

# Aplicación del método de Lischtván y Lebediev al cálculo de la erosión general

Mario Schreider  
Graciela Scacchi  
Felipe Franco

Universidad Nacional del Litoral, Argentina

Ramón Fuentes  
Christian Moreno

Instituto de Innovación en Minería y Metalurgia, Chile

*El presente trabajo analiza la aplicabilidad del método propuesto por Lischtván y Lebediev tanto a datos de laboratorio como de campo, y en situaciones de lechos de arena y de grava. Los resultados demuestran la buena adaptación de la metodología a situaciones de laboratorio en las que se estudiaron procesos erosivos en condiciones de agua clara sin transporte de sedimentos. Por su parte, la aplicación a datos de campo mostró el buen ajuste de la fórmula cuando se aplicó a grandes ríos, con un marcado transporte generalizado, como son los ríos Paraná (Argentina), Mississippi (Estados Unidos), y Magdalena (Colombia). La explicación del buen ajuste del método a situaciones tan diversa se fundamenta en la forma de la ecuación propuesta para estimar la velocidad de equilibrio. Esta ecuación, aplicada a lechos de arena, brinda valores próximos a la condición crítica de iniciación del movimiento cuando se aplica a profundidades pequeñas ( $h < 1$  m), asimismo, proporciona velocidades compatibles con estados de equilibrio de transporte de sedimento cuando se aplica a profundidades importantes ( $h > 10$  m). Las situaciones analizadas en lechos de grava demostraron que, para todo el rango de tirantes que habitualmente se presentan en ríos con este tipo de material de fondo, la fórmula resulta aplicable sólo en condiciones de agua clara, sin sedimentos aportados aguas arriba.*

**Palabras clave:** erosión, velocidad de equilibrio, condición de agua clara, transporte de sedimentos, comparación de métodos, lechos de arena, lechos de grava.

## Introducción

La erosión generalizada de un tramo de río, producto del incremento de la capacidad de transporte de la corriente durante el pasaje de una crecida prolongada, puede ser determinante de la puesta en riesgo, y aun del colapso, de estructuras fluviales tales como puentes, defensas de márgenes, conductos enterrados, etcétera. En aquellas circunstancias en las que se requiera una determinación expeditiva, o en las que falte la información apropiada para el uso de modelos matemáticos a fondo móvil, resulta aconsejable el uso de formulaciones semiempíricas que evalúen el estado final de equilibrio de una sección representativa de un

tramo de río para determinadas condiciones de la corriente. La aplicabilidad de una u otra fórmula de cálculo se sustenta en el grado de validación de que hayan sido objeto, y en un conocimiento apropiado de los fundamentos teóricos y experimentales que les dieron origen.

En este trabajo se ha contrastado el método propuesto por Lischtván y Lebediev (Juárez Badillo y Rico Rodríguez, 1984) con un gran número de mediciones de campo y de laboratorio. Los resultados obtenidos demuestran un muy buen grado de ajuste de esta metodología en su aplicación a una amplia gama de condiciones hidráulicas, las que incluyen tanto situaciones de erosión con agua clara como con transporte generalizado.

## Planteamiento del método

El criterio propuesto por Lischtván y Lebediev para la determinación de las profundidades de erosión general establece que el mecanismo de erosión se detendrá cuando la velocidad del escurrimiento ( $V_i$ ) se reduzca hasta un punto tal en que iguale a la velocidad mínima o de equilibrio ( $U_e$ ).

La hipótesis fundamental sobre la cual se funda el método establece que la distribución transversal de caudales de una sección se mantiene invariable durante todo el desarrollo del proceso erosivo.

La velocidad media de la corriente en función de la profundidad, para cada punto de la sección, es considerada por esta teoría a partir de la ecuación de Manning, del siguiente modo:

$$V_{ri} = \alpha \cdot \frac{h_{oi}^{5/3}}{h_{si}} \quad \alpha = \frac{Qd}{h_m^{5/3} \cdot B_e} \quad (1)$$

donde:

$V_{ri}$  = velocidad media de la corriente luego de la erosión en la vertical  $i$  de la sección (m/s).

