

Modelación numérica de procesos de mezcla turbulentos inducidos por el viento en cuerpos de agua estratificados

Yarko Niño
Fabián López
Constance Pirard
Ingrid Hillmer
Marcelo H. García

Universidad de Chile

El presente trabajo reporta resultados de la simulación numérica de procesos de mezcla turbulentos, inducidos por la acción del viento sobre la superficie libre de cuerpos de agua estratificados establemente, usando para ello un modelo de cierre de dos ecuaciones del tipo k-ε. El trabajo se limita al caso unidimensional, asociado a la existencia de un gradiente nulo de presión en la dirección del viento, correspondiente a cuerpos de agua de longitud muy grande o muy pequeña, con respecto a su profundidad. Primeramente, y con el objeto de verificar el modelo numérico, se emplean observaciones experimentales con números de Richardson relativamente bajos. Posteriormente, la realización de experimentos numéricos permite caracterizar el proceso de mezcla con números de Richardson mayores que los obtenidos en laboratorio, con la ventaja adicional de eliminar efectos de escala. Se estima la velocidad adimensional de mezcla en función del número de Richardson, tanto para cuerpos de agua con estratificación inicial de densidad en dos capas, como para aquéllos con distribuciones lineales de densidad inicial, obteniendo para ambos casos resultados similares. El análisis de los resultados de la simulación permite concluir que las características de la turbulencia en la capa de mezcla superficial son muy similares para cualquiera de los dos tipos de estratificación estudiados, lo cual explica la similitud de la velocidad adimensional de mezcla obtenida en ambos casos.

Palabras clave: mezcla inducida por el viento, flujos estratificados, cuerpos de agua estratificados, modelo k-ε, modelación numérica, turbulencia, análisis dimensional.

Introducción

En años recientes, y en respuesta al cada vez mayor interés social y profesional por proteger y conservar nuestro medio ambiente, las distintas disciplinas de la ingeniería a nivel mundial han debido enfrentarse al desafío de resolver una amplia gama de problemas complejos, relacionados con la dinámica del agua y el aire en la naturaleza, así como con la calidad del recurso. Esto ha motivado la necesidad de contar con una mejor y más acabada comprensión de la dinámica de los cuerpos de agua, así como el desarrollo de herramientas que permitan modelar y analizar los procesos de transporte y mezcla que en ellos ocurren, los cuales tienen, por cierto, gran incidencia sobre la calidad del agua. Muchos de los problemas ambientales relacionados con sistemas acuáticos naturales están vincula-

dos a variaciones espaciales y/o temporales de la estratificación en la densidad del agua, causada por efectos de salinidad, temperatura, presencia de contaminantes o sedimento en suspensión. La estructura dinámica de la turbulencia presente en el sistema en estas circunstancias interactúa con la estratificación del cuerpo de agua, generando procesos de mezcla y transporte que controlan la evolución temporal de dicha estratificación. A su vez, es precisamente esta estratificación la que gobierna los principales procesos turbulentos vinculados a la calidad del recurso, inhibiendo la mezcla y el transporte a través de la interfaz de densidad, mediante mecanismos que se describen a continuación.

Excepto por los lentos procesos moleculares, la mezcla de dos fluidos que presentan una estratificación estable demanda un aporte externo de energía ci-

nética turbulenta. Por ejemplo, la acción continua del viento sobre la superficie libre de un cuerpo de agua estratificado genera una zona superficial turbulenta (o epilimnion), la cual se extiende en profundidad con el transcurso del tiempo a medida que el agua más densa es incorporada a esta capa superficial (Kranenburg, 1984). Esta zona superficial se encuentra usualmente bien mezclada, de modo que su densidad es prácticamente constante en la vertical. Entre esta capa y la zona no perturbada que subyace existe una zona de transición donde los gradientes de densidad son importantes, y por lo tanto la turbulencia resulta aquí suprimida en gran medida. Los mecanismos que inducen la mezcla en la zona de transición son variados y dependen de las condiciones de estratificación y turbulencia imperantes. En general, ellos están relacionados con la interacción de vórtices y estructuras coherentes de la turbulencia con la interfaz de densidad, y además con fenómenos de inestabilidad y rompimiento de olas interfaciales. Una revisión y discusión de estos mecanismos se encuentran en Turner (1986) y Fernando (1991).

Entre los primeros estudios experimentales sobre el problema de la profundización de la capa superficial por la acción de un esfuerzo de corte en la superficie libre se encuentran los pioneros trabajos de Kato y Phillips (1969) y Kantha *et al.* (1977). Las conclusiones obtenidas de estos estudios indican que la tasa de crecimiento de la capa superficial (o equivalentemente, de incorporación de fluido más denso a la capa superficial), adimensionalizada con la velocidad de corte en la superficie libre, decrece cuando el número de Richardson del flujo aumenta, siguiendo una ley de tipo exponencial. Fernando (1991) presenta una extensa discusión de distintas leyes de incorporación, similares a las propuestas por Kato y Phillips y Kantha *et al.*, que han aparecido en la literatura, derivadas tanto de estudios experimentales como de campo.

Las investigaciones tanto de Kato y Phillips como de Kantha *et al.*, fueron realizadas en un canal anular, de modo que no existieron en los experimentos efectos de borde por la presencia de una pared final en los extremos del cuerpo de agua, como los que existen en el caso en que dicho cuerpo es de longitud finita (por ejemplo, en el caso de canal rectangular). Al no existir este efecto, no se produce por lo tanto ningún gradiente de presión en la dirección del esfuerzo de corte, debido a que no ocurre una sobreelevación de la superficie libre en dicha dirección. No obstante, Kranenburg (1984) señala que la curvatura de un canal, como el usado por Kato y Phillips y Kantha *et al.*, puede inducir efectos importantes de estratificación radial que, naturalmente, influyen sobre el proceso de mezcla vertical

en el flujo estratificado estudiado. Kranenburg (1984) realizó en cambio experimentos en un canal rectilíneo donde, para elevados números de Richardson, se impidió la generación de la sobreelevación de la superficie libre mediante la recirculación de agua de la capa superficial, desde el extremo de las aguas ubicadas abajo del canal. Los resultados de Kranenburg permiten concluir que la tasa de incorporación adimensional es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del número de Richardson, lo cual coincide con el análisis de los datos de Kantha *et al.*, (1977) efectuado por Price (1979) y Thompson (1979), y también con otros resultados de modelación numérica (p. ej., Kundu, 1981; Mellor y Strub, 1980; Spigel e Imberger, 1980).

Si bien es cierto que la inclinación de la superficie libre es nula cuando no existen efectos de pared en los extremos del cuerpo de agua, ello no es cierto en cuerpos de extensión finita, lo cual origina corrientes de recirculación asociadas al gradiente de presión positivo en la dirección del viento, y eventualmente lleva a una inclinación de la interfaz de densidad con una pendiente opuesta y de mayor magnitud que la de la superficie libre (Svensson, 1989). Esta inclinación de la interfaz tiende a anular el gradiente de presión longitudinal en la capa inferior; sin embargo, implica la existencia de gradientes de velocidades y densidades en la dirección del viento y un comportamiento al menos bidimensional del flujo (Kranenburg, 1984). Este último efecto ha sido estudiado mediante un modelo numérico bidimensional por Chu y Soong (1997), quienes además concluyen que la inclinación de la interfaz se hace despreciable cuando la extensión longitudinal del cuerpo de agua es comparable a la profundidad de éste.

