

Modelo de optimización en granjas considerando cultivos de secano

Ariosto Aguilar Chávez
Nahun Hamed García Villanueva

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua

Cuando se presenta un déficit de agua que impide alcanzar el máximo rendimiento de un cultivo, se sigue, normalmente, una política de planificación del riego que consiste en reducir la superficie cultivable proporcionalmente a la disminución del agua y, de esta manera, mantener inalteradas las láminas de riego. En este trabajo se propone una metodología que permite establecer una política alterna en la que se determinan las láminas de riego que se deben asignar en casos de sequía para obtener la máxima rentabilidad, por superficie cultivada, en relación al volumen de agua disponible para el riego.

Palabras clave: optimización, riego, planificación, economía, eficiencia de riego, plan de riego, manejo de granjas.

Introducción

La planificación de la distribución del agua de riego se puede mejorar considerando la relación entre el caudal que se asigna a los cultivos y la producción. La relación funcional se puede deducir a partir de experimentos realizados bajo diferentes dotaciones (English, 1990).

Es necesario calcular cada vez con mayor precisión el potencial y la capacidad de uso de los recursos hídricos, con el fin de equilibrar y regular la competencia, muchas veces conflictiva, que por su aprovechamiento se presenta entre la población —en constante crecimiento y mejora de sus niveles de vida— y los ramos industrial, energético, recreativo y ecológico (García y Aguilar, 1991).

En los años con poca precipitación y ante una menor disponibilidad del recurso, la planificación de riego se limita a reducir la superficie cultivable proporcionalmente a la disminución del volumen de agua y a satisfacer los requerimientos normales para cada hectárea. Este criterio resulta inadecuado ya que cuando los volúmenes almacenados son menores los costos de irrigación se incrementan (English, 1982) (García y

Aguilar, 1992) (Aguilar, 1993). Así lo han comprendido, de tiempo atrás, los agrónomos especialistas en riego, los economistas y los ingenieros (USBR, 1987).

Hace más de setenta años, Clyde, Gardner e Israelson (Steward y Hagan, 1973) llevaron a cabo experimentos con alfalfa, trigo, papas y remolacha, y encontraron relaciones funcionales entre la producción y la lámina de riego asignada. Estas funciones indican que la producción parte de un valor hasta encontrar un máximo, y luego decrece cuando se incrementa la dotación de agua aplicada por el riego. De esta manera demostraron que la ganancia es máxima a un nivel menor al nivel que se asocia a la producción máxima, este nivel depende de la forma en que responde el cultivo al déficit de agua, de los costos relativos del agua y de los de los insumos. Cuando el recurso es escaso y la producción del cultivo es necesaria, se debe buscar la máxima ganancia a máxima eficiencia en el uso del agua, o sea, máxima producción por unidad de agua.

En 1967 Steward y Hagan (1973) iniciaron un estudio de las relaciones entre la producción de los cultivos y el agua, y los factores que influyen en ellas. Estos factores pueden ser catalogados en términos de sus efectos:

- Efecto del agua: Influye en la evapotranspiración y en todos aquellos aspectos relacionados con el nivel de la eficiencia del riego, que se llevan a cabo al momento de estimar la lámina infiltrada sobre una superficie irrigada.
- Efecto del agua y la producción: Influye en la eficiencia del riego al momento de hacer la programación y de aplicar la lámina.
- Efecto de la producción: Influye en el uso del agua para logra una mayor producción.

Entre todos estos efectos, el del agua agrupa a los factores más limitantes de la producción y las ganancias de una zona regable.

El comportamiento de un cultivo durante su ciclo vegetativo se ve afectado por una serie de variables, principalmente la dotación de agua, que norman su desarrollo. La forma y la cantidad en que el recurso es administrado, repercuten significativamente en el crecimiento del cultivo y por lo tanto en su producción.

Funciones de producción

Las funciones de producción representan la respuesta productiva de los cultivos en relación a la cantidad de agua que se les asigna a lo largo de su periodo vegetativo (English, 1989).

Por otra parte la periodicidad con que se asigna la dotación volumétrica también influye en la producción del cultivo (Singh *et al.*, 1987). Las funciones de producción se obtienen manteniendo un mismo sistema de riego y los insumos que se suministran al cultivo se dosifican en forma similar para cada dotación de agua. Los insumos más comunes son, entre otros: fertilizantes, herbicidas y manejo del suelo.