$h_{oi}$  = profundidad antes de la erosión en la vertical  $i$  de la sección (m).

$h_{si}$  = profundidad luego de la erosión en la vertical  $i$  de la sección (m).

$Qd$  = caudal de diseño total (m<sup>3</sup>/s).

$h_m$  = profundidad media de la sección antes de la erosión (m).

$B_e$  = ancho superficial efectivo asociado con  $Qd$  (m).

Si se considera que la ecuación 1 se obtiene de igualar el caudal en una subárea perteneciente a una sección transversal, con ancho  $\delta B_i$ , altura inicial  $h_{oi}$  y final  $h_{si}$ , mediante el empleo de las ecuaciones de cantidad de movimiento y de continuidad, la velocidad  $V_{ri}$  puede expresarse entonces de modo más general:

$$V_{ri} = \frac{q_i}{h_{si}} \quad (2)$$

donde:

$q_i$ : caudal por unidad de ancho asociado con la franja de ancho  $\delta B_i$ .

Para evaluar la velocidad mínima o de equilibrio, esta teoría propone una expresión que depende fundamentalmente del diámetro de las partículas que componen el fondo, la que fue propuesta por Maza Álvarez (Moreno *et al.*, 1998) del siguiente modo:

$$U_e = 4.7 \cdot \beta \cdot h_{si} \left[ \frac{0.322}{d^{0.03}} \right] \cdot d^{0.28} \quad (\text{unidades métricas}) \quad (3)$$

donde:

$d$  = diámetro característico de las partículas que componen el fondo (m).

$\beta$  = coeficiente en función del periodo de retorno ( $T$ ), asociado con el caudal de diseño, cuya expresión fue expuesta para  $T$  entre 15 y 1,500 años como:

$$\beta = 0.8416 + 0.03342 \ln T.$$

Debido a que el exponente que afecta a la profundidad  $h_s$  en la ecuación de la velocidad de equilibrio experimenta variaciones poco significativas para el rango de tamaños de sedimentos de arenas finas y medias ( $0.19 \text{ mm} < d < 1 \text{ mm}$ ), en adelante será considerado con un valor único e igual a 0.41. Por lo tanto, la expresión de la velocidad de equilibrio a que se hace referencia será:

$$U_e = 4.7 \cdot \beta \cdot h_{si}^{0.41} \cdot d^{0.28} \quad (\text{unidades métricas}) \quad (4)$$

De igualar  $V_{ri}$  de la ecuación 1 con la  $U_e$  de la ecuación 4, se tiene  $h_s$  en la forma que fuera presentado originalmente por el método (Juárez Badillo y Rodríguez, 1984):

$$h_s = \left[ \frac{\alpha \cdot h_{oi}^{5/3}}{4.7 \cdot d^{0.28}} \right]^{0.71} \quad (\text{unidades métricas}) \quad (5)$$

En la ecuación 5 se ha considerado  $\beta = 1$ , el cual se corresponde con una recurrencia de 115 años aproximadamente.

Debe quedar claro que el coeficiente " $\alpha$ " representa la conductancia de la sección de escurrimiento, consecuencia de la pendiente de energía y coeficiente de rugosidad asociados con la misma, la que en la metodología es considerada constante para toda la sección transversal. Por lo tanto, la expresión de  $V_{ri}$  propuesta lleva implícita una distribución de caudales en la sección que da más peso a las zonas inicialmente más profundas, puesto que directamente depende de  $h_{oi}^{5/3}$ . Esta situación se traduce en el hecho de que al aplicar la ecuación 5, las secciones producto del cálculo copian la forma de la sección original.

Si en vez de considerar para  $V_{ri}$  la ecuación 1, la reemplazamos por la ecuación 2, se obtiene la profundidad de equilibrio como una función dependiente del caudal por unidad de ancho que actúa en la vertical  $i$ , esto es:

$$h_{si} = \left[ \frac{q_i}{4.7 * d^{0.28}} \right]^{0.71} \quad (\text{unidades métricas}) \quad (6)$$

Esta última expresión brinda la posibilidad de que en aquellas situaciones en que se disponga de datos ciertos de distribuciones de caudal, variables para situaciones hidrológicas diferentes, la sección resultante sea un reflejo de la configuración de corriente que se asocia con la crecida considerada. Por lo tanto, ratificada la validez de la ecuación de la velocidad de equilibrio, que se analiza más adelante, en la sección *El concepto de la velocidad crítica y de equilibrio*, la aplicación de la metodología de cálculo propuesta a partir de la ecuación 6 proporciona resultados cuya representatividad será función directa de la bondad de la distribución de caudales adoptada para la sección en estudio.

