estimaciones bastante satisfactorias de la respuesta de la cuenca, incluso en hidrogramas de varios picos, como mostraron Raynal y Campos (1988) para una creciente ocurrida en la estación Cihuatlán, Jalisco. Por otra parte, en IMTA (1987) se pueden consultar las aplicaciones efectuadas con los subprogramas *PRONOSTICO* y *PREDICCION* del modelo.

Cuencas discretizadas

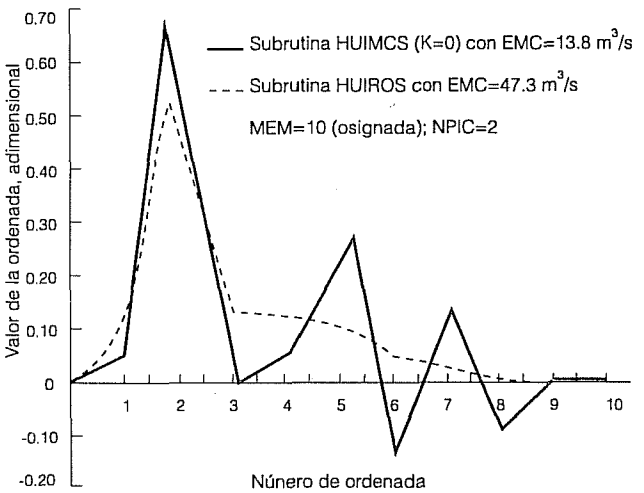
En IMTA (1987) se describen dos aplicaciones a cuen-

1. Características generales de las cuencas analizadas (Campos, 1987b)

Estación hidrométrica	Región hidrológica	Corriente	Estado	Area de cuenca (Km²)	Precipitación media anual (mm)	Tormentas analizadas para: Calibrado	Pronóstico	Observaciones*
Arroyo Sta. Cruz	26+	Arroyo Sta. Cruz	Méx.	4.2	1000	2	1	
Río Mixcoac	26+	Río Mixcoac	Méx.	31.5	1200	2	1*	Con parámetros de gasto base
Caboraca	11	Río La Sauceda	Dgo.	643	450	1	–	
La Estrella	28	Río Usila	Oax.	774	2345	6	1*	Con parámetros de gasto base
Tezocoma	9	Río Quiriego	Son.	901	700	1	–	
Cihuatlán	15	Río Marabasco	Jal.	2028	1400	4*	1*	Se integró una tormenta combinada
Sardinas	36	Río del Oro	Dgo.	4911	575	2	–	
San Bernardo	9	Río Mayo	Son.	7510	850	1*	–	Se procesó con δT = 8 y 4 horas

*Parcial: cuenca del Valle de México

7. HUI identificados en la cuenca de la estación hidrométrica La Estrella, Oaxaca para la toma del 23 y 24 de agosto de 1969



cas discretizadas de U. S. A., la primera denominada Castro Creek cuyos datos fueron tomados de Salas (1981) y la segunda llamada Río Red, corresponde a los datos del ejemplo No. 1 del modelo HEC–1 (USACE, 1981); esta última se describe a continuación. En la ilustración 9 se tienen concentrados los datos generales y los resultados, destacando que la cuenca tiene 5 pluviómetros y un pluviógrafo; a partir de los datos de éstos se construyeron las tormentas ponderadas para cada subcuenca, con intervalo de 15 minutos, en seguida se estimaron los parámetros del gasto base para la cuenca total, mismos que fueron adoptados para todas las subcuencas. Con base en los datos de elevaciones $h(m)$ contra volúmenes almacenados S (m³) en el embalse, se obtuvo una expresión del tipo $S = \alpha h^{\beta}$, citada en la ilustración 9, además de las características de sus estructuras de descarga de acuerdo a la ecuación 40.

