

# Estimación del coeficiente de dispersión longitudinal en ríos anchos, de profundidad y pendiente escasa. Aplicación al río Bío Bío, Chile

José Vargas Baecheler

Universidad de Concepción, Chile

Luis Ayala Riquelme

Universidad de Chile

*En este trabajo se presentan los diferentes métodos simples de estimación del coeficiente de dispersión longitudinal ( $D_L$ ), para ser utilizados en la valoración del  $D_L$  para ríos anchos, poco profundos y de baja pendiente, encontrándose que el modelo planteado por McQuivey y Keefer (1974) es el que entrega las mejores estimaciones entre todos los métodos estudiados. Se expone un modelo de tipo híbrido, que combina el método propuesto por Liu (1977), pero con un  $\beta$  estimado a partir de un factor de forma adimensional ( $W/R$ ). Los  $\beta$  "reales" se correlacionaron con los correspondientes ( $W/R$ ) mediante un modelo de regresión lineal simple de la forma  $Y = aX^b$ . El modelo propuesto tiene un error estándar promedio menor en un 10% que el modelo de McQuivey y Keefer (1974) y fue aplicado en un tramo del río Bío Bío, en Chile Central.*

**Palabras clave:** dispersión longitudinal, ríos, modelación, calidad de aguas, hidráulica ambiental.

## Introducción

La utilización de los modelos de calidad de agua fluvial requiere del uso de parámetros bien estimados para que entreguen resultados válidos. Uno de estos parámetros es el coeficiente de dispersión longitudinal, el cual mide la habilidad del río para dispersar contaminantes. Las aplicaciones de este coeficiente junto con un modelo de calidad de agua fluvial son variadas, pudiéndose, entre ellas, destacar las siguientes: predicción de las concentraciones de un contaminante para las distintas posiciones y tiempos aguas abajo del punto de vertido; estimación de la variación de la temperatura del agua del río aguas abajo del punto de vertido de aguas que han sido utilizadas para enfriamientos en procesos industriales; predicción de las intrusiones de sal en estuarios afectados por las mareas; determinación del punto de liberación de contaminantes, por ejemplo de una nueva industria, para causar el menor impacto posible, etcétera.

## Ecuaciones fundamentales

Para un proceso de difusión unidimensional, la primera ley de Fick puede ser establecida matemáticamente como:

$$q = -E \frac{\partial C}{\partial x} \quad (1)$$

donde  $q$  es el flujo de masa de soluto,  $C$  es la concentración de masa de soluto difundido,  $E$  es el coeficiente de proporcionalidad, con dimensiones de  $L^2/T$ , llamado coeficiente de difusión.

Con esta ecuación y con la ayuda de un balance de masa se obtiene la ecuación de difusión:

$$\frac{\partial C}{\partial x} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (2)$$

Esta expresión describe cómo la masa es transferida por procesos de difusión Fickiana. La solución más

clásica es la que describe el esparcimiento, por difusión, de una masa de trazador  $M$  ( $M = 1$ , masa unitaria) introducida en forma instantánea en el tiempo cero en el origen  $x$ . Como la ecuación es lineal, esta solución puede ser usada como una estructura de bloques para la construcción de soluciones a problemas con condiciones iniciales o de borde más complejas (Fischer et al., 1979).

La solución de la ecuación 2 para las condiciones antes mencionadas tiene la forma:

$$C(x,t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Et}} \exp\left(\frac{-x^2}{4Et}\right) \quad (3)$$

Por semejanza con la distribución gaussiana se tiene:

$$4\pi Et = 2\pi\sigma^2 \quad \Rightarrow \quad E = \frac{1}{2} (d\sigma^2 / dt)$$

de la cual se deriva uno de los métodos de cálculo del coeficiente de dispersión longitudinal, conocido como el método de los momentos.

Para el caso de un flujo bidimensional con una velocidad media preponderante en la dirección del flujo, la ecuación que describe el transporte es:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial z} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (4)$$

Sustituyendo los valores instantáneos de velocidades y los de concentración por:

$$\begin{aligned} u &= \bar{u} + u' \\ v &= v' \\ c &= \bar{c} + c' \end{aligned}$$

$u, v$  : valores instantáneos de velocidad en la dirección longitudinal y vertical, respectivamente.

$c, c'$  : valores medios en el tiempo de concentración y sus fluctuaciones por turbulencia, respectivamente.

Luego de promediar la ecuación resultante respecto al tiempo, se incorporan los valores medios de velocidad y concentración en la sección transversal:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= U + u'' \\ \bar{c} &= C + c'' \end{aligned}$$

donde  $U$  y  $C$  son los valores medios de la velocidad y la concentración del trazador en la sección transversal, respectivamente;  $u''$ ,  $c''$  representan los cambios de la variable con respecto al valor medio.