Los valores extremos en los que el cultivo puede reaccionar al volumen total de agua suministrado, quedan establecidos entre un rendimiento nulo, en el caso en que el déficit de humedad para el cultivo en una etapa del periodo vegetativo llegue al punto de marchitez permanente, y un valor mayor que cero para el caso opuesto en que al cultivo se le puede suministrar un volumen tal que la planta se encuentre inundada una cantidad de tiempo que no permita tener un desarrollo normal hasta la época de cosecha.

Entre estos casos que no se piensan proponer como una política posible de asignación de dotaciones se tiene que la rentabilidad por volumen asignado de recurso agua es nulo, entonces, como ya se mencionó, el valor que tiene la producción en función R_v de lámina aplicada D_v tiene un valor mayor que cero.

$$R_v > 0 \quad (1)$$

Pero a su vez el valor de este rendimiento queda delimitado por la dotación de agua que se le aporta a cada cultivo D_v , entonces:

$$R_v = f(D_v) \quad (2)$$

En diversas publicaciones se presentan resultados, con respecto al rendimiento en función del agua aplicada a un cultivo (Singh, *et al.*, 1987) (Jasso, I.M., 1988) (Jasso, I.W., 1988) (Cuenca, 1989), que se pueden correlacionar para obtener una curva que permita calcular el rendimiento de un cultivo para diferentes dotaciones de agua. Uno de los modelos propuestos de regresión se basa en la siguiente formula:

$$R_v = a_1 + a_2 D_{v1} + a_3 D_{v2} + \dots + a_n D_{vn} + b_1 D_{v1}^2 \quad (3)$$

Con este modelo se puede considerar que se tenga una dotación diferente para diferentes periodos del ciclo vegetativo $D_{v1}, D_{v2}, D_{v3}, \dots, D_{vn}$, o que simplemente se considere la dotación global para todo el periodo del ciclo vegetativo D_v .

En busca de una adecuada regresión se ha visto (Cuenca, 1989) que un polinomio de segundo grado da una aproximación suficientemente buena.

$$R_v = a_v + b_v D_v + c_v D_v^2 \quad (4)$$

Para obtener esta ecuación, una vez que se cuenten con los datos experimentales de la dotación global suministrada al cultivo y su correspondiente rendimiento, se aplica la técnica de regresión por mínimos cuadrados y se determinan los valores de a_v , b_v y c_v para cada uno de los cultivos que se siembran en la región.

Evaluación del rendimiento relativo

Los efectos del déficit hídrico sobre el rendimiento de los cultivos pueden estimarse utilizando expresiones como las propuestas por la Organización de la Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación, FAO por sus siglas en inglés, (FAO-33, 1970).

$$\frac{R_v}{R_m} = 1 - K_y \left(1 - \frac{Et_v}{Et_m} \right) \quad (5)$$

en donde K_y , es el coeficiente de rendimiento que depende del tipo de cultivo, adimensional; Et_m , es la evapotranspiración máxima con la cual se obtiene el rendimiento máximo R_m , en cm; Et_v , es la evapotranspiración para el rendimiento R_v , en centímetros.

$$\frac{R_v}{R_m}$$

es la relación del rendimiento relativo de cada cultivo, adimensional.

Si se considera A_s como el volumen de agua disponible por unidad de superficie de suelo procedente del proceso de almacenamiento de las precipitaciones anteriores a la iniciación del periodo vegetativo del cultivo; P_e , la precipitación efectiva durante el mismo periodo; $[NO-ET]$ (USBR, 1987) como los volúmenes de agua que no son utilizados por el cultivo: volumen percolado por debajo de la profundidad radicular, volumen de escurrimiento y columna de agua que se pierde por evaporación directa, el valor de la demanda de riego correspondiente a Et_m resulta ser:

$$D_m = Et_m - A_s - P_e + [NO - ET] \quad (6)$$

Por otra parte se puede considerar que cuando el agua suministrada al cultivo D_v es inferior a la demanda máxima, la evapotranspiración que se produce es:

$$Et_v = D_v + A_s + P_e - [NO - ET] \quad (7)$$

De la expresión anterior se cumple entonces la siguiente relación.