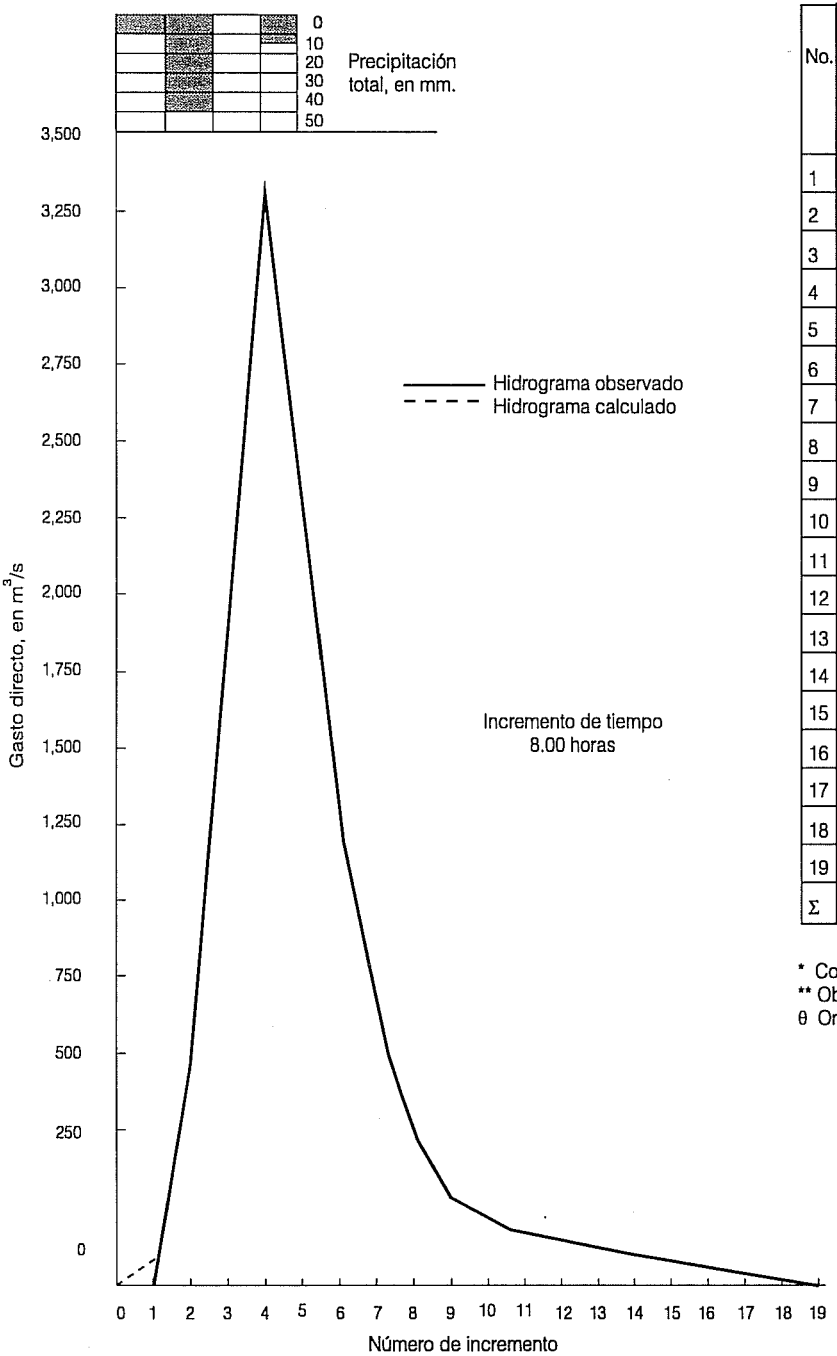
Para las condiciones descritas y las mostradas en la ilustración 9, se aplicó el subprograma *PRODIS*, para calibrar 9 parámetros del modelo, se obtuvieron los resultados que se tienen en la ilustración citada. El error medio cuadrático obtenido en la aplicación del modelo HEC–1 es de 0.524 m³/s (USACE, 1981), valor que es inferior al calculado a través del subprograma *PRODIS* que fue de 2.04 m³/s, lo cual seguramente se debe a que el modelo HEC–1 transita las crecientes en los tramos 1 y 2, con base en las curvas de gasto–volumen almacenado en el cauce, es decir, emplea información de calibrado de los tramos. Además, tal diferencia en los valores del error medio cuadrático se debe a la deficiente reproducción que se hace del primer pico de la avenida, ya que el gasto máximo es simulado muy bien.

Ventajas y limitaciones respecto al uso del modelo

Como ventajas principales del modelo descrito que derivan de su integración conceptual, se pueden citar las tres siguientes:

1. El modelo está formado por procesos cuyas descripciones matemáticas están basadas en parámetros con amplio significado físico, lo cual facilita enormemente su estimación y calibrado, al conocerse sus intervalos de fluctuación.
2. El modelo permite obtener los máximos beneficios de la información disponible, al obtener, por calibrado, los parámetros de los algoritmos utilizados, por ejemplo, en la estimación de la lluvia en exceso, de las ordenadas del hidrograma unitario instantáneo y de los tránsitos en los cauces.
3. Actualmente en México no se dispone de un modelo de simulación hidrológica de eventos, que incluya las ventajas anteriores y que sea realmente accesible a cuencas con escasa información hidrológica, o incluso sin ella, ya que en tal caso se pueden asignar valores a los parámetros del modelo, seleccionados con base en las características