En el presente trabajo se registran resultados de un estudio numérico realizado con el objeto de analizar las características del proceso de mezcla vertical e incorporación inducido por el viento sobre un cuerpo de agua estratificado. Para ello, se utiliza un modelo de turbulencia tipo $k-\epsilon$ (Rodi, 1984), similar al utilizado por Svensson (1978). El análisis se centra en el caso unidimensional, o sea en aquél para el cual resultan despreciables los términos advectivos, de dispersión longitudinal y el gradiente de presión en la dirección del viento, y se discuten las condiciones para las cuales este análisis es válido. La principal motivación de este estudio es analizar, mediante un modelo numérico, la validez de las leyes de incorporación determinadas a partir de datos experimentales (p. ej., Price, 1979) en el caso de números de Richardson elevados, rango para el cual se cree que existen efectos de escala en los resultados de laboratorio. De otra parte, los resultados de la modelación permiten obtener información

acerca de la estructura tanto del flujo medio como de la turbulencia inducida por el viento, siendo posible de esta manera ligar las características del proceso de mezcla con las propiedades dominantes de la turbulencia. En particular, toda esta información se emplea para comparar procesos de mezcla en presencia de dos tipos diferentes de estratificaciones estables de densidad inicial: una estratificación en dos capas, y otra lineal de densidades, respectivamente.

Análisis dimensional

En esta sección se realiza un análisis de los diferentes factores que pueden, en las condiciones más generales, afectar la incorporación y posterior mezcla de fluido no-turbulento a través de una interfaz en cuerpos de agua con estratificación estable. Esta clase de análisis, junto con la adimensionalización de las ecuaciones que gobiernan el fenómeno (ver siguiente sección), permitirá clarificar las condiciones físicas para las cuales resultan válidos los resultados que se presentan en este estudio. Si designamos con u_e a la velocidad de mezcla (o velocidad de avance del epilimnion), podemos esperar que la misma sea, en general, función de las siguientes variables:

$$u_e = f(u_*, g \Delta p, \rho_0, \nu, D, L, B, \frac{dP}{dx}, f_c) \quad (1)$$

donde u_* denota la velocidad de corte asociada al viento; $g \Delta p$ representa la aceleración de gravedad reducida debido a la presencia de estratificación, siendo Δp la diferencia de densidades entre la capa de mezcla superior y la capa inferior del flujo y g la aceleración de la gravedad; ρ_0 denota la densidad de la capa superior; ν denota la viscosidad cinemática del fluido; D denota el espesor de la capa de mezcla; L y B denotan la longitud y el ancho del cuerpo de agua, respectivamente; dP/dx denota el gradiente de presión en la dirección del viento, y f_c denota la fuerza de Coriolis debido a la rotación de la Tierra. A partir de las diez variables de la ecuación (1) se obtiene, mediante análisis dimensional, la siguiente relación entre siete parámetros adimensionales:

$$\frac{u_e}{u_*} = \hat{f}(Ri, Re_*, \frac{L}{D}, \frac{B}{D}, \frac{dP/dx}{\rho_0 u_*^2 / D}, \frac{f_c}{\rho_0 u_*^2 D^2}) \quad (2)$$

donde el parámetro adimensional $Ri = \frac{gD}{u_*^2} \frac{\Delta p}{\rho_0}$ se de-

nomina número de Richardson y $Re_* = \frac{u_* D}{\nu}$ denota el

número de Reynolds del flujo. Este último parámetro puede eliminarse de la ecuación (2) cuando los efectos viscosos resultan despreciables frente a los inerciales, lo cual ocurre en la generalidad de los casos debido a las grandes escalas de los flujos geofísicos en estudio. Es importante destacar que el uso de la gravedad reducida, $g \Delta p$, como variable independiente en el análisis, permite eliminar el término $\Delta p / \rho_0$ como un parámetro adimensional relevante en el problema.

Tal como se mencionó anteriormente, el presente trabajo tiene por objeto caracterizar aquellos procesos de mezcla unidimensionales en los que sólo la difusión vertical a través de la interfaz de densidad es de importancia. En esas condiciones es posible esperar que el proceso de mezcla sea función únicamente del número de Richardson, ya que el resto de los parámetros se relacionan más bien con una estructura bidimensional o tridimensional del flujo. En efecto, si se desprecian los términos asociados a la difusión molecular, y a la fuerza de Coriolis, de la ecuación (2) se concluye que la velocidad adimensional de mezcla resulta ser función únicamente del número de Richardson sólo cuando se cumple que L/D y L/B tienden a infinito, de modo que los efectos del gradiente de presión, asociados a la inclinación de la superficie libre, pueden ser despreciados. Este hecho se ha confirmado tanto en forma experimental como numérica en trabajos mencionados previamente (p. ej. Kranenburg, 1984; Chu y Soong, 1997).

Si bien el análisis dimensional resulta de suma utilidad en circunstancias como la del problema en tratamiento, surge sin embargo la pregunta acerca de cuáles son las condiciones necesarias para suponer nula la influencia de dP/dx sobre u_e . Más aún, nada se ha discutido hasta ahora respecto de las ecuaciones diferenciales que representan matemáticamente las hipótesis antes mencionadas, y que finalmente constituyen el sistema por modelar numéricamente. Estas interrogantes serán tratados en la siguiente sección.

Adimensionalización del balance de cantidad de movimiento en la dirección del viento

Para la descripción del sistema de referencia se considerará que (x, y, z) representa los ejes en la dirección del viento, y en las direcciones transversal y vertical, respectivamente, con el origen del sistema en el lecho del cuerpo de agua y el eje vertical positivo hacia arriba (ilustración 1) y que (u, v, w) representa las componentes medias (promediadas sobre la turbulencia) de la velocidad según el sistema de ejes antes referido.

Descartando la influencia de las fuerzas de Coriolis, suponiendo un flujo incompresible y bidimensional en

(x, z) (lo cual implica no considerar en el problema circulaciones de tipo Langmuir), e incorporando la aproximación de Boussinesq tomando en cuenta que las diferencias de densidad se deben exclusivamente a las diferencias de salinidad en el agua, la componente de la ecuación de Navier-Stokes en la dirección del viento (x) promediada sobre la turbulencia se reduce a:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[(v + v_T) \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(v + v_T) \frac{\partial u}{\partial z} \right]$$

donde v y v_T denotan la viscosidad cinemática del fluido y de remolino, respectivamente. Esta última se ha introducido para modelar los esfuerzos de Reynolds, lo que está relacionado con el conocido problema de cierre de las ecuaciones promediadas sobre la turbulencia. Se define como la viscosidad cinemática efectiva al término v_{ef} , donde:

$$v_{ef} = v + v_T \quad (4)$$

Para la adimensionalización de la ecuación (3) se usa u_* como escala de velocidad tanto en la vertical como en el sentido del flujo, la altura total del cuerpo de agua, H , como escala de longitudes en la vertical, L como escala de longitudes en la horizontal y ρu_*^2 como escala de presión. Ya que nos encontramos interesados en la descripción de la dinámica de procesos de mezcla verticales, adoptamos como escala de tiempos al cociente H/u_* , y como escala de viscosidad cinemática efectiva al término Hu_* . Reemplazando en la ecuación (3) se obtiene:

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{t}} + \frac{H}{L} \hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{z}} = -\frac{H}{L} \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}} + \quad (5)$$

$$\left(\frac{H}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left[\hat{v}_{ef} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} \right] + \frac{\partial}{\partial \hat{z}} \left[\hat{v}_{ef} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{z}} \right]$$

ante lo cual resulta importante explorar el comportamiento del balance de cantidad de movimiento frente a distintas relaciones de aspecto L/H .

Caso 1:

Para $L/H \rightarrow \infty$ el anterior análisis permite concluir que la difusión vertical de cantidad de movimiento se encuentra balanceada únicamente por la aceleración local, o sea:

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{t}} = \frac{\partial}{\partial \hat{z}} \left(\hat{v}_{ef} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{z}} \right) \quad (6)$$

En este caso no existe un gradiente de presiones en la dirección del viento y, por lo tanto, el flujo se comporta como unidimensional, con lo cual la velocidad vertical de escurrimiento es despreciable.