$$D_v = Et_v - A_s - P_e + [NO - ET] \quad (8)$$

Despejando Et_m de la ecuación 6 y remplazando la expresión resultante junto con la 7 en la 5 y considerando que el cambio del valor del término $[NO-ET]$ es despreciable, entonces resulta:

$$\frac{R_v}{R_m} = 1 - K_y \left(\frac{D_m - D_v}{Et_m} \right) \quad (9)$$

Si se designa como déficit hídrico D_h a la diferencia $D_m - D_v$, la ecuación 9 se puede expresar como:

$$\frac{R_v}{R_m} = 1 - K_y \left(\frac{D_h}{Et_m} \right) \quad (10)$$

Con esta expresión se establece una relación entre el rendimiento relativo del cultivo y el déficit hídrico, pero por el comportamiento de los resultados experimentales es apropiado modificar la ecuación 10, agregando el término cuadrático a la misma.

$$\frac{R_v}{R_m} = 1 - K_{y1} \left(\frac{D_h}{D_m} \right) - K_{y2} \left(\frac{D_h}{D_m} \right)^2 \quad (11)$$

En ésta relación modificada, los coeficientes K_{y1} y K_{y2} siguen siendo coeficientes empíricos que dependen del rendimiento del cultivo y que se obtienen de los parámetros de la correlación a_v , b_v , y c_v y por desarrollo algebraico son:

$$K_{y1} = - \frac{(b_v + 2c_v D_m)}{R_m} \quad (12)$$

$$K_{y2} = \frac{c_v}{R_m} \quad (13)$$

En esta forma se considera que R_v tiene una relación cuadrática con D_v :

$$R_v = a_v + b_v D_v + c_v D_v^2 \quad (14)$$

en donde:

$$a_v = R_m [1 + K_{y1} D_m + K_{y2} D_m^2] \quad (15)$$

$$b_v = - K_{y1} R_m - 2 R_m K_{y2} D_m \quad (16)$$

$$c_v = K_{y2} R_m \quad (17)$$

Para la determinación de las variables que intervienen en la función de producción se deben seguir las indicaciones siguientes:

- La curva de la relación dotación *versus* rendimiento $D_v - R_v$, se debe obtener en parcelas ubicadas en la zona de riego por estudiar. Estos experimentos incluyen la obtención del punto de rendimiento máximo *versus* rendimiento máximo $D_m - R_m$, ya que corresponde al caso en que se proporciona la dosis de riego que satisface la dotación máxima a ET_m .
- Los coeficientes K_{y1} y K_{y2} se obtienen por medio de correlación por mínimos cuadrados, entre los valores del rendimiento relativo R_v/R_m y la razón D_h/D_m determinados en el inciso anterior.

Modelo de optimización

Se plantea un modelo que permite optimizar el uso del agua en una pequeña explotación que tiene una dotación ya establecida, pero en este caso se presenta una época de escasez (Aguilar, 1993).

La parte conceptual del modelo se basa en que existe una superficie por explotar, pero en este caso se presenta un déficit de agua para regadío y se piensa

sembrar la superficie de secano sobrante. Si se puede dar un déficit hídrico al cultivo en regadío, este deberá comprender la superficie con déficit y, además, determinar la parte de secano, de tal modo que se logre la ganancia máxima.

La función objetivo queda planteada de la forma siguiente

$$Z = [\$_r R_{vr} - C_{pr} - C_w D_v] A_{vr} + [\$_s R_{vs} - C_{ps}] [A_m - A_{vr}] \quad (18)$$

en donde:

- Z ; ganancia total de irrigación y secano [N\$]
- $\$_r$; costo en el mercado del producto de regadío [N\$/ton]
- R_{vr} ; rendimiento del cultivo de irrigación [ton/ha]
- R_{vs} ; rendimiento del cultivo de secano [ton/ha]
- $\$_s$; costo en el mercado del producto de secano [N\$/ton]
- A_{vr} ; área de regadío [ha]
- A_m ; área total [ha]
- A_{vs} ; área de secano [ha]
- C_{pr} ; costo de los insumos del cultivo de regadío [N\$/ha]
- C_{ps} ; costo de los insumos del cultivo de secano [N\$/ha]
- C_w ; costo del agua de regadío [N\$/m³]
- D_{vr} ; dotación en lámina aplicada al cultivo de regadío [cm]