8. Calibrado de la avenida del 28 de Octubre al 3 de Noviembre de 1971, en la estación hidrométrica San Bernardo, del río mayo, Sonora



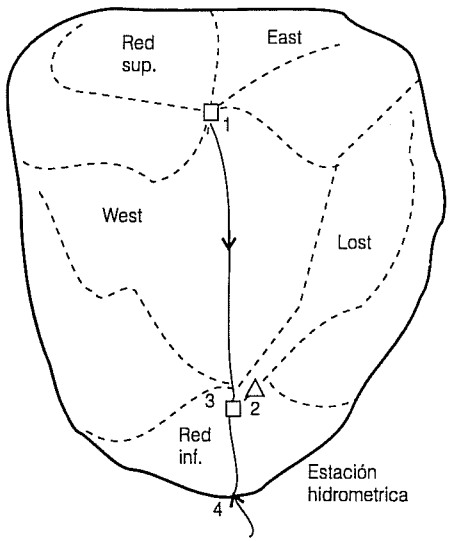
No.	Precipitación, en mm.		Ordenada del HUI*	Hidrogramas del escurrimiento directo, en m^3/s.	
	Total	Exceso		Observado	Calculado**
1	18.5	8.6	0.0115	0.0	26.0
2	41.5	34.1	0.1749	506.7	500.3
3	0.0	0.0	0.3162θ	2,306.7	2,308.6
4	12.6	1.1	0.2101	3,360.0	3,359.6
5			0.0990	2,186.7	2,186.6
6			0.0517	1,106.7	1,106.7
7			0.0349	608.0	608.0
8			0.0241	400.0	400.0
9			0.0146	266.7	266.7
10			0.0110	168.0	168.0
11			0.0094	128.0	128.0
12			0.0075	106.7	106.7
13			0.0068	85.3	85.3
14			0.0042	66.7	66.7
15			0.0036	48.0	48.0
16			0.0028	40.0	40.5
17				26.7	26.5
18				18.7	1.0
19				0.0	0.8
Σ	72.0	43.8	0.9814	———	———

* Correspondiente a mínimos cuadrados
** Obtenido por convolución
θ Ordenado máxima del HUI

Nq=Np+M-1
Nq=4+16-1=19
Inicio de tormenta: día 28 de Octubre de 1971 a las 8:00 horas

Datos tomados del boletín hiodrológico No. 40, tomo III S.R.H., México, D.F. 1975

Datos básicos y parámetros calculados	
Región hidrológica	No. 9
Area de cuenca	7,510.0 Km^2.
No. de curva de encharcamiento	95.6
Tiempo de encharcamiento	0.783 h.
Precipitación en exceso	43.8 mm.
Infiltración total	28.2 mm.
Precipitación	72.0 mm.
Memoria del sistema	16 (calculada)
Error medio cuadrático	7.4 m^3/s.



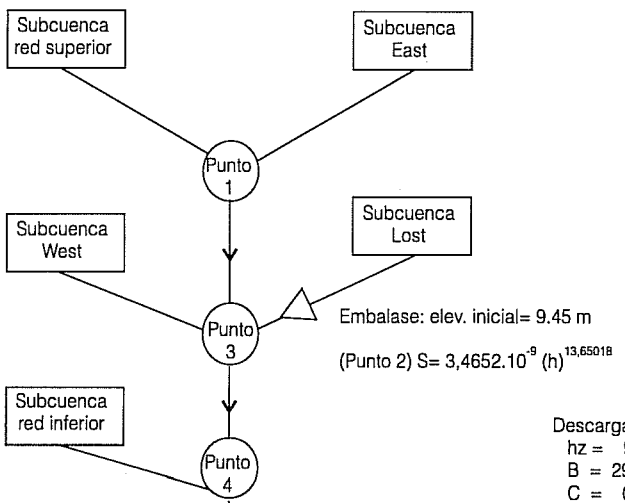
Resultados de la subcuenca:	Precip. En exceso (mm)	te (h)	Tp HUS (h)	M	Tp Q_{MAX} (h)	Tb (h)	QMAX (m3/s)
Red. sup. 3	101.5	0.82	1.09	22	5.0	13.5	22.7
East 1	80.2	1.00	1.43	29	5.3	12.0	12.9
West 2	42.6	1.13	1.06	22	4.8	11.7	10.3
Lost 4	56.2	1.07	0.61	13	4.5	8.0	9.1
Red inf. 5	4.8	1.27	1.16	24	1.8	9.5	0.5