Caso 2 :

Por otra parte, cuando $L/H \rightarrow 0$ el establecimiento de un gradiente de presiones se encuentra equilibrado por procesos de advección y difusión longitudinal de cantidad de movimiento:

$$\hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} = -\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}} + \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left(\hat{v}_{ef} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} \right) \quad (7)$$

lo que, en ausencia de contribuciones importantes provenientes de la advección de cantidad de movimiento, implica que la generación de gradientes longitudinales se encuentra equilibrada por difusiones turbulentas de cantidad de movimiento en la misma dirección (Chu y Soong, 1997). Cabe hacer notar que en este caso la difusión arriba mencionada tiene lugar a una escala de tiempo considerablemente inferior a la de la mezcla turbulenta, lo que puede visualizarse en la ausencia de una derivada temporal local en la ecuación (7). En otras palabras, la difusión longitudinal de gradientes de presión ocurre a una escala tal que los procesos de difusión vertical ocurren ante la virtual ausencia de gradientes de presión, o sea en condiciones similares a las del caso 1. Este es el caso tratado en el trabajo de Chu y Soong (1997), donde, sin embargo, los autores omitieron mencionar nuestro caso 1 como otra condición posible para que la interfaz de densidad evolucione verticalmente sin inclinarse.

Caso 3:

Un caso intermedio resulta cuando la razón L/H tiene valores moderados (no exageradamente superiores a la unidad), para lo cual todos los términos en (5) poseen, en principio, similares órdenes de magnitud. Tal como se menciona en la introducción, estudios numéricos en estas condiciones demuestran la interacción entre los diferentes términos de la ecuación (5), o sea entre el desarrollo de un gradiente de presiones, la inclinación y erosión de la interfaz de densidad y la difusión longitudinal de cantidad de movimiento (Chu y Soong, 1997).

Tal como se ha señalado antes, el presente trabajo se concentra en la modelación de los casos 1 y 2, para los cuales la ecuación (2) se reduce a:

$$\frac{u_o}{u_*} = \hat{f}(Ri, Re_*) \quad (8)$$

mientras que la ecuación que gobierna el balance de cantidad de movimiento en la dirección del viento es entonces:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} (v_{ef} \frac{\partial u}{\partial z}) \quad (9)$$

Ecuaciones que gobiernan el problema en estudio

De acuerdo con lo expuesto anteriormente, en el presente trabajo nos concentraremos en la caracterización de procesos de mezcla turbulenta vertical generados por la acción de esfuerzos de corte, inducidos por el viento en cuerpos de agua estratificados. Con tal fin, se supondrá homogeneidad horizontal de las variables del flujo medio, lo que implica que sólo se simularán variaciones verticales en el tiempo, despreciando por lo tanto la acción de gradientes de presión y términos convectivos. Los únicos términos fuente adicionales en las ecuaciones de transporte serán debidos a fuerzas de flotación, y se despreciará el efecto de fuerzas de Coriolis, así como la radiación solar. A su vez, se supondrá que las diferencias de densidad se deben exclusivamente a diferentes salinidades del agua y se despreciarán los efectos de generación de oleaje por parte del viento. Así pues, de acuerdo con estas hipótesis, las ecuaciones (promediadas sobre la turbulencia) que gobiernan el flujo medio pueden reducirse a las siguientes:

Ecuación de cantidad de movimiento en la dirección del viento

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} (v_{ef} \frac{\partial(\rho u)}{\partial z}) \quad (10)$$

Ecuación de conservación de salinidad

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} (\frac{v_{ef}}{\sigma_{ef}} \frac{\partial S}{\partial z}) \quad (11)$$

La ecuación (10) es equivalente a la (9); sin embargo, esta forma de escribirla presenta ventajas desde el punto de vista de su resolución numérica. En las ecuaciones anteriores, ρ denota la densidad correspondien-

te a la salinidad, S , y σ_{ef} es el número de Prandtl/Schmidt para la salinidad. La densidad se relaciona con la salinidad a través de la ecuación de estado:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha_s S) \quad (12)$$

donde ρ_0 representa la densidad de referencia a salinidad nula, y el coeficiente α tiene un valor de 0.8×10^{-3} .

Modelación de la turbulencia y condiciones de contorno

Como ya se ha comentado, al intentar resolver las ecuaciones promediadas sobre la turbulencia, nos encontramos con el problema de cierre, debido a la presencia de esfuerzos y flujos de Reynolds. En las ecuaciones (10) y (11) ambos términos se evalúan con el modelo de viscosidad de remolino, lo cual requiere a su vez del conocimiento de esta variable en el campo de flujo. Para ello, se utiliza un modelo turbulento de cierre del tipo $k-\epsilon$ (Rodi, 1984). Los diferentes modelos de cierre se clasifican de acuerdo con el modo en el que se especifica la distribución de esta viscosidad artificial. En los modelos de dos ecuaciones, como el empleado en este trabajo, esta viscosidad queda determinada mediante el uso de dos ecuaciones de transporte adicionales. En el caso del modelo $k-\epsilon$, éstas resultan ser las de conservación de energía cinética turbulenta, k , y de la tasa de disipación de la turbulencia, ϵ . Para nuestro problema, donde los términos convectivos son nulos, estas ecuaciones se reducen a las siguientes:

Ecuación para la energía cinética de la turbulencia, k

$$\frac{\partial k}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} (\frac{v_{ef}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z}) + v_t ((\frac{\partial u}{\partial z})^2 + \frac{g\alpha_s}{\sigma_{ts}} \frac{\partial S}{\partial z}) - \epsilon \quad (13)$$

Ecuación para la tasa de disipación de la turbulencia, ϵ

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} (\frac{v_{ef}}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z}) + c_{1\epsilon} v_t \frac{\epsilon}{k} (\frac{\partial u}{\partial z})^2 - \quad (14)$$

$$c_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} + c_{3\epsilon} v_t \frac{\epsilon}{k} \frac{g\alpha_s}{\sigma_{ts}} \frac{\partial S}{\partial z}$$

Y, finalmente, ambas variables se combinan para calcular la viscosidad de remolino como:

$$v_t = c_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (15)$$

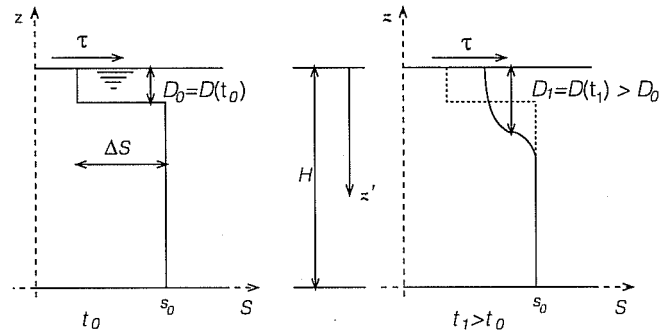
En (13) y (14), σ_k , σ_ϵ y σ_{ϵ_2} representan los números de Prandtl/Schmidt (Rodi, 1984), que fueron modificados por efectos de fuerzas de flotación siguiendo las recomendaciones de Launder (1975). Nótese asimismo que en ambas ecuaciones se ha incluido un término de producción/destrucción de energía cinética turbulenta, por efecto de estas fuerzas de flotación. A las constantes $c_{1\epsilon}$, $c_{2\epsilon}$ y c_{μ} , se les asignó los valores típicos del modelo $k-\epsilon$ estándar (1.44, 1.92, y 0.09, respectivamente). Al coeficiente $c_{3\epsilon}$ se le asignó en este estudio un valor de 0.8, según lo empleado por Svensson (1978). Es necesario destacar, sin embargo, que existe una divergencia de criterios respecto del valor de este coeficiente cuando se comparan las recomendaciones de Svensson (1978) y de Rodi (1987). Este último sugiere usar un valor del parámetro $c_{3\epsilon}$ equivalente a alrededor de 0.3. Un análisis preliminar de los resultados del modelo numérico indica que al parecer se obtiene una mejor correlación con resultados experimentales cuando se siguen las recomendaciones de Rodi. La dilucidación final de esta controversia es materia de una investigación en curso.