El área de regadío por cultivar, se puede expresar en función del volumen disponible y la dotación por unidad de superficie:

$$A_{vr} = \frac{V_v}{D_v} \quad (19)$$

Sustituyendo la ecuación 4 y 18 en 17

$$Z = \frac{V_v}{D_v} \left[\$_r (a_v + b_v D_v + c_v D_v^2) - C_{pr} - C_w D_v \right] + [\$_s R_{vs} - C_{ps}] \left[A_m - \frac{V_v}{D_v} \right] \quad (20)$$

para tomar en cuenta el faltante en la lámina por aplicar al cultivo:

$$V_v = \phi V_m \quad (21)$$

Además la ecuación 21 al sustituirse en 20 y desarrollando

$$Z = \phi V_m \left[\$_r \left[\frac{a_v}{D_v} + b_v + c_v D_v \right] - \frac{C_{pr}}{D_v} - C_w - \$_s \frac{R_{vs}}{D_v} - \frac{C_{ps}}{D_v} \right] + A_m [\$_s R_{vs} - C_{ps}] \quad (21)$$

Si derivamos con respecto a la dotación D_v e igualando cero

$$\frac{dz}{dD_v} = \frac{d}{dD_v} \left[\phi V_m \left[\$_r \left[\frac{a_v}{D_v} + b_v + c_v D_v \right] - \frac{C_{pr}}{D_v} - C_w - \$_s \frac{R_{vs}}{D_v} - \frac{C_{ps}}{D_v} \right] \right] = 0 \quad (22)$$

Y despejando D_v de la ecuación 22

$$D_{vop} = \sqrt{\frac{\$_r a_v - C_{pr} - \$_s R_{vs} + C_{ps}}{\$_r c_v}} \quad (23)$$

y para determinar el déficit hídrico por aplicar al cultivo se tiene:

$$D_h = D_m - D_v \quad (24)$$

para calcular el área de regadío por implantar se puede determinar partiendo de la ecuación 20.

$$A_{vop} = \frac{\phi V_m}{D_{vop}} \quad (25)$$

El área de secano se calcula de la relación:

$$A_{vs} = A_m - A_{vop} \quad (26)$$

Ejemplo:

Se tiene una explotación en una región con la suficiente precipitación para establecer la explotación de secano, se eligió la región de Jerez, Zacatecas y se implantó una explotación de maíz de regadío y secano.

La función de producción que se adoptó, tiene un rango de validez de $0.5 D_m < D_m < 1.1 D_m$ y fue obtenida en Lerdo, Durango por el Centro Nacional de Investigación Disciplinaria en la Relación Agua Suelo Planta Atmósfera, CENID-RASPA, en el distrito 017 de la comarca lagunera (IMTA-CENID-RASPA, 1993) y se adoptó como hipótesis de trabajo: *la respuesta de la función de producción entre Lerdo, Durango y Jerez, Zacatecas, sólo se ve influida por la diferencia en la precipitación efectiva entre los dos sitios* (Aguilar y García, 1993).

Entonces se plantea un problema de una pequeña finca de 20 ha. sembradas con maíz, se cuenta con un déficit del 40% en la fuente de alimentación, entonces los datos de partida son los siguientes:

Modelo de manejo de granja de regadío y secano

Área A_m (ha) =	20
Volumen V_m (m^3) =	111206
Cultivo :	maíz
Fecha de siembra =	15 de abril
Evapotranspiración Et_m (cm) =	79.42
Dotación máxima D_m (cm) =	55.603
Rendimiento máximo R_{mr} (ton/ha) =	7.477
Rendimiento por secano R_{vs} (ton/ha) =	2.5
Precipitación efectiva P_e (cm) =	23.817
Costo del producto en el mercado $\$$, y $\$$ (N\$/ton) =	715
Costo de los insumos regadío C_{pr} (N\$/ha) =	974
Costo de los insumos de secano C_{ps} (N\$/ha) =	584.4
Costo del agua C_w (N\$/ m^3) =	0.07
Función de producción =	$R_v v = -.56143 + .289152 D_v - 0.0026 D_v^2$
Déficit ϕ =	0.4
Cálculo de la dotación óptima D_{vop} (cm) =	37.24
D_{vop}/D_m (%) =	66.98
Déficit hídrico D_h (cm) =	18.36
D_h/D_m (%) =	33.02
Área de regadío por sembrar $A_{vop r}$ (ha) =	17.92
$A_{vop r}/A_m$ (%) =	89.58
Volumen útil V_v (m^3) =	66723.60
V_v/V_m (%) =	60.00