Resumen de resultados del calibrado de parámetros algoritmo de Rosenbrock

Valores iniciales propuestos:
Subcuenca 1 N= 80.0
Subcuenca 2 N= 70.0
Subcuenca 3 N= 75.0
Subcuenca 4 N= 65.0
Subcuenca 5 N= 60.7
Tramo 1-3 ε=0.100; K=1.00 hora
Tramo 3-4 ε=0.200; K= 0.750 hora

Primer valor de la función objetivo = 5.18m^3/s
Resultados de la etapa 3 (final)
Número de evaluaciones de la función objetivo = 207
Valor de la función objetivo alcanzado = 2.040m^3/s
Subcuenca 1 N= 81.2
Subcuenca 2 N= 66.0
Subcuenca 3 N= 93.0
Subcuenca 4 N= 70.3
Subcuenca 5 N= 50.7
Tramo 1-3 ε =0.104; K=1.055 horas
Tramo 3-4 ε =.498; K=1.080 horas

9. Calibrado de parámetros de la cuenca del río Red U.S.A., para la creciente del 12 de Junio de 1968



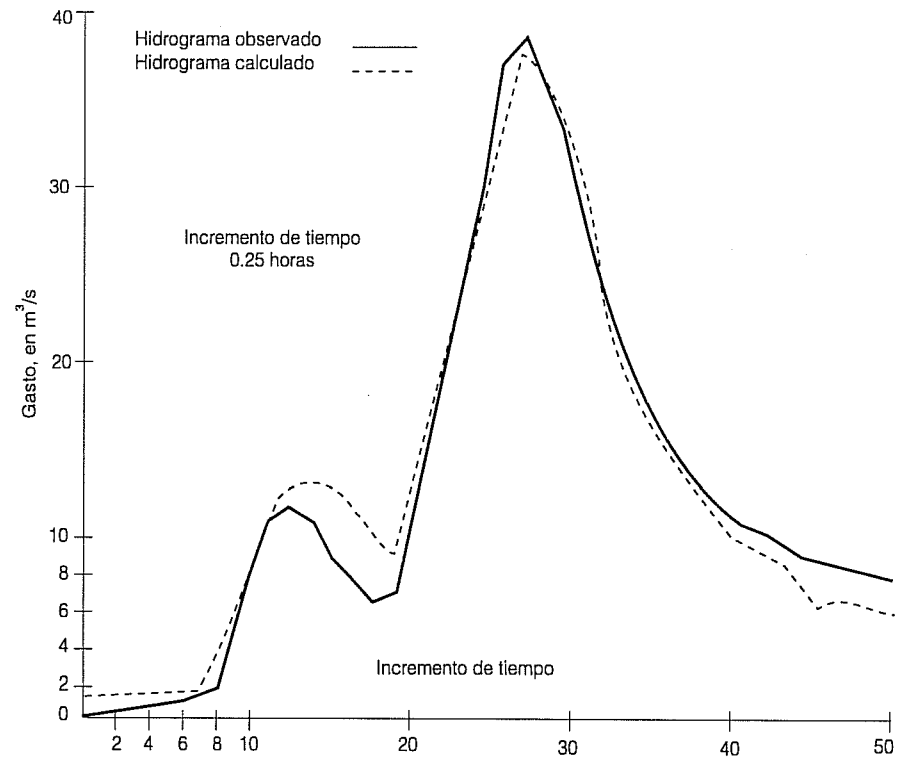
Embalase: elev. inicial= 9.45 m

(Punto 2) S= 3,4652.10^{-9} $(h)^{13,65018}$

Descarga de bajo nivel:
hz = 9.45 m
B = 29.345 m/s
C = 0.60
X = 0.50

Vertedor libre:
hz = 10.91 m
B = 18.29 m
C = 1.491
X = 1.50

Datos de la subcuenca:	A (Km2)	T_L (h)	Precip. Total (mm)
Red superior	2.123	1.47	118.7
East	1,709	1.30	120.3
West	2.071	0.94	126.6
Lost	0.932	0.48	123.9
Red inferior	0.492	1.04	127.9



de los complejos suelo–cobertura y condiciones morfológicas de sus cauces con tránsito.