Promediando la ecuación resultante en la sección transversal se llega, con la ayuda de la expresión propuesta por Taylor en 1953, a:

$$-u'' C'' = (D_L - E - \epsilon_x) \frac{\partial C}{\partial x} \quad (5)$$

El transporte definido en la ecuación 5 se denomina de dispersión longitudinal (Holley, 1969), y el coeficiente  $D_L$  es el coeficiente de dispersión longitudinal. Por medio de ésta, y con las sustituciones antes mencionadas, se llega a una ecuación unidimensional de dispersión longitudinal (Holley, 1969, y French, 1985):

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (6)$$

En la solución de la ecuación 6 se aplican dos métodos para obtener el coeficiente de dispersión longitudinal: el método propuesto por Fischer en 1968, (Fischer, 1968b; French, 1985) y el método gráfico propuesto por Drenkel en 1960 (French, 1985). Estos métodos, incluido el deducido a partir de la ecuación 3, se conocen como métodos de obtención del coeficiente de dispersión longitudinal a partir de datos de campo; ellos requieren de curvas "concentración versus tiempo" obtenidas en terreno, para lo cual es necesario introducir una sustancia trazadora en el río y medir la concentración de ésta en dos secciones aguas abajo del punto de inyección para tiempos específicos. Este hecho, que implica un gran costo tanto económico como en recursos técnicos y humanos, se ve compensado por una mayor certeza y confiabilidad del coeficiente encontrado.

La presencia de las llamadas "zonas muertas", cuyo efecto es atrapar al trazador para luego liberarlo poco a poco causando una distribución de concentración-tiempo no gaussiana, puede provocar errores en la obtención del coeficiente de dispersión longitudinal calculado.

### Métodos simples existentes para estimar el coeficiente de dispersión longitudinal

Debido a lo costoso y complejo de las estimaciones de campo, se han desarrollado diferentes métodos simples de estimación del coeficiente de dispersión longitudinal. Estos métodos surgen a partir de un artículo desarrollado por Taylor (1954), donde se establecía que la dispersión longitudinal en una tubería larga y recta podía ser representada por una ecuación de difusión clásica unidimensional, en la que los procesos advectivos y difusivos ocurrían en toda la sección transversal, interactuando para producir un coeficiente de dispersión longitudinal. Pese a que Taylor (1954) especificó que su análisis es válido sólo para el caso de tuberías largas y rectas, posteriormente muchos

autores han tratado de aplicar este concepto a canales abiertos. Thomas, en 1958 (Fischer, 1968a), logró aplicar el concepto a canales bidimensionales infinitamente anchos, en los que el flujo es descrito por una distribución de velocidades deducida a través de las leyes de resistencia. Obteniendo un coeficiente de dispersión longitudinal en función del número de Reynolds (Fischer, 1968a), propone que el mecanismo que gobierna la dispersión en canales bidimensionales anchos es el gradiente vertical de velocidades. Supone que no existen gradientes de concentración ni de velocidad en la dirección lateral y, siguiendo los pasos de Thomas, para una distribución de velocidades logarítmicas encuentra la siguiente relación:

$$D_L = \alpha h U^* \quad (7)$$

en que:

$\alpha$  : constante con un valor de 5.93.

$h$  : altura media del flujo.

$U^*$  : velocidad de corte, que para canales abiertos puede calcularse como:  $U^* = \sqrt{gRS}$

$g$  : aceleración de gravedad.

$R$  : radio hidráulico.

$S$  : pendiente de la línea de energía.

La ecuación 7 ha sido ampliamente estudiada y analizada en la literatura. Se sabe hoy que  $\alpha$  puede diferir mucho de 5.93, principalmente por los siguientes motivos:

- La distribución de velocidades no es exactamente logarítmica y  $\alpha$  es extremadamente sensible a dicha distribución.
- En ríos existen variaciones laterales de velocidad y, en estos casos, es el gradiente lateral y no el vertical el que contribuye a una mayor dispersión longitudinal (Fischer, 1967; Fischer *et al.*, 1979; McQuivey y Keefer, 1974; Liu, 1977; Thackston y Krenkel, 1967; Bowie *et al.*, 1985, Beltaos, 1980).
- Las variaciones de  $\alpha$  también pueden deberse a la presencia de "paredes" rocosas internas, y a la existencia de circulaciones secundarias (Liu, 1977; Fischer, 1973, citado en Day, 1975).

En la literatura se presentan otros modelos que siguen la línea de Elder. Krenkel (1960) propone que:

$$D_L = 6.24h^{1.24}E_m^{0.3} \quad (8)$$

donde:

$E_m = SUg$  : tasa media de disipación de energía.

$U$  : velocidad media en la sección transversal.

Posteriormente, Parker (1961) propone este modelo:

$$D_L = 14.3R^{1.5}\sqrt{2gS} \quad (9)$$

Glover (1964), apreciando que los métodos simples existentes entregaban valores de  $D_L$  muy inferiores a los reales, propone el siguiente método (Bowie *et al.*, 1985):

$$D_L = 500RU^* \quad (10)$$

Thackston y Krenkel (1967), tratando de incluir un término empírico que incluyera el efecto de la rugosidad del fondo sobre el coeficiente de dispersión longitudinal, obtuvieron:

$$D_L = 7.25hU^* \left( \frac{U}{U^*} \right)^{0.25} \quad (11)$$

Pero estos modelos, al igual que el de Elder, no consideran la variación lateral de velocidades como el principal mecanismo para la dispersión longitudinal en ríos anchos.