Rendimiento de regadío

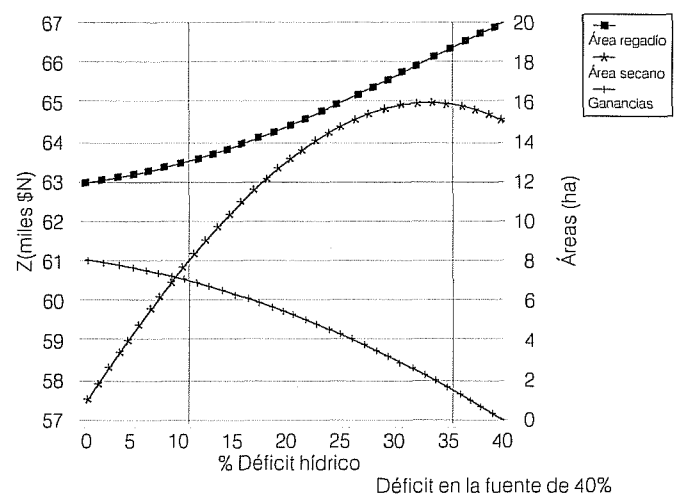
R_{vr} (ton/ha) =	6.60
R_{vr}/R_{mr} (%) =	88.29

- A Ganancia para máximo rendimiento sin déficit, sembrando 20 ha de maíz de regadío: N \$79 656.68
- B Ganancia para máximo rendimiento con déficit en la fuente, sembrando 12 ha de maíz de regadío y 8 ha de secano: N\$ 47 794.01
- C Ganancia óptima con déficit en la fuente, aplicando déficit hídrico al cultivo de regadío, sembrando 17.92 ha de maíz y 2.08 ha de secano: N\$ 64 946.12
- Índice de rentabilidad aplicando déficit hídrico ($C/A \cdot 100$): 81.53%
- Índice de rentabilidad sin aplicar déficit hídrico ($B/A \cdot 100$): 60.00%
- Incremento de ganancia con déficit y sin déficit $[(1-B/C) \cdot 100]$: 26.40%

Es importante subrayar que el óptimo de la función objetivo no es implantar toda la superficie bajo déficit hídrico, sino combinar una parte de la granja bajo regadío que tiene déficit hídrico, con otra que tiene cultivo de secano.

En la ilustración 1 se observa el comportamiento de la función objetivo para diferentes condiciones de déficit en la fuente, también se muestra, el comportamiento de las dos partes de la función objetivo; la puesta bajo déficit hídrico del cultivo de regadío, y la parte de la superficie de secano.

1. Ganancia del sistema para diferentes valores de déficit hídrico



Conclusiones

Recibido: enero, 1995

Aprobado: marzo, 1995

Con la presentación del modelo de optimización de granjas, se muestra una forma de utilizar las funciones de producción para pequeñas extensiones. Estas herramientas pueden ser determinantes para hacer un mejor uso de una explotación al momento de presentarse una situación de sequía.

El uso del modelo de optimización en granjas aplicando déficit hídrico puede ser utilizado en cualquier escenario. Ya sea que no se cuente con la dotación normal al momento de presentarse una sequía, o con la finalidad de incrementar las ganancias globales netas de una explotación, aún con limitaciones de agua pero con excedente de tierra, incrementado la superficie de cultivo aplicando déficit hídrico al cultivo que se piense implantar.

El uso de déficit hídrico para una explotación se debe aplicar con una frecuencia tal que no presente problemas por el incremento de sales en suelo provocado por una menor dotación de agua en todo el ciclo vegetativo y por un lavado inadecuado de suelos. Una forma de solución es el riego de lavado aplicado cada ciclo agrícola y contar con registros del valor de la conductividad eléctrica del suelo. En caso de no conocer el comportamiento del suelo por el incremento en la acumulación de sales, habrá que seguir la estrategia de aplicar la técnica de déficit hídrico de cada tres a cinco años, dependiendo de la calidad del agua de riego, así como de la magnitud de la concentración de sales.