Definitivamente, las limitaciones que se pueden presentar al aplicar el modelo en una determinada cuenca, son originadas por la escasez de información hidrométrica, y cuando ésta existe, comúnmente no se dispone de pluviógrafo en la cuenca, o se encuentra ubicado en su salida, esto es, en las instalaciones de la estación de aforos. Por lo tanto, en cuencas medianas y grandes, se tiene poca o nula representatividad de las tormentas ocurridas. La escasez de pluviómetros en la cuenca, también constituye una seria limitación, ya que imposibilita la ponderación de la tormenta por subcuencas, o la corrección (transposición) de la curva masa para la cuenca en análisis.

Recomendaciones para hacer extensivo el uso del modelo

En primer lugar, es conveniente desarrollar el programa de cómputo del modelo descrito para computadoras personales, ya que éste fue implantado en lenguaje FORTRAN IV para el sistema Burroughs 7800 de la UNAM. Lo anterior hará accesible el modelo a las instalaciones de capacitación del IMTA, a las instituciones de enseñanza profesional y a los centros de trabajo de las dependencias oficiales, que normalmente cuentan con tales recursos computacionales.

Al disponer del programa de cómputo del modelo, se podrá aplicar exhaustivamente a muy diversas cuencas del país, principalmente en las que cuentan con suficiente información hidrológica, permitiendo efectuar análisis de investigación, como por ejemplo, sobre transposición y trayectoria de tormentas en la cuenca, sobre pronósticos considerando diversos estados de saturación de la cuenca, sobre la sensibilidad y comportamiento del modelo a variadas magnitudes iniciales de los parámetros de ajuste, y sobre el pronóstico de la respuesta a condiciones futuras en la cuenca, que pueden deberse a rectificaciones, encauzamientos, urbanizaciones, apertura de zonas al cultivo, etc. y que lógicamente se reflejan en los valores de los parámetros ϵ y K del método de Muskingum y en el número N de la curva de escurrimiento.

Además, los resultados de la aplicación exhaustiva del modelo permitirán buscar relaciones regionales entre los parámetros del modelo y ciertas características físicas o climáticas de las cuencas, lo anterior orientado a facilitar la aplicación del modelo en cuencas sin aforos (Jarboe y Haan, 1974).

Para que lo anterior sea factible de llevarse a cabo, se sugiere que se publique un documento con la información hidrológica más relevante y confiable de que se disponga en las cuencas del país, información que deberá de estar integrada por los registros pluviométricos, curva masa de la tormenta y el hidrograma de gastos de respuesta, incluyendo la información básica de la cuenca y de los datos relativos a los embalses existentes en ella. El documento en cuestión tendrá por objetivo hacer accesible la información sobre crecientes que se ha acumulado, posterior a la publicación de los últimos boletines hidrológicos y sus actualizaciones, pero sobre todo permitirá que tales datos sean adquiridos a un costo reducido por cada usuario y principalmente de manera expedita.

Lógicamente, a la brevedad posible se recomienda ampliar la red hidrométrica del país, ubicando estaciones de aforos a la entrada de los embalses y en el inicio y final de tramos con planicies de inundación, en las proximidades de las zonas urbanas y a la salida y puntos de interés de cuencas que serán aprovechadas, o que ya lo son. Para el caso del modelo descrito, tales estaciones de aforo deben estar equipadas con limnígrafo para poder definir los hidrogramas de las crecientes, y en sus áreas de drenaje, habrá que instalar pluviómetros y cuando menos un pluviógrafo, para disponer de los hietogramas correspondientes.

Agradecimientos

El autor agradece y destaca la enorme ayuda que recibió de parte del Dr. José A. Raynal Villaseñor durante la formulación y desarrollo del modelo. A la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, se agradece el apoyo y facilidades brindadas para la realización del modelo descrito, en estancia de año sabático.

Revisado: octubre, 1993

Nota

El modelo descrito ha sido designado Modelo DEPFI–IMTA, siglas que proceden de las abreviaturas de las instituciones donde se desarrolló y para la cual fue elaborado; fue formulado en la división de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, para el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.

Referencias

Alexander, L. & Skaggs, W. 1987. 'Predicting Unsaturated Hydraulic Conductivity from Soil Texture', Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Vol. 113, No. 2, pp. 184–197.

Boorman, D.B. & Reed, D. W. 1981. 'Derivation of a Catchment Average Unit Hydrograph'. Report No. 71 of the Institute of Hydrology, The Natural Environment Research Council. Wallingford, England (pp. 50).