En 1974, McQuivey y Keefer propusieron un método simple de predicción de  $D_L$  a partir de correlaciones con datos de 18 ríos, basándose en la analogía entre las ecuaciones de flujo lineal unidimensional y la ecuación de dispersión lineal unidimensional, obteniendo:

$$D_L = 0.058 \frac{Q}{SW} \quad (12)$$

donde  $Q$  es el caudal y  $W$  es el ancho de la superficie libre del cauce. Señalan que su modelo entrega los resultados con un 30% de error estándar como promedio, y que sólo en casos puntuales se produjeron errores en torno a 100%. Fischer (1975) propone un nuevo método simple de estimación de  $D_L$  como resultado de una discusión al método propuesto por McQuivey y Keefer (1974). Fischer deduce su modelo a partir de una simplificación a una solución de la ecuación 2, que él mismo había propuesto en 1967, suponiendo valores característicos obtenidos en laboratorio. Así:

$$D_L = 0.011 \frac{U^2W^2}{hU^*} \quad (13)$$

Si bien estos métodos parecen ser más precisos que los anteriores, basados en flujo bidimensional, los valores predichos de  $D_L$  por las ecuaciones 12 y 13

pueden tener errores en un factor tan grande como 720 y 18, respectivamente (Liu, 1977).

Liu, en 1977, a partir de un modelo presentado por Fischer (1967), que considera las variaciones laterales de la velocidad, propone un método basado en un nuevo coeficiente adimensional que difiere del antiguo propuesto por Elder, ya que  $\alpha$  crece a medida que aumenta el tamaño del río y  $\beta$  es una cantidad independiente de su tamaño. Matemáticamente, el modelo de Liu corresponde a:

$$D_L = \beta \frac{Q^2}{U^* R^3} \quad (14)$$

El valor de  $\beta$  para cualquier río en particular puede ser predicho por el factor de fricción ( $U^*/U$ ), ya que Liu correlacionó los valores de  $\beta$  observados (reales) con el factor de fricción, encontrando que:

$$\beta = 0.18 \left( \frac{U^*}{U} \right)^{1.5} \quad (15)$$

Liu (1977) señala que con su modelo se puede estimar  $D_L$  con un error de seis veces entre el valor observado y el estimado. Es importante señalar que los factores de error que entrega Liu para los modelos 12 y 13 los obtuvo evaluando dichos modelos con sus propios datos y no realizando la evaluación de su modelo con los de los otros autores.

Existe otro modelo para estimar  $D_L$  a partir de los datos que comúnmente se obtienen en las campañas de aforo. Este método fue propuesto por Fischer (1967) a partir de la ecuación de transporte.

$$D_L = -\frac{1}{A} \frac{\partial C}{\partial x} \int \int_{\Lambda} u^i c^i dA = -\frac{1}{A} \int_0^T u^i d \int_0^y \frac{1}{\epsilon_y d} \int_0^y u^i d dy dy dy \quad (16)$$

Para el uso de este método a partir de datos tabulados, se discretizan las funciones de integración, resultando:

$$D_L = -\frac{1}{A} \sum_{k=2}^N q_k^i \Delta y \left[ \sum_{j=2}^k \frac{\Delta y}{\epsilon_y d_j} \left( \sum_{i=1}^{j-1} q_i^i \Delta y \right) \right] \quad (17)$$

en la que:

$u_i$  es la velocidad media en la subsección  $i$ .  
 $u_i \setminus = u_i - U$ , con  $U$  como la velocidad media de toda la sección transversal.  
 $q_i \setminus = 1/2 (d_i + d_{i+1}) u_i$ .  
 $d_i$  es la altura al comienzo de la subsección  $i$ .

$\Delta y$  es el ancho de una subsección vertical.

$\epsilon_y = K d_i U^*$  es el coeficiente de mezcla transversal entre las subsecciones verticales  $i-1$  e  $i$ .

$N$  es el número de subsecciones verticales (no inferior a 20).

Los principales inconvenientes de este método radican en la dificultad e incertidumbre en la determinación de un  $K$  adecuado para el coeficiente de mezcla transversal. Elder supone  $K = 0.23$ ; French (1985) utiliza, para canales rectos rectangulares,  $K = 0.15$ ; para el caso de cauces que pueden clasificarse como de meandros suaves con sólo algunas irregularidades moderadas en las orillas  $K = 0.6$ ; McQuivey y Keefer (1974) postulan que  $K$  varía entre 0.23 y 0.7. McQuivey y Keefer indican que este método es representativo sólo de la sección en la cual se aplica.

Comparando valores de  $D_L$  obtenidos por esta fórmula y observados en laboratorio y en terreno (Fischer et al., 1979; French, 1985), se aprecia un parecido razonable, y sólo en tres de 17 valores se estiman errores de un orden de magnitud, ya sea por defecto, ya por exceso.