La resolución completa del sistema de ecuaciones (9) a (15) requiere la especificación de condiciones de contorno apropiadas. Para la cantidad de movimiento se estipuló una condición tipo Neumann (de flujo) en la superficie libre, que corresponde al esfuerzo de corte τ , conocido, y una de tipo Dirichlet en el fondo, que corresponde a la condición de no resbalamiento. Cabe hacer notar que, debido a la omisión de procesos viscosos en las ecuaciones para k y ϵ , el modelo es válido sólo para altos números de Reynolds. Esta limitación se manifiesta en la necesidad de emplear funciones puente cerca de las fronteras del dominio del problema en estudio, para poder imponer las condiciones de borde adecuadas (Rodi, 1984). Lo anterior implica que en el presente estudio se adoptaron condiciones de contorno para k y ϵ , tanto cerca del lecho como de la superficie libre, correspondientes a valores conocidos de estas variables, estimados a partir de hipótesis de balance local entre producción y disipación turbulenta. Para la resolución numérica de las ecuaciones se empleó el algoritmo PROBE desarrollado por Svensson (1986).

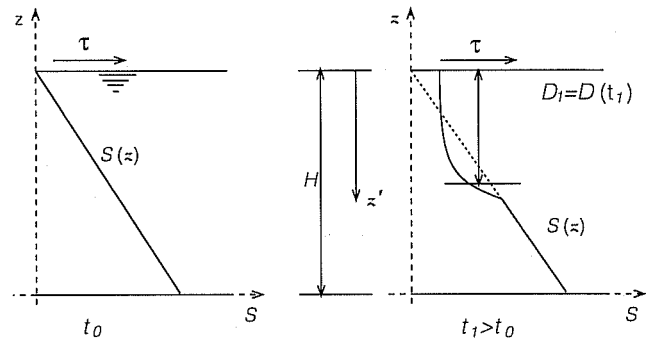
Presentación y análisis de resultados numéricos

Se presentan resultados numéricos correspondientes a dos condiciones de estratificación estables distintas (ilustración 1). La primera correspondiente a una estratificación salina de dos capas, y la segunda consistente en una variación lineal de densidad (salinidad) en la profundidad. Ejemplos de los cálculos realizados de la

1a. Esquema para la definición de variables correspondiente a experimentos con estratificación en dos capas



1b. Esquema para la definición de variables correspondiente a experimentos con estratificación lineal



evolución temporal del perfil de salinidad desde su estado inicial hasta un tiempo final dado pueden apreciarse en las ilustraciones 2.a y 2.b, para las dos condiciones de estratificación analizadas, conservando el mismo valor para la diferencia de salinidad entre la superficie y el fondo en ambos casos. En las dos situaciones resulta claro cómo, con el paso del tiempo, la acción continua y permanente del viento sobre la superficie libre se traduce en la formación y profundización de una zona superficial de mezcla. En esta zona, la turbulencia generada mantiene concentraciones de salinidad prácticamente homogéneas, llegándose al cabo de un cierto tiempo a un estado límite, con una mezcla completa en la vertical.

Con el objeto de validar los resultados de la simulación, se modelaron numéricamente las clásicas observaciones experimentales de Kantha *et al.* (1977) y Kato y Phillips (1969), respectivamente. Las condiciones de experimentación numérica para cada caso se encuentran detalladas en los cuadros 1 y 2. Para el caso de estratificación en dos capas se consideraron dos series distintas de experimentos numéricos: series A y B. En la serie A se mantuvieron constantes tanto la

1. Condiciones de experimentación numérica para estratificación inicial de dos capas, con $H = 0.23$ m

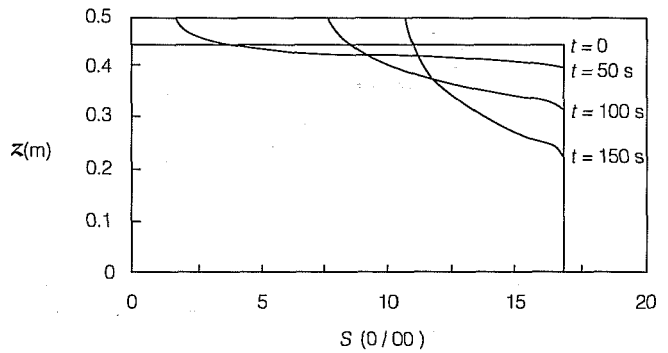
Tipo	Exp.	D_0 (m)	ρ_{int} (kg/m ³)	ρ_{sup} (kg/m ³)	$\Delta\rho$ (kg/m ³)	u_* (m/seg)	Ri $\frac{D_0 \cdot g \cdot \Delta\rho}{u_*^2 \cdot \rho_{sup}}$	Re $u_* \cdot D_0$
A	A.1	0.0657	1013.496	1000.000	13.496	0.06598	2	4335
	A.2	0.0657	1013.496	1000.000	13.496	0.04665	4	3065
	A.3	0.0657	1013.496	1000.000	13.496	0.03809	6	2503
	A.4	0.0657	1013.496	1000.000	13.496	0.03298	8	2167
	A.5	0.0657	1013.496	1000.000	13.496	0.02950	10	1938
	A.6	0.0657	1013.496	1000.000	13.496	0.01703	30	1119
	A.7	0.0657	1013.496	1000.000	13.496	0.01319	50	867
	A.8	0.0657	1013.496	1000.000	13.496	0.01043	80	685
	A.9	0.0657	1013.496	1000.000	13.496	0.00932	100	612
	A.10	0.0657	1013.496	1000.000	13.496	0.00538	300	353
	A.11	0.0657	1013.496	1000.000	13.496	0.00417	500	274
	A.12	0.0657	1013.496	1000.000	13.496	0.00033	800	22
	A.13	0.0657	1013.496	1000.000	13.496	0.00295	1000	194
B	B.1	0.0657	1001.825	1001.600	0.225	0.01319	8	867
	B.2	0.0657	1007.005	1005.600	1.405	0.01319	50	867
	B.3	0.0657	1010.035	1001.600	8.435	0.01319	300	867
	B.4	0.0657	1028.836	1000.720	28.116	0.01319	1000	867

profundidad inicial de la capa superior de salinidad nula como la diferencia de salinidad entre esa capa y la que subyace, y se varió el número de Richardson a través de la variación de la velocidad de corte inducida por el viento. En la serie B se repitieron algunos valores del número de Richardson de la serie A, pero esta vez se mantuvo constante la velocidad de corte y se varió la diferencia de salinidad entre la capa superficial y la de fondo. Esta serie B permitió, por lo tanto, evaluar la consistencia del modelo numérico y el grado de dependencia del fenómeno con respecto a Ri y Re .

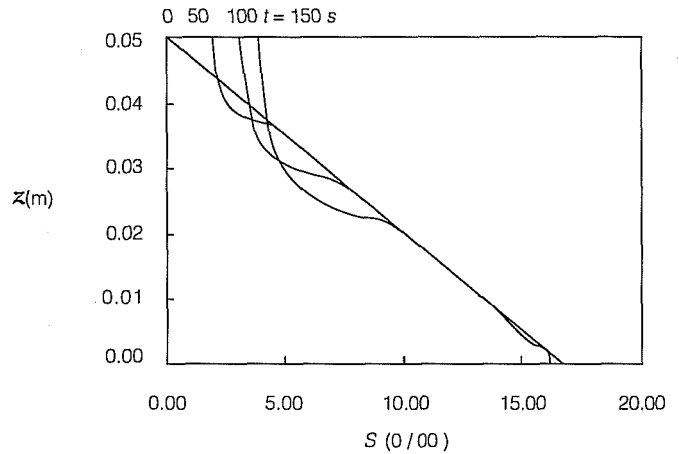
2. Condiciones de experimentación numérica para variación lineal en la distribución vertical de la densidad inicial. Datos correspondientes a experiencias de laboratorio realizadas por Kato y Phillips (1967); con $H = 0.23$ m y $\rho_{sup} = 1000$ kg/m³