Bruen, M. & Dooge, J. C. I. 1984 'An Efficient and Robust Method of Estimating Unit Hydrograph Ordinates'. Journal of Hydrology, Vol. 70, pp. 1–24.

Burden, R. L., Faires, J. D. & Reynolds, A. C. 1981. 'Numerical Analysis'. Chapter 5: Initial–Value Problems for Ordinary

Differential Equations, pp. 180–258. Wadsworth, In. Boston, Massachusetts, U. S. A.

Campos A., D. F. 1981. 'Recopilación de fórmulas empíricas para estimar los tiempos de concentración, de retraso y de pico, en cuencas rurales'. Subidercción Regional Noreste de Obras Hidráulicas e Ing. Agrícola para el Desarrollo rural, S. A. R. H. San Luis Potosí, S. L. P., México (23 páginas).

Campos A., D. F. 1987a. 'Construcción de Tormentas Hipotéticas'. Revista Ingeniería Hidráulica en México, Vol. II, Núm. 2, II Epoca, páginas 11–22.

Campos A., D. F. 1987b. 'Modelo Precipitación–Escurrimiento de Eventos'. Tesis Doctoral presentada en la División de Estudios de Posgrado de la Fac. de Ing. de la U. N. A. M. Ciudad Universitaria, México, D. F. (120 páginas).

Campos A., D. F. 1992. 'Procesos del ciclo hidrológico'. Inciso 8.6: Análisis de Hidrogramas y Anexo D: números de la curva de escurrimiento (N) de los complejos hidrológicos suelo–cobertura del U. S. Soil Conservation Service. Editorial Universitaria Potosina de la U. A. S. L. P. San Luis Potosí, S. L. P., México. 2a. impresión.

Chen, C–L. 1983. "Rainfall Intensity–Duration–Frequency Formulas". Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 109, No. 2, pp. 1603–1621.

Clarke, R. T. 1973. 'A Review of Some Mathematical Models Used in Hydrology, with Observations on their Calibration and Use'. Journal of Hydrology, Vol. 19, pp. 1–20.

Cunge, J. A. 1969. 'On the Subject of a Flood Propagation Method (Muskingum Method) '. Journal of Hydraulics Research, Vol. 7, No. 2, pp. 205–230.

Dawdy, D. R. & Lichty, R. W. 1968. 'Methodology of Hydrologic Model Building'. Vol. 2, pp. 347–355 in the Symp. on Use of Analogue and Digital Computers in Hydrology. Tucson, Ariz., U. S. A. IASH Publication No. 81.

Deininger, R. A. 1969. 'Linear Programing for Hydrologic Analyses'. Water Resources Research, Vol. 5, No. 5, pp. 1105–1109.

Dooge, J. C. I. 1978. 'General Report on Model Structure and Classification'. pp. 1–21 in the Proc. of Symp. on Logistics and Benefits of Using Mathematical Models of Hydrology and Water Resources Systems, edited by A. J. Askew, F. Greco y J. Kindler. Pisa, Italy. Pergamon Press Publication.

Escalante, S., C. A. y Raynal V., J. A. 1988. 'Algoritmos de Estimación de Parámetros del Método de Muskingum: Un Análisis Comparativo'. 10o. Congreso Nal. de Hidráulica, Tomo II, páginas 41–52. Morelia, Michoacán, México.

Farden, D. C. 1976. 'Solution of a Toeplitz Set of Linear Equations'. I. E. E. E. Trans. Antennas & Propag. AP–24, pp. 906–907.

Gray, D. M. y Wigham, J. M. 1970. 'Handbook on the Principles of Hydrology'. Section VIII.6: Flood Routing, pp. 8.47–8.63. Water Information Center Publication. Huntington, New York, U. S. A.

Heggen, R. L. 1984. 'Univariate Least Squares Muskingum Flood Routing'. Water Resources Bulletin, Vol. 20, No. 1, pp. 103–107.

Ibbitt, R. P. & O'Donnell, T. 1971. 'Fitting Methods for Conceptual Catchment Models'. Journal of Hydraulics Division, Vol. 97, No. HY9, pp. 1331–1342.

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA). 1987. 'Manual de Usuario del Modelo Precipitación–Escurrimiento de Eventos DEPFI–IMTA (versión 1987) ' Comisión Nacional del Agua, S. A. R. H. Cuernavaca, Morelos, México (62 pág.).

Jarboe, J. E. & Haan, C. T. 1974. 'Calibrating a Water Yield Model for Small Ungeged Watersheds'. Water Resources Research, Vol. 10, No. 2, pp. 256–262.