Si bien es cierto que la literatura entrega valores de errores para los distintos métodos, se ha considerado necesario realizar una verificación a partir de datos disponibles. De éstos, que son los valores con los cuales McQuivey y Keefer dedujeron su modelo, los datos de Liu y las observaciones realizadas por Fischer a los datos de McQuivey y Keefer en su discusión, se consideran sólo aquellos que son consistentes con este estudio. Para los datos disponibles se calcularon los promedios de diferencias medias cuadráticas para todos los modelos simples, encontrándose que los más precisos en orden descendente son el modelo propuesto por McQuivey y Keefer (1974), luego el de Liu (1977) y el tercero, el propuesto por Glover (1964).

### Calibración de un modelo para la estimación del coeficiente de dispersión longitudinal

Tal como ha sido señalado, ya que no se dispone de datos generados por experiencias propias, se han tomado los valores encontrados en la literatura. El modelo que se propone es un modelo híbrido. Esto, porque se considera una mezcla de parámetros adimensionales, algunos propuestos por los distintos investigadores y otros generados por los autores. Como una primera aproximación se utilizó un método gráfico, en el cual se observaron las curvas de los parámetros adimensionales "reales" versus un adimensional "creado". Por ejemplo, la ecuación 7 de Elder permite despejar

$\alpha = \frac{D_L}{hU^*}$ , el cual es una cantidad adimensional. Al usar

valores de  $D_L$  reales medidos en distintos ríos, junto con sus correspondientes  $h$  y  $U^*$ , se obtiene una serie de  $\alpha$  "reales" que podrían correlacionarse con adimensionales como  $W/h$ ,  $U^*/U$ , etcétera.

Los adimensionales "reales" que se utilizaron en el estudio fueron  $\alpha = \frac{D_L}{hU^*}$  (Elder);  $\beta = \frac{D_L U^* R^3}{Q^2}$  (Liu);

$\gamma = \frac{D_L SW}{Q}$  (McQuivey y Keefer);  $\pi = \frac{D_L h U^*}{U^2 W^2}$  (Fischer, 1975).

donde:

$D_L$  : coeficiente de dispersión longitudinal en metros cuadrados por segundo.

$h$  : altura media en m ( $h = A/W$ ).

$A$  : área de la sección transversal en metros cuadrados.

$W$  : ancho de la superficie libre en metros cuadrados.

$U^*$  : velocidad de corte en metros por segundo.

$R$  : radio hidráulico en metros.

$Q$  : caudal en metros cúbicos por segundo.

$U$  : velocidad media de la sección transversal en metros por segundo.

Con los resultados dados en el cuadro 1 se procedió a realizar gráficas entre los distintos parámetros adimensionales (reales *versus* propuestos), como una forma de aproximarse a una mejor correlación entre ellos; como no se apreció una tendencia clara, se revisó la base de datos en busca de valores dudosos, que fueron suprimidos. Se procedió luego a realizar nuevamente los gráficos entre los distintos parámetros adimensionales, no encontrándose ninguna mejora sustancial. El siguiente paso fue restringir los datos por su pendiente. El criterio fue aceptar los datos cuya pendiente estuviera entre 0.03% y 0.1%. El cuadro 1 muestra los datos que cumplieron con esta restricción.

Al realizar las gráficas con los datos del cuadro 1 se aprecia una mejora sustancial en las correlaciones, como lo muestran las ilustraciones 1, 2 y 3. En estas ilustraciones se aprecia también que se da una tendencia semejante en los tres modelos.