No. Exp.	ρ_{int} (kg/m ³)	$\Delta\rho$ (kg/m ³)	$\partial\rho/\partial z$ (kg/m ³)	u_* (m/seg)
1	1044.160	44.160	192.00	0.00997
2	1088.320	88.320	384.00	0.01456
3	1176.870	176.870	769.00	0.01658
4	1044.160	44.160	192.00	0.01218
5	1176.870	176.870	769.00	0.00997
6	1088.320	88.320	384.00	0.00997
7	1044.460	44.160	192.00	0.01456
8	1176.870	176.870	769.00	0.01456
9	1044.160	44.160	192.00	0.01658
10	1088.320	88.320	384.00	0.01218
11	1088.320	88.320	384.00	0.01658

2a. Variación de la distribución vertical de salinidad en función del tiempo para el caso de estratificación inicial estable en dos capas, correspondiente a un valor de $\Delta\rho_0 = 13.6$ kg/m³ y $\tau = 0.199$ Pa



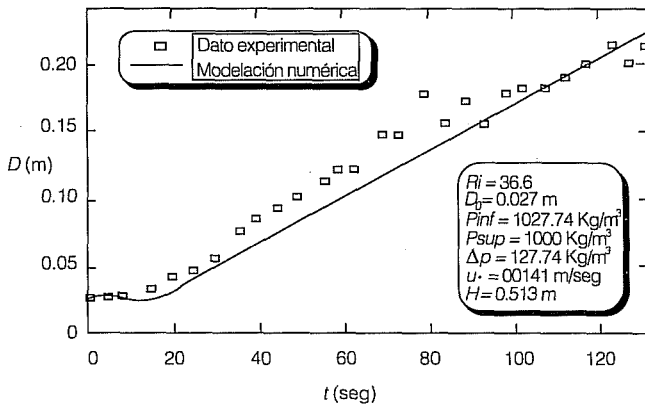
2b. Variación de la distribución vertical de salinidad en función del tiempo para el caso de estratificación lineal estable, correspondiente a un valor de $\Delta\rho_0 = 13.6$ kg/m³ y $\tau = 0.199$ Pa



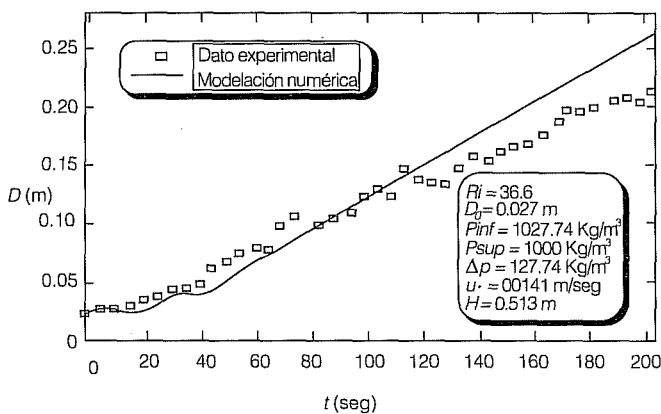
A partir de resultados como los mostrados en la ilustración 2 fue posible calcular la evolución temporal del espesor de la capa superficial D . La ilustración 3 muestra, como ejemplos, resultados numéricos comparados con algunas observaciones experimentales de Kato y Phillips (1969) y Kantha *et al.* (1977). Ambas figuras ilustran la presencia de un transitorio inicial, durante el cual la interfaz superficial aumenta su espesor inicial a una tasa muy baja, y al cabo del cual el valor de D crece a una tasa considerablemente mayor.

De las anteriores ilustraciones puede deducirse que la velocidad de mezcla, de avance del frente o de incorporación (*entrainment*), u_* , corresponde a la derivada de D respecto del tiempo para el proceso de profundización de la interfaz al cabo del transitorio inicial,

3a1. Comparación de la evolución temporal calculada del espesor de la capa de mezcla con valores experimentales de Kantha et al. (1977) (perfil inicial de densidad de dos capas) para $Ri = 36.6$



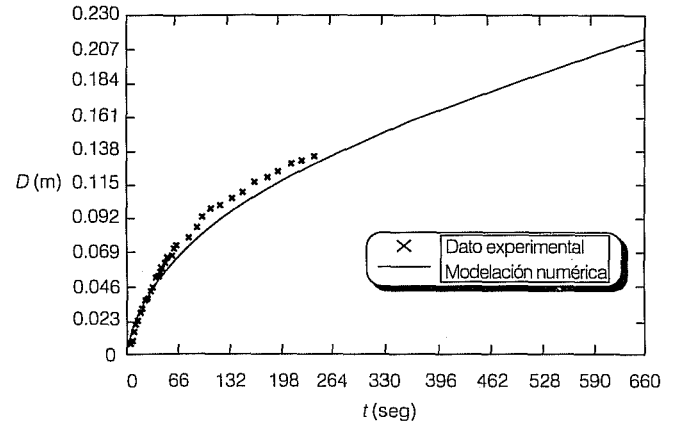
3a2. Comparación de la evolución temporal calculada del espesor de la capa de mezcla con valores experimentales de Kantha et al. (1977) (perfil inicial de densidad de dos capas) para $Ri = 73.2$



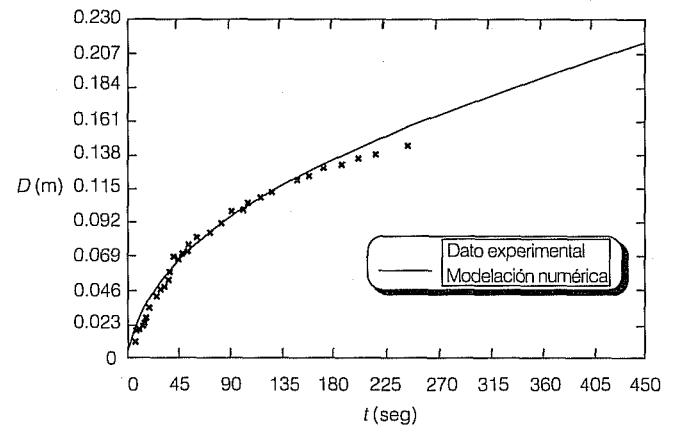
la cual es posible deducir de resultados como los de la ilustración 3. Así, de acuerdo con el análisis dimensional realizado anteriormente (ecuación 7), si los efectos moleculares resultan despreciables frente a los inerciales, es de esperar que u_e sea función sólo del número de Richardson. La ilustración 4 muestra las tasas adimensionales de avance de la interfaz, empleando la velocidad de corte inducida por el viento como variable de escala, en función del número de Richardson para ambos casos estudiados, obtenidos de las simulaciones numéricas realizadas. Los resultados correspondientes a la estratificación en dos capas se presentan además en el cuadro 3.

En dicho cuadro puede observarse cómo el modelo entrega, consistentemente, valores de u_e/u_* con muy

3b1. Comparación de la evolución temporal calculada del espesor de la capa de mezcla con valores experimentales de Kato y Phillips (1969) (estratificación inicial lineal) Experiencia 1



3b2. Comparación de la evolución temporal calculada del espesor de la capa de mezcla con valores experimentales de Kato y Phillips (1969) (estratificación inicial lineal) Experiencia 2



poca variación cuando el número de Richardson se mantiene constante, aun cuando los valores de las variables que conforman dicho parámetro adimensional se cambian sustancialmente. Este resultado confirma la hipótesis de que el Ri es el parámetro fundamental que controla el proceso de mezcla estudiado y que los efectos de difusión molecular son efectivamente despreciables, al menos para las condiciones aquí estudiadas. En particular, los experimentos con estratificación de dos capas muestran, por un lado, una constancia del número de Richardson a medida que el tiempo transcurre, siendo esto consecuencia de la conservación de masa, y por otro lado una evolución temporal lineal de D , que se traduce en una velocidad de mezcla constante. Por lo tanto, en estos experi-

3. Resultados obtenidos para experiencias correspondientes a series A y B del cuadro 1 con iguales números de Richardson

Tipo	Exp.	$Ri = \frac{D_0 \cdot g \cdot \Delta \rho}{U_*^2 \cdot \rho_{sup}}$	u_e (m/seg)	u_e/u_*
A	A.4	8	0.006360	0.1928
	A.7	50	0.001520	0.1149
	A.10	300	0.000257	0.0478
	A.13	1000	0.000091	0.0308
B	B.1	8	0.002620	0.1988
	B.2	50	0.001580	0.1199
	B.3	300	0.000740	0.0561
	B.4	1000	0.000340	0.0265

mentos queda claro que el fenómeno de mezcla no es una función del número de Reynolds, ya que (para un dado Ri) este parámetro varía con el tiempo mientras que la velocidad adimensional de mezcla se mantiene constante. Es decir, que Re_* quedaría eliminado como variable independiente de la ecuación (7) para condiciones de estratificación estable en dos capas.