Kuchment, L. S. 1967. 'Solution of Inverse Problems for Linear Flow Models'. Soviet Hydrology Select Papers, Vol. 2, pp. 194–199.

Kuester, J. L. & Mize, J. H. 1973. 'Optimization Techniques with Fortran'. Chapter 10: Multivariable Constrained Methods, pp. 367–398. McGraw–Hill Book Co., New York, U. S. A.

Linsley, R. K., Kohler, M. A. & Paulhus, J. L. H. 1949. 'Applied Hydrology'. Chapter 15: Hydrograph analysis, pp. 387–404. McGraw–Hill Co. and Kogakusha Co., Tokyo, Japan.

Linsley, R. K., Kohler, M. A. Y Paulus, J. L. H. 1977. 'Hidrología para Ingenieros, Capítulo 7: Hidrogramas de Crecientes y Capítulo 9: Tránsito de Avenidas. Editorial MacGraw–Hill Latinaomericana, S. A. Bogotá, Colombia. Segunda edición.

Mays, L. W. & Taur, C–K. 1982. 'Unit Hydrographs Via Nonlinear Programing'. Water Resources Research, Vol. 18, No. 4, pp. 744–752.

McCuen, R. H., Rawls, W. J. & Brakensiek, D. L. 1981. 'Statistical Analysis of the Brooks–Corey and the Green–Ampt Parameters Across Soil Textures'. Water Resources Research, Vol. 17, No. 4, pp. 1005–1013.

Morel–Seytoux, H. J. 1978. 'Derivation of Equations for Variable Rainfall Infiltration'. Water Resources Research, Vol. 14, No. 4, pp. 561–568.

Morel–Seytoux, H. J. 1979. 'Analytical Results for Prediction of Variable Rainfall Infiltration'. HYDROWAR PROGRAM, Engineering Research Center, Colorado State University. Fort Collins, CO., U. S. A.

Morel–Seytoux, H. J. 1981. 'Application of Infiltration Theory for the Determination of Excess Rainfall Hyetograph'. Water Resources Bulletin, Vol. 17, No. 6, pp. 1012–1022.

Morel–Seytoux, H. J. & Khanji, J. 1974. 'Derivation of an Equation of Infiltration'. Water Resources Research, Vol. 10, No. 4, pp. 795–800.

Morel–Seytoux, H. J. & Sanders, T. G. 1980. 'Abstractions, Excess Rainfall and Direct Runoff'. Chapter 3 in the book: Hydrology for Transportation Engineers edited by T. G. Sanders. Federal Highway Administration, U. S. Department of Transportation. Washington, D. C., U. S. A.

Morel-Seytoux, H. J. & Verdin, J. P. 1983. "Correspondence Between the SCS CN and Infiltration Parameters (K,Sf)". Prc. of ASCE Sepecialíty Conference on: Advances in Irrigation and Drainage: Surviving External Pressures. J. Borelle, V. r. Hasfurther y R. D. Burman, Co-editors. Jackson, Wyoming, U. S. A.

Natural Environment Research Council (NERC). 1975a. "Flood Studies Report". Volume III: Flood Routing Studies. London, England (76 pp.).

Natural Environment Research Council (NERC). 1975b. "Flood Studies Report". Volume I: Hydrological Studies. London, England (550 pp.).

Newton, D. W. & Vinyard, J. W. 1967. 'Computer Determined Unit Hydrograph from Floods'. Journal of Hydraulics Division, vol. 93, No. HY5, pp. 219-235.

Porter, J. W. & McMahon, T. A. 1971. 'A Model for the Simulation of Streamflow Data From Climatic Records' Journal of Hydrology, Vol. 13, pp. 297-324.

Raudkivi, A. J. 1979. 'Hydrology. An Advanced Introduction to Hydrological Process and Modelling'. Chapter 8: Flood Routing, pp. 242-290. Pergamon Press, Oxford, England.

Rawls, W. J., Brakensiek, D. L. & Miller, N. 1983. 'Green-Ampt Infiltration Parameters from Soil Data'. Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 109, No. 1, pp. 62-70.

Raynal V., J. A. 1985. 'Identificación de Ordenadas del Hidrograma Unitario Instantáneo'. XI Congreso de la Academia Nacional de Ingeniería, páginas 90-94. San Luis Potosí, S. L. P., México.

Raynal V., J. A. y Campos A., D. F. 1988. 'Modelo Precipitación-Escurrimiento de Eventos'. 10o. Congreso Nal. de Hidráulica, Tomo II, páginas 531-542. Morelia, Michoacán, México.