**Cuadro 1. Valores de dispersión medidos (0.03% < i < 0.1%)\*.**

S%	W	h	R	A	Q	U	U*	D <sub>L</sub>	b	W/R	π	h/W
0.083	19.51	1.199	1.068	23.39	10.62	0.454	0.093	32.52	0.0327	18.27	0.0463	0.0615
0.083	13.41	0.807	0.72	10.82	3.96	0.366	0.077	13.94	0.0254	18.62	0.0357	0.0602
0.044	71.63	3.85	3.472	275.46	212.38	0.771	0.122	260.13	0.0295	20.63	0.0402	0.0537
0.06	53.34	2.091	1.939	111.53	50.97	0.457	0.107	46.45	0.0139	27.51	0.0175	0.0392
0.05	25.91	0.937	0.874	24.29	8.21	0.338	0.065	32.52	0.0211	29.64	0.026	0.0362
0.06	59.4	2.13	1.991	126.72	84.9	0.67	0.108	55.74	0.0066	29.84	0.0081	0.0359
0.044	70.1	2.332	2.187	163.49	70.79	0.433	0.097	111.48	0.0226	32.06	0.0274	0.0333
0.036	35.97	1.006	0.953	36.2	9.14	0.252	0.58	9.1	0.0055	37.75	0.0065	0.028
0.078	15.85	0.412	0.392	6.53	2.41	0.369	0.055	13.94	0.0079	40.47	0.0092	0.026
0.05	36.58	0.922	0.877	33.71	13.45	0.399	0.066	39.48	0.0097	41.7	0.0112	0.0252
0.061	36.5	0.808	0.774	29.49	9.64	0.293	0.68	23.2	0.0079	47.18	0.0111	0.0221
0.05	19.81	0.415	0.398	8.23	2.41	0.293	0.044	13.94	0.0067	49.71	0.0076	0.0209
0.078	12.5	0.255	0.245	3.18	0.99	0.311	0.043	6.97	0.0045	51.09	0.0051	0.0204
0.061	42.37	0.8	0.77	33.88	14.16	0.418	0.068	30.19	0.0047	54.99	0.0052	0.0189
0.06	47.55	0.876	0.845	41.65	18.41	0.442	0.07	37.16	0.0047	56.28	0.0052	0.0184
0.052	65.53	1.127	1.09	73.86	29.03	0.393	0.075	32.52	0.0037	60.14	0.0041	0.0172
0.06	47.24	0.839	0.749	36.66	9.2	0.232	0.066	13.94	0.0046	63.04	0.0065	0.0178
0.06	36.6	0.445	0.434	16.28	5.21	0.32	0.051	13.93	0.0021	84.28	0.0023	0.0122
0.05	64	0.758	0.742	48.64	32.59	0.67	0.06	34.84	0.0008	86.21	0.0009	0.0118
0.06	35	0.328	0.322	11.48	2.41	0.21	0.044	4.64	0.0012	108.75	0.0012	0.0094
0.073	32.6	0.302	0.297	9.86	4.26	0.432	0.046	9.29	0.0006	109.78	0.0007	0.0093
0.053	50.9	0.421	0.414	21.4	9.91	0.463	0.046	20.9	0.0007	123.05	0.0007	0.0083
0.036	67.06	0.547	0.539	36.72	12.74	0.347	0.044	30.19	0.0013	124.48	0.0013	0.0082
0.032	202.7	1.35	1.332	273.64	105.9	0.387	0.065	92.9	0.0013	152.15	0.0013	0.0067

\* Los datos se presentan ordenados según su pendiente, en forma descendente.

Ilustración 1.

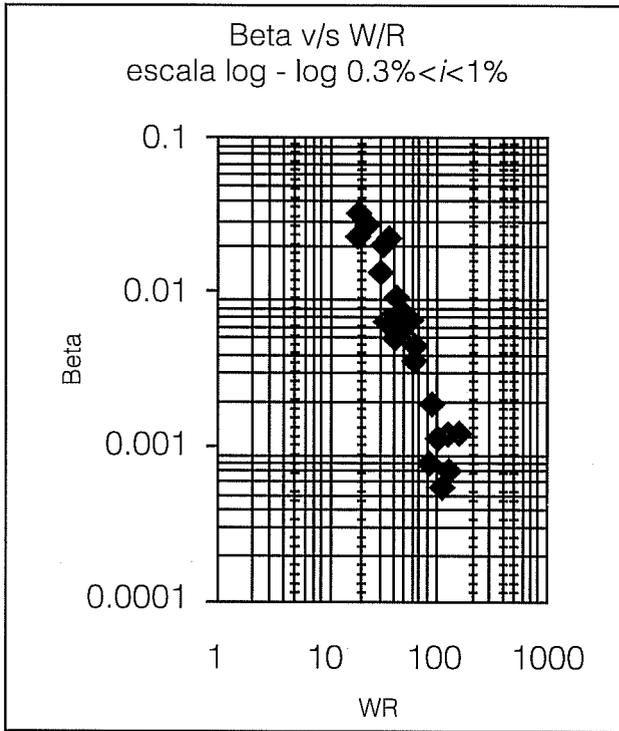


Ilustración 3.