Una prueba más rigurosa a este respecto la proveen los valores indicados en el cuadro 3, donde, comparando resultados de las series A y B, pueden observarse valores de u_e sustancialmente diferentes para igual Ri ; los cuales, una vez normalizados con u_* muestran una notable coincidencia para ambas series.

Los resultados mostrados en la ilustración 4 indican, sorprendentemente, que la velocidad adimensional de mezcla posee una relación funcional con Ri bastante similar para ambos tipos de estratificación inicial considerada. La función única que representa la velocidad adimensional de avance del frente de mezcla con Ri puede, por lo tanto, aproximarse por:

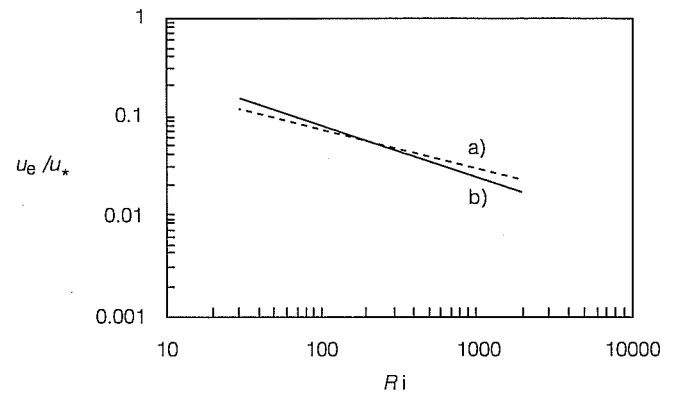
$$\frac{u_e}{u_*} = 0.63 Ri^{-0.45} \quad (16)$$

independientemente del caso de estratificación inicial de que se trate. Nótese la similitud de este resultado numérico con el obtenido por Kranenburg (1984) a partir de observaciones experimentales realizadas para una estratificación inicial en dos capas:

$$\frac{u_e}{u_*} = (0.60 \pm 0.1) Ri^{-0.50} \quad (17)$$

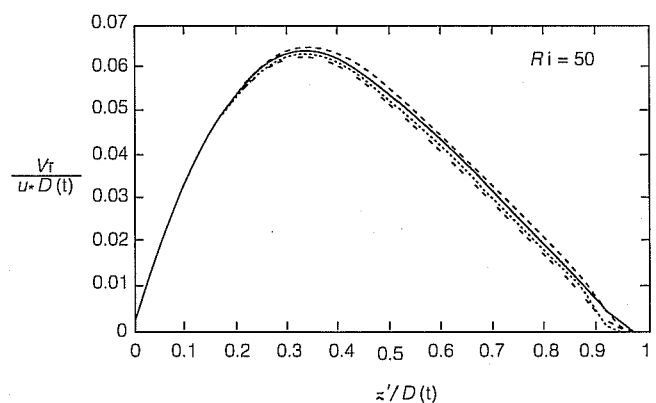
La existencia de esta similitud en la ley de velocidad adimensional de mezcla para condiciones de distribución de salinidad tan diferentes, motivó el análisis de otras características del campo de flujo turbulento con

4. Comparación de los valores simulados de la velocidad de incorporación adimensional en los casos de estratificación estable lineal (a) y estratificación en dos capas (b)

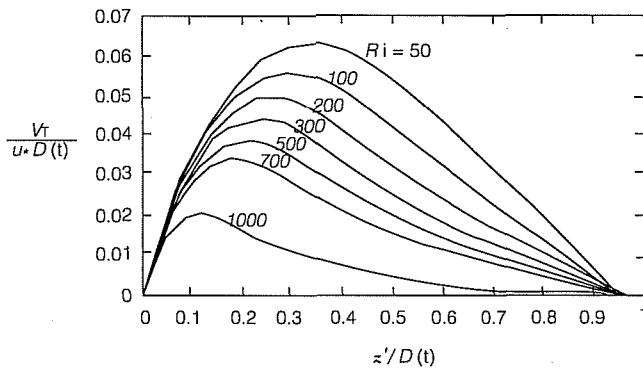


el propósito de explicar este comportamiento a partir de la física del problema en estudio. Ya que la difusión turbulenta de salinidad se supone aquí proporcional a la de cantidad de movimiento a través del coeficiente de Schmidt σ_{ei} (ecuación 10), resulta entonces de interés la caracterización de la viscosidad cinemática de remolino del campo de flujo inducido por el viento. Dado que la interfaz se profundiza con el paso del tiempo, la estructura vertical de la viscosidad de remolino también cambia con el tiempo. No obstante, es posible demostrar, tal como se aprecia en la ilustración 5, para el caso de estratificación en dos capas, que se logra un buen colapso de los perfiles verticales de v_T , para un mismo valor de Ri , cuando ellos se expresan en términos adimensionales como $v_T/u_* D(t)$ en función de $z'/D(t)$, donde $D(t)$ denota la profundidad instan-

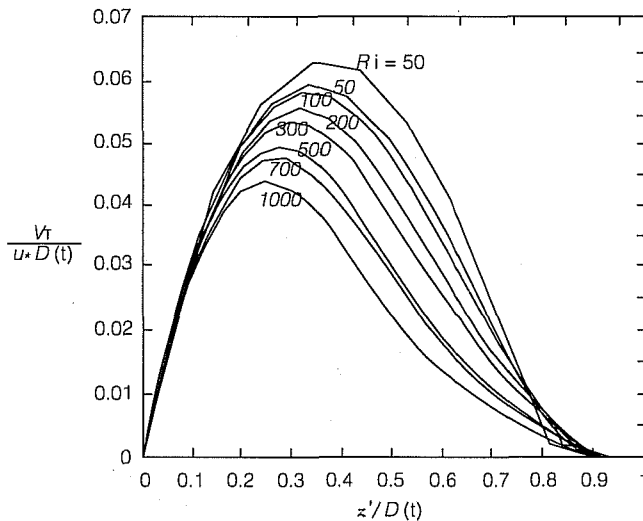
5. Perfil normalizado de viscosidad cinemática de remolino para el caso de estratificación inicial estable en dos capas y $Ri = 50$. Cada curva corresponde a un tiempo distinto de la simulación numérica



6a. Perfiles normalizados de viscosidad cinemática de remolino para diferentes números de Richardson. Caso de estratificación inicial estable de dos capas



6b. Perfiles normalizados de viscosidad cinemática de remolino para diferentes números de Richardson. Caso de estratificación inicial lineal estable



tánea de la capa de mezcla y z' es la coordenada vertical con origen en la superficie libre y positiva hacia abajo (ilustración 1). En otras palabras, el par $\{u_*, D(t)\}$ corresponde a las escalas características de velocidad y longitud del proceso de mezcla, respectivamente.