Rosenbrock, H. H. 1960. 'An Automatic Method of Finding the Greatest or Least Value of a Function'. Computer Journal, Vol. 3, pp. 175-184.

Salas, J. D. 1981. 'Computer Watershed Modeling in Hydrology'. Homework No. 7, CE696C. Civil Engineering Department, Colorado State University. Fort Collins, CO., U.S.A. (7 pp.).

Singh, K. P. 1976. 'Unit Hydrographs -A comparative Study'. Water Resources Bulletin, Vol. 12, No. 2, pp. 381-392.

Skaggs, R. W. & Khaleer, R. 1982. 'Infiltration'. Chapter 4 in the book: Hydrologic Modeling of Small Watersheds, edited by C. T. Haan, H. P. Johnson and D. L. Brakensiek. An ASAE Monograph No. 5. St. Joseph, Michigan, U.S.A.

Sokolov, A. A., Rantz, S. E. & Roche, M. 1976. 'Floodflow Computation. Methods Compiled for World Experience'. Chapter 5: Methods of Developing Desing-Flood Hydrographs, pp. 161-219. Studies and Reports in Hydrology No. 26. The UNESCO Press, Paris, France.

United States Army Corps of Engineers (USACE). 1981. 'HEC-1. Flood Hydrograph Package. Users Manual'. Section 3: Rainfall-Runnoff Simulation and Section 12: Example Problems. The Hydrologic Engineering Center, Davis, C. A., U. S. A.

United States Army Corps of Engineers (USACE). 1982. 'Hydrologic Analysis of Ungaged Watersheds Using HEC-1'. Appendix A: Procedures for Developing Synthetic Precipitation Data. Training Document No. 15. The Hydrologic Engineering Center, Davis, CA., U. S. A.

United States Soil Conservation Service (USSCS). 1972. 'National Engineering Handbook, Section 4: HYDROLOGY'. Chapter 16: Hydrographs. U. S. Department of Agriculture, Washington, D. C., U. S. A.

Verdin, J. P. & Morel-Seytoux, H. J. 1981. "User's Manual for XSRAIN a Fortran IV Program for Calculation of Flood Hydrographs for Ungaged Watersheds". Federal Highway Administration, Environmental Division, Washington, D. C., U. S. A.

Viessman, W., Knapp, J. W., Lewis, G. L. & Harbaugh, T. E. 1977. "Introduction to Hydrology". Chapter 4: Streamflow and Chapter 7: Hydrologic and Hydraulic Routing. Harper & Row Publishers, New York, U. S. A. Second edition.

World Meteorological Organization (WMO). 1975. "Hydrological Forecasting Practices". Operational Hydrology Report No. 6, WMO-No. 425. Geneva, Switzerland.

World Meteorological Organization (WMO). 1983. 'Guide to Hydrological Practices'. Volume II: Analysis Forecasting and other Applications. WMO-No. 168. Geneva, Switzerland.

World Meteorological Organization / United Nations Educational Scientific and Cultural Organization (WMO-UNESCO). 1974. 'Glosario Hidrológico Internacional'. WMO/OMM/BMO-No. 385. Secretaría de la Organización Meteorológica Mundial. Ginebra, Suiza. Primera edición (393 páginas).

Abtract

Campos, D.F. "A Deterministic Mathematical Model to Forecast Floods in Rural Basins", Hydraulic Engineering in Mexico (in Spanish), Vol. IX, Num. 1 pages 43 – 62, January–April, 1994.

The fundamental ideas about the hydrological warnings and forecast are given at the beginning, with a general description of the mathematical models. These are the framework to the brief presentation of general characteristics of the described model. The infiltration process and the simulation algorithm are related in detail, including the proposed approach for their calibration. The unit hydrograph concept and the mathematical formulation are also given, with the ordinates identification techniques by least squares and non–linear programming. The watersheds subdivision is justified and the necessity of hydrologic routing of floods in reservoirs and rivers is emphasized; the algorithms used in the model are described. Lastly, the estimation procedures of base flow, synthetic unit hydrographs, hypothetical storms and multivariable constrained non–linear optimization algorithm are described. All the above are the theoretical aspects of the model; their integration, validation an applications in complete and subdivided watershed are related in detail. The main advantages and limitations of the model are given, in relation to their extensive use. Suggestions are made to adapt this type of deterministic hydrological tool for use in Mexico.

Key words: modeling, forecasting, floods infiltration, unit hydrographs, subasins, optimization.