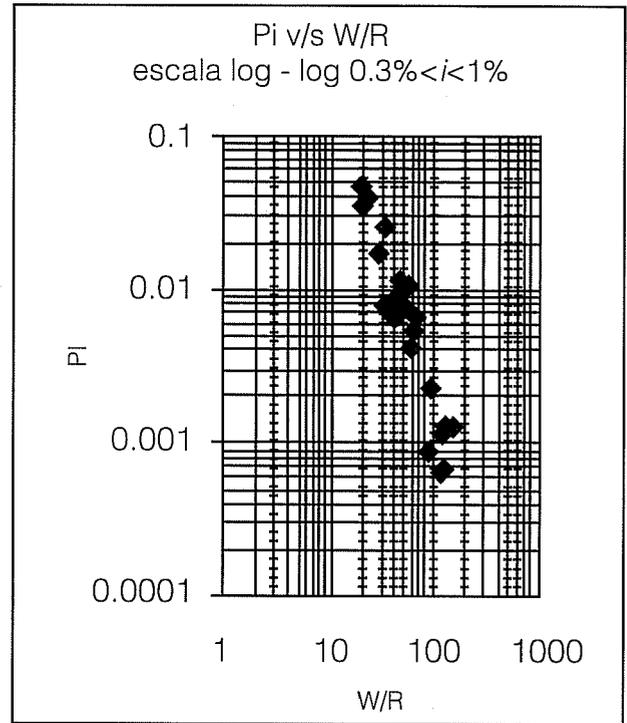
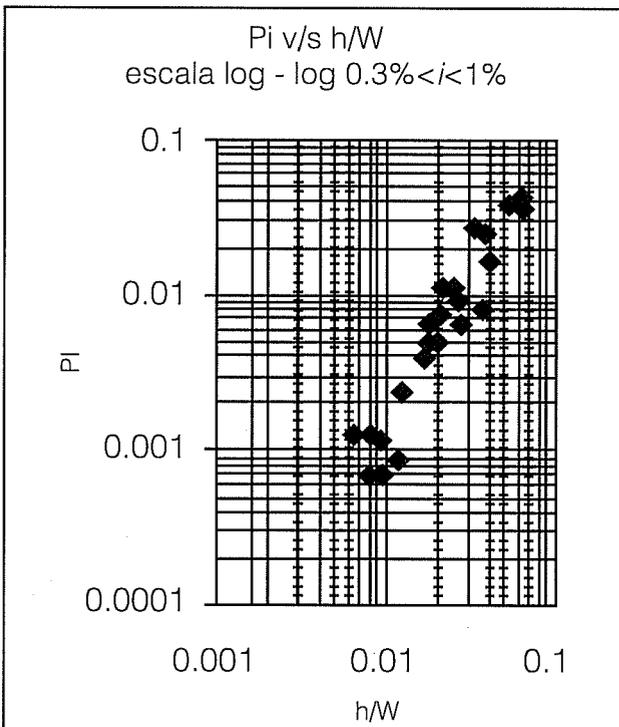


Ilustración 2.



Modelo 1 = correlación entre  $\pi$  y  $W/R$ .

Modelo 2 = correlación entre  $\pi$  y  $h/W$ .

Modelo 3 = correlación entre  $\beta$  y  $W/R$ .

Para poder elegir el mejor, se procedió a ajustarles una curva del tipo  $Y = aX^b$ . Los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $r$  (coeficiente de correlación) se muestran en el cuadro 2:

Cuadro 2. Modelos propuestos.

Modelo	$a$	$b$	$r$
Modelo 1	15.20	-2.00	0.953
Modelo 2	10.10	1.92	0.952
Modelo 3	7.39	-1.86	0.945

Es decir:

$$\text{Modelo 1 es: } D_L = 15.20 \left( \frac{W}{R} \right)^{-2.00} \frac{U^2 W^2}{h U^*}$$

$$\text{Modelo 2 es: } D_L = 10.10 \left( \frac{h}{W} \right)^{-1.92} \frac{U^2 W^2}{h U^*}$$

$$\text{Modelo 3 es: } D_L = 7.39 \left( \frac{W}{R} \right)^{-1.86} \frac{Q^2}{U^* R^3}$$

Ilustración 4.

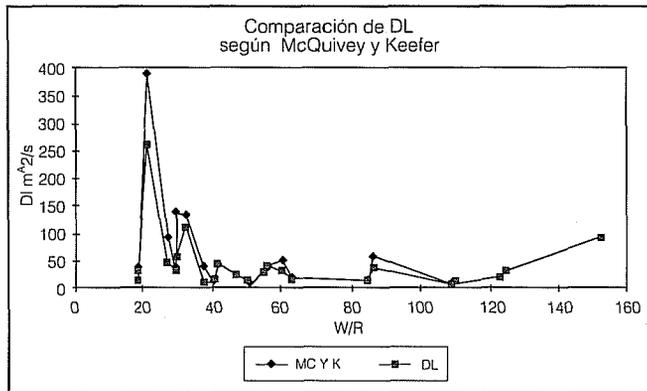
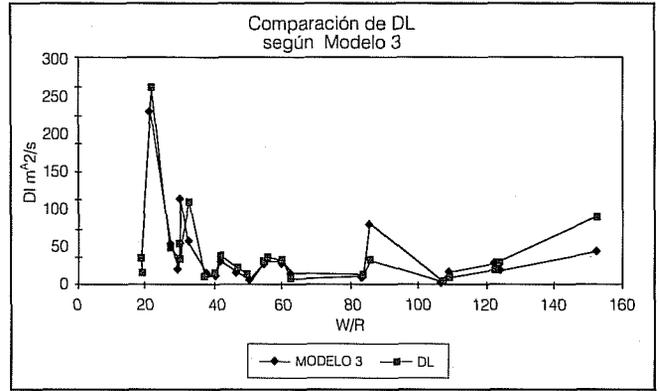


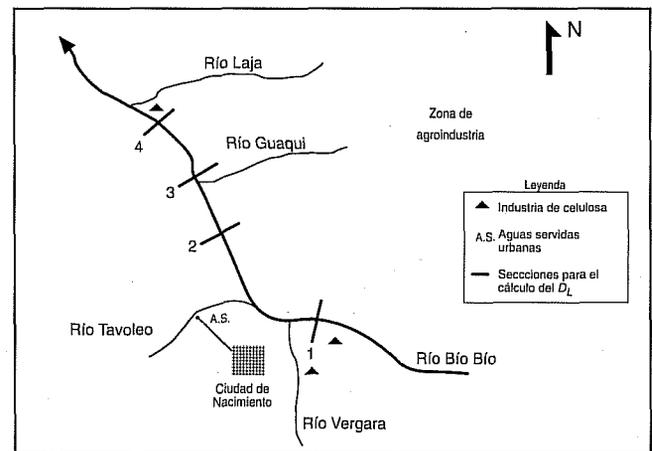
Ilustración 5.