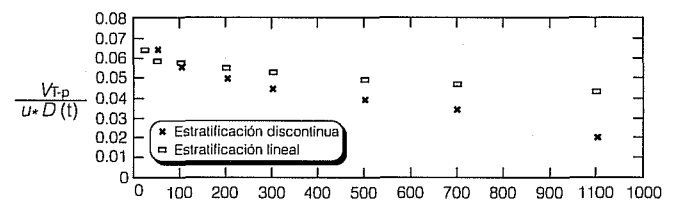
Utilizando la adimensionalización anterior, puede estudiarse la dependencia de la estructura vertical del perfil normalizado de viscosidad de remolino con el número de Richardson. Las ilustraciones 6a y 6b muestran los resultados obtenidos de los perfiles de $v_t/u_* D$ en función de diferentes números de Richardson, para los dos tipos de estratificación inicial estudiados. Puede apreciarse una clara similitud en la forma y en los valores característicos de los perfiles adimensionales

para ambos casos estudiados. La viscosidad de remolino adimensional presenta un máximo, el cual ocurre a una cierta distancia bajo la superficie libre, y luego se observa un decaimiento de dicha variable hacia el límite inferior de la interfaz, es decir, a partir de la zona donde el gradiente de densidad es máximo.

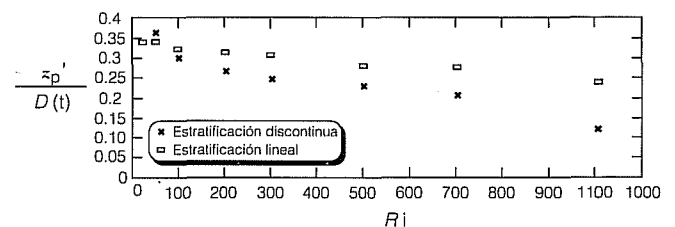
Para investigar con más detalle estas similitudes, las ilustraciones 7a y 7b muestran la variación del pico adimensional y de su ubicación en función de Ri para estratificaciones iniciales de dos capas y lineales. En dichas figuras se observa que, efectivamente, ambas variables presentan un comportamiento similar con el número de Richardson para los distintos perfiles de estratificación inicial, e incluso alcanzan valores semejantes, en particular para valores de Ri inferiores a alrededor de 200. Para valores superiores, sin embargo, tanto el valor pico adimensional de la viscosidad de remolino como la profundidad adimensional a la que éste ocurre en el caso de estratificación de dos capas tienden a situarse por debajo de aquéllos para el caso de estratificación lineal.

Estos resultados permiten concluir que la similitud que presenta la relación entre la velocidad adimensional de avance del frente de mezcla con el número de Richardson para los distintos tipos de perfil inicial de salinidad, se debe a la similitud existente en la estructura vertical de la turbulencia del flujo inducido por el viento en ambos casos.

7a. Valor normalizado del pico de viscosidad cinemática de remolino para ambas condiciones de estratificación iniciales en función de Ri



7b. Variación de la posición normalizada del máximo de viscosidad cinemática de remolino para ambas condiciones de estratificación iniciales en función de Ri



Discusión

Tal como ha sido señalado anteriormente, los resultados de la simulación del proceso de mezcla inducido por el viento muestran la existencia de un transitorio inicial en el cual la profundización de la capa superficial procede a una tasa bastante lenta previa al desarrollo del proceso de mezcla propiamente dicho. Estos resultados indican la necesidad de que el viento sople continuamente un tiempo mínimo para dar comienzo al proceso de profundización de dicha capa, el cual está relacionado con el tiempo requerido para establecer una agitación suficiente en la capa superficial, de modo que los niveles de turbulencia sean suficientemente grandes para inducir la mezcla en contra del gradiente de energía potencial del fluido de la capa inferior.

Una interpretación complementaria a la discutida en la sección anterior respecto de este fenómeno de profundización temporal de la capa de mezcla está relacionada con un aparente comportamiento hiperbólico de la ecuación (10), correspondiente a la de conservación de salinidad. En efecto, de las figuras 2a y 2b puede deducirse que la profundización de la interfaz representa el avance en el tiempo de una onda de salinidad con características similares a las de una onda de choque. Este avance está condicionado sólo por las características turbulentas del flujo en la capa superior, las cuales resultan independientes del perfil de densidad; es decir, del tipo de estratificación, que prevalece en la zona que subyace una vez que dicha capa se ha desarrollado, tal como lo demuestran los resultados aquí obtenidos.

Es necesario señalar, sin embargo, que la ecuación (10) es de difusión y por lo tanto presenta, en principio, características parabólicas y no hiperbólicas. Esta aparente contradicción puede ser explicada empleando los resultados obtenidos. En efecto, el coeficiente de difusión salina en dicha ecuación está relacionado con la viscosidad cinemática de remolino, la cual, de acuerdo con los resultados aquí mostrados, tiende a decaer en la zona donde el gradiente de densidad es máximo, o sea en el extremo inferior de la interfaz. Existe asimismo evidencia empírica para flujos estratificados, la cual indica que el coeficiente de difusión turbulenta tiene un comportamiento que es inversamente proporcional al gradiente de densidad, tal que:

$$\frac{v_{ef}}{\sigma_{ef}} \propto \left(\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} \right)^{-1} \quad (18)$$

o equivalentemente, usando (12):

$$\frac{v_{ef}}{\sigma_{ef}} \propto \left(\frac{1}{\rho_0(1 + \alpha S)} \frac{dS}{dz} \right)^{-1} \quad (19)$$

Reemplazando, entonces, (19) en (10) se obtiene la siguiente expresión, donde C es un coeficiente que está relacionado con la velocidad de propagación de la interfaz:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + C \frac{dS}{dz} = 0 \quad (20)$$

lo cual demuestra que, efectivamente, la ecuación de difusión turbulenta de salinidad se transforma en una ecuación de tipo hiperbólico, confirmando la discusión anterior. Estas ideas, que obviamente es necesario desarrollar con mayor profundidad, son hipótesis de trabajo de una investigación actualmente en desarrollo.

Los resultados numéricos aquí obtenidos demuestran claramente las enormes posibilidades que presenta un modelo tipo $k-\epsilon$ para estudiar problemas relacionados con fenómenos de mezcla en flujos estratificados. Las simulaciones permiten analizar en profundidad los procesos de difusión turbulenta generados por la acción del viento, y generar resultados que tienen no sólo aplicación práctica directa, sino que además permiten investigar el fenómeno físico y desarrollar modelos simples de los procesos de mezcla, tal como el dado por la ecuación (16), los cuales pueden utilizarse en modelos hidrodinámicos de tipo algebraico. Desde tal punto de vista, este tipo de simulación numérica presenta ventajas relativas frente a la experimentación de laboratorio, pues permite estudiar el problema a escalas de longitud bastante mayores sin presentar problemas de escala como en este último caso (por ejemplo, como los que ocurren en los experimentos de Kantha *et al.*, 1977).

Una extensión natural del modelo aquí presentado sería la de estudiar problemas de mezcla en cuerpos de agua con una razón L/H de orden intermedio (caso 3, discutido previamente), de modo que sea necesario incorporar términos complementarios en las ecuaciones que gobiernan el problema, en particular el gradiente de presiones y la difusión longitudinal, lo cual requiere la simulación de un flujo estratificado bidimensional.

Como comentario final, es posible señalar que la información hidrodinámica obtenida de las presentes simulaciones del proceso de mezcla en flujos estratificados puede ser utilizada como datos de entrada en modelos de calidad de agua, permitiendo de esa manera resolver problemas ambientales de gran interés en el campo de la ingeniería, como los asociados a la contaminación del agua en lagos y presas. A este respecto, cabe señalar que se encuentra en desarrollo el estudio numérico de procesos de mezcla en el caso de estratificaciones de densidad de origen térmico, más común en problemas relacionados a la calidad del recurso en los mencionados cuerpos de agua.