Si no se lleva a cabo un estudio minucioso del manejo de sales en el suelo el uso de una política de déficit hídrico puede resultar contraproducente en la rentabilidad global del sistema.

Es muy importante señalar que en el modelo de optimización en granjas, se plantea que la rentabilidad del cultivo de secano tiene un valor que se determinó como si se tratara de un cultivo de regadío y el volumen de agua dotado fuera la precipitación efectiva de la media histórica del sitio.

El valor real de la rentabilidad del cultivo de secano es una variable estocástica que depende de la precipitación que se pueda presentar en el año de la siembra, lo cual es difícil determinar con precisión. Para actuar con seguridad ante cualquier evento de sequía se recomienda aplicar el modelo de asignación en granjas sin cultivo de secano y la superficie sobrante sembrarla de secano. En todo caso, habrá que presuponer una ganancia mínima probable para el cultivo de secano.

Referencias

- Aguilar, A. y N.H., García. *Necesidades hídricas de los cultivos NEC-HID v.2.0*, Cuernavaca, México, Publicación interna IMTA, 1993.
- Aguilar, A. *Política de asignación de dotaciones bajo condiciones de déficit hídrico*, Tesis de Maestría en Ingeniería Hidráulica, Universidad Nacional Autónoma de México, México, 1993.
- Cuenca, H. R., *Irrigation System Design an Engineering Approach*, New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1989.
- English, M., *Deficit Irrigation. I: Analytical Framework*, Journal of Irrigation and Drainage Division ASCE, Vol. 116, No. 3, pp. 399-411, USA, 1990.
- English, M. J. y B., Nakamura. *Effects of Deficit Irrigation and Irrigation Frequency on Wheat Fields*, Journal of Irrigation and Drainage Division ASCE, Vol. 115, No. 2, pp. 172-184, USA, 1989.
- English, M. J. y G.S., Nuss. *Designing for Deficit Irrigation*, Journal of Irrigation and Drainage Division ASCE, Vol. 108, No. IR2, pp. USA, 91-106, 1982.
- F.A.O.-33. *Yield Response to Water*, Land and Water Development Division, Roma, Italia, 1979.
- García, N.H. y A., Aguilar. *Uso eficiente del agua en la agricultura*, Informe final SH-9104, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, Cuernavaca Morelos, México, 1991.
- García, N. H. y A., Aguilar. *Allocation Policy Rules Based on Hydric Productivity*, 3th Pan-American Regional Conference, International Commission on Irrigation & Drainage, Mazatlán Sinaloa, México, paper 16, 1992.
- IMTA-CENID-RASPA, *Funciones de producción hídricas de los principales cultivos de la región lagunera*, Informe final del convenio para el proyecto de investigación, Lerdo, Durango, México, 1993.
- Jasso, I. M., *Comportamiento de la alfalfa a diferentes condiciones de humedad del suelo en la etapa de establecimiento*, Gómez Palacio, Durango, México, INIFAP, 1988.
- Jasso, I. W., *Determinación de una función de producción para algodonero en la comarca lagunera*, Gómez Palacio, Durango, México, CENID-RASPA, 1988.
- Singh, P.; H., Wolkewitz; R., Kumar. *Comparative Performance of Different Crop Productions Functions for Wheat (Triticum aestivum)*, Irrigation Science, no. 8, pp. 273-290, 1987.
- Steward, I. J. y M. R., Hagan. *Functions to Predict Effects of Crop Water Deficits*, Journal of Irrigation and Drainage Division ASCE, pp 221-439, 1973.
- U S B R. *The Relationship of Benefits to System Size for Irrigation Projects*, Engineering and Research Center, Denver, Colorado, USA, 1987.

Abstract

Aguilar, A.; N.H., García-Villanueva. "An Optimization Model for Non-Irrigated Farm Crops". *Hydraulic Engineering in Mexico* (in Spanish). Vol X. Num. 2, pages 45-51, May-August, 1995.

When available water resources are insufficient to obtain the maximum crop production, policy under irrigation planning is to reduce crop surface in proportion with the water available and maintain the same water depths. In this paper an alternate irrigation water policy to determine the water depths to be allocated in case of drought is given. This policy provides the maximum profitability from the crop surface per water volume assigned.

Key Words: optimization, irrigation, planning, economy, irrigation efficiency, irrigation plan, farm management.