Como se aprecia en el cuadro 2, los coeficientes de correlación se encuentran entre 0.94 y 0.95. Para escoger el mejor, se procedió a calcular el promedio de los errores estándar para cada uno de ellos, encontrándose que el modelo 3, con 32% de error estándar, es el mejor.

Para comparar el modelo 3 con el mejor de la bibliografía (McQuivey y Keefer), se procedió a calcular el promedio del error estándar, encontrándose que para los datos del cuadro 1, el modelo de McQuivey y Keefer tiene un valor de 42.52%. Es decir, el modelo 3 tiene un error promedio menor en un 10% que el mejor modelo encontrado en la bibliografía. La comparación gráfica de los modelos se aprecia en las ilustraciones 4 y 5.

Ilustración 6.



### Aplicación al río Bío Bío, Chile Central

El río Bío Bío se encuentra ubicado en Chile Central, entre las latitudes 36° 45' sur y 39° sur, y su olla hidrográfica es de 24.262 km<sup>2</sup>. Su población asociada es algo inferior al millón de habitantes y está asentada principalmente en la parte baja y cercana a la desembocadura. En la parte central de su trazado (de una longitud total de 384 km), el río se encuentra sometido a vertidos de varias industrias forestales, sobre todo

producción de celulosa y papel, que en la época de estiaje generan una contaminación orgánica y, eventualmente, de microcontaminantes, que motivó esta investigación. En la ilustración 6 se presenta esquemáticamente la ubicación de las industrias y de las secciones del río donde se evaluó  $D_L$ .

En el cuadro 3 se muestran los valores obtenidos de la aplicación del modelo al tramo de estudio.

Cuadro 3. Cálculo de  $D_L$  en el río Bío Bío.

Número de sección	$D_L$ esperado (m <sup>2</sup> /s) McQuivey y Keefer	$D_L$ esperado (m <sup>2</sup> /s) Modelo 3	Intervalo de confianza (90%)
1. Bío Bío antes Vergara	15	35	17-75 m <sup>2</sup> /s
2. Bío Bío después de Incoihue	17	39	10-90 m <sup>2</sup> /s
3. Bío Bío en Diuquín	27	57	27-128 m <sup>2</sup> /s
4. Bío Bío antes de Laja	54	117	56-253 m <sup>2</sup> /s

## Comentarios y conclusiones

El modelo propuesto por McQuivey y Keefer (1974) es el que entrega las mejores estimaciones entre todos los modelos simples encontrados en la bibliografía.

El modelo 3 entrega estimaciones de  $D_L$  con un error estándar promedio de un 32%, que es inferior en un 10% al de las estimaciones del modelo propuesto por McQuivey y Keefer (1974).

El modelo planteado puede aplicarse a otros ríos cuyos parámetros se encuentren dentro de los rangos de los datos expuestos en el cuadro 1 ( $i$  entre 0.032 y 0.083%;  $h$  entre 0.2 y 3.8 m;  $W/R$  entre 18 y 152, etcétera).

Si bien el modelo no ha sido validado con datos experimentales, los datos con los cuales se calibró (cuadro 1) corresponden casi en su totalidad a datos recogidos del trabajo de McQuivey y Keefer.

Basándose en las conclusiones anteriores, se sugiere utilizar el modelo 3, propuesto en esta investigación, para estimar el  $D_L$  en ríos anchos y poco profundos.

De acuerdo con el modelo planteado, la dispersión longitudinal queda bien representada por los siguientes parámetros: caudal, ancho, radio hidráulico y velocidad de corte.

En el cuadro 3 se observa que la dispersión longitudinal calculada por McQuivey y Keefer subestima en aproximadamente un 50% el valor esperado, mediante el modelo propuesto (modelo 3). En una siguiente etapa de la investigación se validará este modelo.

La importancia de sobrestimar o subestimar el coeficiente de dispersión longitudinal mediante fórmulas predictivas es que el valor de  $D_L$  incide directamente en la estimación de la capacidad de autodepuración de un río. El fenómeno es particularmente recurrente cuando se trata de ríos con relaciones  $W/R$  grandes que impliquen un flujo bidimensional, como el caso de la planicie intermedia del río Bío Bío.

## Agradecimientos

Se agradece al Centro EULA, de Chile, en cuyo programa de Doctorado en Ciencias Ambientales el autor principal realizó esta investigación. También se agradece a la Dirección de Investigación de la Universidad de Concepción, que ayudó en el financiamiento a través del proyecto PI núm. 96.091.025-1.1, *Métodos de estimación del coeficiente de dispersión longitudinal aplicables a la morfología de los ríos chilenos*.