Conclusiones

Un análisis dimensional de los procesos de mezcla turbulenta, debido a flujos inducidos por el viento en cuerpos de agua estratificados, demuestra que los mismos presentan una dinámica unidimensional en el límite cuando el cuerpo de agua tiene una longitud mucho mayor que su profundidad, o bien en el límite cuando la razón longitud-profundidad es de pequeña magnitud. En estos casos, el gradiente horizontal de presiones del flujo es despreciable y por lo tanto no existe una inclinación importante de la superficie libre. En estas condiciones, la mezcla se debe sólo a un proceso de difusión turbulenta en la vertical. En el caso en que la razón longitud-profundidad sea de magnitud intermedia, entonces el flujo es bidimensional, no siendo posible despreciar el gradiente de presiones, y la mezcla responde al balance entre dicho gradiente y los procesos de difusión longitudinal y vertical.

El mismo análisis dimensional indica que en ausencia de efectos viscosos el proceso de mezcla en el caso de flujo unidimensional depende sólo del número de Richardson. Esto fue confirmado a partir de simulaciones numéricas, aplicando el modelo $k-\epsilon$ al estudio del comportamiento de cuerpos de agua con estratificación estable de dos capas, o con estratificación lineal, considerando variación de densidad por salinidad. En ambos casos las simulaciones demuestran la formación de una capa de mezcla superficial limitada por una interfaz, la que se profundiza a lo largo del tiempo luego de un transitorio inicial. En el caso de estratificación estable de dos capas la profundización de la interfaz ocurre a tasa constante. Sin embargo, en el caso de estratificación lineal la profundización sigue una ley de potencia con el tiempo. Estos resultados reproducen adecuadamente observaciones experimentales del fenómeno.

Los resultados de la simulación sugieren que la velocidad de avance del frente, adimensionalizada con la velocidad de corte asociada al viento, es una función única del número de Richardson para ambos tipos de estratificación analizados, y sigue una ley de potencia similar a aquellas obtenidas empíricamente para el caso de estratificación estable de dos capas.

La existencia de una ley universal de mezcla, independiente del tipo de estratificación del cuerpo de agua, parece ser el resultado de características universales de la estructura vertical de la turbulencia en la capa superficial. En efecto, los resultados de las simulaciones muestran que la estructura vertical de la viscosidad cinemática de remolino presenta características bastante similares para ambos tipos de estratificación estudiados. En general, esta variable presenta

un valor nulo en la superficie libre y un máximo que ocurre bajo ésta, dentro de la capa de mezcla. La viscosidad de remolino tiende a decaer hacia el límite inferior de la interfaz, donde se produce el máximo gradiente de densidad en la vertical. Los valores máximos de la viscosidad de remolino, adimensionalizados con la velocidad de corte y la profundidad instantánea de la interfaz, y su ubicación relativa dentro de la capa superficial, son funciones del número de Richardson y tienen valores muy semejantes para ambos tipos de estratificación analizados.

Obviamente, los casos analizados son insuficientes como para postular una universalidad en las características turbulentas de los procesos de profundización de la interfaz en fluidos estratificados. No obstante, esta es una hipótesis de trabajo que forma parte de una investigación en curso, en la cual se está analizando, además, el caso de estratificación térmica y flujos turbulentos con características distintas a las de aquéllos que son generados por el viento.

Recibido: 23/I/98
Aprobado: 12/V/99

Agradecimientos

Los autores agradecen el financiamiento otorgado por el Proyecto FONDECYT 1981180 y por la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile, así como por el Consejo de Investigaciones Científicas y Tecnológicas de la Provincia de Córdoba (CONICOR), Argentina, PID Núm. 4236, y por la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica, Argentina, PICT97 Núm. 01005.

Referencias

- Chu, C.R. y Soong, C.K. 1997. Numerical simulation of wind-induced entrainment in a stably stratified water basin, *J. Hydr. Res.*, vol. 35, Núm. 1, pp. 21-41.
- Fernando, H.J.S. 1991. Turbulent mixing in stratified fluids, *Annual Review Fluid Mech.*, 23, pp. 455-493.
- Kato, H. y Phillips, O.M. 1969. On the penetration of a turbulent layer into stratified fluid, *J. Fluid Mech.*, vol. 37, 4a parte, pp. 643-655.
- Kanta, L.H., Phillips O.M. y Azad R.S. 1977. On the turbulent entrainment at a stable density interface, *J. Fluid Mech.*, 79, 4a parte, pp. 753-768.
- Kranenburg, C. 1984. Wind-induced entrainment in a stably stratified fluid, *J. Fluid Mech.*, 145, pp. 253-273.
- Kundu, P.K. 1981. Self-similarity in stress-driven entrainment experiments, *J. Geophys. Res.*, vol. 86, pp. 1979-1988.
- Launder, B.E. 1975. On the effects of a gravitational field on the turbulent transport of heat and momentum, *J. Fluid Mech.*, 67, pp. 569-581.

- Mellor, G.L y Strub P.T. 1980. Similarity solutions for the stratified turbulent Rayleigh problem, *J. Phys. Oceanography*, vol. 10, pp. 455-460.
- Price, J.F. 1979. On the scaling of stress-driven entrainment experiments, *J. Fluid Mech.*, vol. 90, pp. 509-529.
- Rodi, W. 1984. Turbulence models and their application in hydraulics, *IAHR Monograph*, 104 pp.
- Rodi, W. 1987. Examples of calculation methods for flow and mixing in stratified fluids, *J. Geophys. Res.*, vol. 92, No C5, pp. 5305-5328.
- Spigel, R.H. y Imberger, J. 1980. The classification of mixed-layer dynamics in lakes of small to medium size, *J. Phys. Oceanography*, vol. 10, pp. 1104-1121.
- Svensson, U. 1978. Mathematical model of the seasonal thermocline, Rep. 1001, Suecia, Universidad de Lund, Dep. de Ing. en Recursos Hidráulicos.
- Svensson, U. 1986. Program for Boundary Layers in the Environment, Suecia, Swedish Meteorological and Hydrological Institute. S-601 76.
- Svensson, U. 1989. Formulas for pressure gradients in one-dimensional lake models, *J. Geophys. Res.*, vol. 94, pp. 4939-4946.
- Thompson, R.O.R.Y. 1979. A reinterpretation of the entrainment across a stable density interface. *J. Fluid Mech.*, 32, pp. 693-704.
- Turner, J.S. 1986. Turbulent entrainment : the development of the entrainment assumption, and its application to geophysical flows, *J. Fluid Mech.*, 173, pp. 431-471.

Abstract

Niño, Yarko; F. López; C. Pirard; I. Hillmer & M.H. García. "Numerical modeling of wind induced turbulent mixing processes in stratified water bodies". *Hydraulic Engineering in Mexico (in Spanish)*. Vol. XV, núm. 1, pages. 13-25, january-april, 2000.

The present work reports results of the numerical simulation of wind-induced mixing processes in stably stratified fluids using a two-equation $k-\epsilon$ closure model. Results reported are limited to the case of one-dimensional, zero-pressure gradient flow, corresponding to water bodies of a longitudinal extension that is either very large or very small compared to the depth. Experimental observations provide a benchmark for the verification of the model at relatively low Richardson numbers. Turbulent mixing processes at higher Richardson numbers were also studied from the results of the numerical experiments, with the additional advantage over the laboratory ones of eliminating scale effects. Dimensionless entrainment rates as a function of the Richardson number were estimated, both for water bodies with a two-layer density profile as well as for linear density distributions. These results suggest a common entrainment relationship in both cases. Further analyses of the results from the numerical simulations show a great similarity in the characteristics of the turbulent structure of the mixed layer for both types of stratification, which would explain the apparent universality found for the entrainment law.

Key words: wind-induced mixing, stratified flows, stratified water bodies, $k-\epsilon$ model, numerical modeling, turbulence, dimensional analysis

Dirección institucional de autores:

Yarko Niño, Fabián López,
Constance Pirard, Ingrid Hillmer y Marcelo H. García

Universidad de Chile
Casilla 228/3 Santiago de Chile
Teléfono: (56 2) 671 87 88
Fax: (56 2) 671 87 88
E-mail: ynino@cec.uchile.cl