Recibido: 04/06/1998  
Aprobado: 13/01/2000

## Referencias

- Beltaos, S., "Longitudinal dispersion in rivers", *Journal of the Hydraulics Division*, proceedings of the American Society of Civil Engineers, vol. 106, núm. HY1, 1980.
- Bowie, G.L. et al., "Rates, constants and kinetics formulations", *Surface Water Quality Modeling*, segunda edición, EPA, Athens, Georgia, junio de 1985.
- Day, T.J., "Longitudinal dispersion in natural channels", *Geological Survey of Canada*, vol. 11, núm. 6, Ottawa, diciembre de 1975.
- Fischer, H.B., "The mechanics of dispersion in natural streams", *Journal of the Hydraulics Division*, proceedings of the American Society of Civil Engineers, vol. 93, núm. HY6, noviembre de 1967.
- Fischer, H.B., "Methods for predicting dispersion coefficients in natural streams, with applications to lower reaches of the Green and Duwamish rivers Washington", *Geological Survey Professional*, núm. 582-A, United States Government Printing Office, Washington, 1968a.
- Fischer, H.B., "Dispersion predictions in natural streams", *Journal of the Sanitary Engineering Division*, proceedings of the American Society of Civil Engineers, vol. 94, núm. SA5, octubre de 1968b.
- Fischer, H.B. (Discussion) "Simple method for predicting dispersion in streams", *Journal of the Environmental Engineering Division*, vol. 101, núm. EE3, junio de 1975.
- Fischer, H.B. E.J. List, R.C.Y. Koh, J. Imberger y N.H. Brooks, "Mixing in inland and coastal waters", *Academic Press, Inc.*, Nueva York, 1979.
- French, R.H., *Open-channel hydraulics*, McGraw-Hill, Nueva York, 1985.
- Glover, R.E., "Dispersion of dissolved or suspended materials in flowing streams", *U.S. Geological Survey Professional*, núm. 433-B, United States Government Printing Office, Washington, 1964.
- Holley, E.R., "Unified view of diffusion and dispersion", *Journal of the Hydraulics Division*, proceedings of the American Society of Civil Engineers, vol. 95, núm. HY2, marzo de 1969.
- Krenkel, P.A., *Turbulent diffusion and the kinetics of oxygen absorption*, Ph.D. Dissertation, University of California, Berkeley, 1960.
- Liu, H., "Predicting dispersion coefficient of streams", *Journal of the Environmental Engineering*, vol. 103, núm. EE1, febrero de 1977.
- McQuivey, R.S. y T.N. Keefer, "Simple method for predicting dispersion in streams", *Journal of the Environmental Engineering Division*, proceedings of the American Society of Civil Engineers, vol. 100, núm. EE4, agosto de 1974.
- Parker, F.L., "Eddy diffusion in reservoirs and pipelines", *Journal of the Hydraulics Division*, proceedings of the American Society of Civil Engineers, vol. 95, núm. HY2, marzo de 1969.

can Society of Civil Engineers, vol. 87, núm. HY3, mayo de 1961.  
Taylor, G.I., "The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe", proceedings of the Royal Society, serie A., vol. 223, Londres, 1954.

Thackston, E.L. y P.A. Krenkel, "Longitudinal mixing in natural streams", *Journal of the Sanitary Engineering Division*, proceedings of the American Society of Civil Engineers, vol. 93, núm. SA5, octubre de 1967.

#### Abstract

Baecheler, J.V. y L. Ayala Riquelme, "Estimation of longitudinal dispersion coefficient for wide rivers with shallow waters and mild slope. Application of the model at Bio Bio river, Chile", *Hydraulic Engineering in Mexico (in Spanish)*, vol. XVI, num. 1, pages 5-13, January-March, 2001.

*This paper presents the different simple methods to estimate the longitudinal dispersion coefficient ( $D_L$ ) for wide rivers, with shallow waters and mild slope. The method proposed by Mc Quivey and Keefer (1974) gives the best estimations among all the reviewed methods. A hybrid model is proposed which combines the method proposed by Liu (1977), but estimating the parameter  $\beta$  from a dimensionless shape coefficient ( $W/R$ ). The real  $\beta$  values are correlated with the corresponding ( $W/R$ ) through a simple regression analysis of the form  $Y = aX^b$ . The proposed method has a standard average error 10% smaller than the method proposed by McQuivey and Keefer (1974). The proposed model was applied in a reach of the Bio Bio river, Central Chile.*

**Key words:** longitudinal dispersion, rivers, modelation, water quality, and environmental hydraulics.

#### Dirección institucional de los autores:

José Vargas Baecheler  
Correo electrónico: jvargas@udec.cl

Luis Ayala Riquelme

Universidad de Concepción  
Facultad de Ingeniería  
Departamento de Ingeniería Civil  
Concepción, Chile  
Teléfono: 56 41 20 43 36 o 20 47 64