En la ilustración 1 se presenta una verificación de la metodología de Lischtván y Lebediev en una sección del tramo medio del río Paraná, Argentina, para la crecida extraordinaria de 1982-1983. De la ilustración se desprende la diferencia encontrada en las secciones calculadas, ya sea que se considere la distribución de caudales medidos previamente al inicio de la crecida o durante su desarrollo, presentando esta última una notable concordancia con la sección relevada. Ello ratifica las expresiones del párrafo anterior respecto de la importancia de poder conocer o estimar correctamente la distribución de caudales que se verificaría durante la crecida considerada para el cálculo.

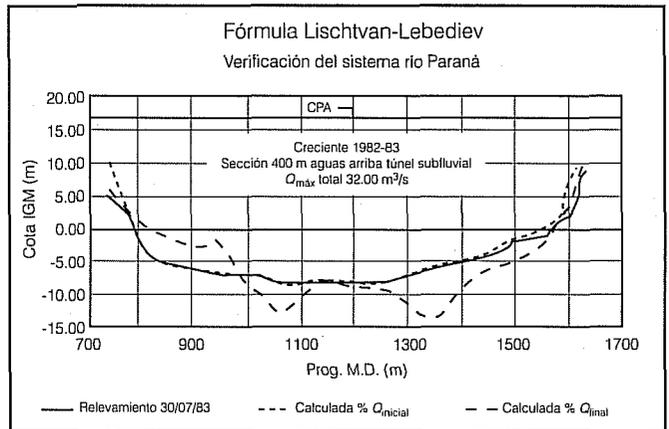
### Analogía con otras fórmulas semiempíricas

En las referencias se encuentra disponible un número significativo de expresiones de cálculo que permiten evaluar la profundidad esperada debido a procesos de erosión general o por contracción. Puede demostrarse que muchas de estas ecuaciones presentan una estructura prácticamente igual a la propuesta por la metodología de Lischtván y Lebediev (ecuación 6), a pesar de que en alguno de los casos los principios básicos que les han dado origen son diferentes. Tres ejemplos ilustrativos de lo expuesto se presentan a continuación.

#### Fórmula de Laursen

Laursen (1963) determinó en su estudio de erosión con agua clara que la socavación en una sección contraída llega al equilibrio cuando la tensión de corte actuante ( $\tau_o$ ) alcanza su valor crítico ( $\tau_{oc}$ ). Por un lado, propone para la estimación de  $\tau_{oc}$  una ecuación que

Ilustración 1. Verificación de la fórmula de Lischtván y Lebediev, río Paraná.



surge a partir del concepto clásico de Shields para la situación de fondo hidrodinámicamente rugoso. Por otra parte,  $\tau_{oc}$  lo expresa mediante una combinación de la expresión de Manning y la ley de resistencia de Strickler (Aguirre Pe, 1980).

La fórmula resultante puede escribirse del siguiente modo:

$$h_{si} = \left[ \frac{q_i}{6.32 * d^{0.33}} \right]^{0.857} \quad (\text{unidades métricas}) \quad (7)$$

#### Fórmula de Blench

Blench (1969), basado en la Teoría de Régimen, propuso para el cálculo del tirante de equilibrio para un dado gasto la siguiente expresión:

$$h_{si} = \left[ 3.28 * \frac{q^2}{Fb} \right]^{1/3} \quad (\text{unidades métricas}) \quad (8)$$

$$Fb = 60.1 * d^{1/2} (1 + 0.012 * C)$$

donde:

$Fb$  = factor función de la resistencia del fondo.

$C$  = concentración del material del fondo (ppm).

La ecuación anterior puede manipularse de modo tal que resulte:

$$h_{si} = \left[ \frac{q_i}{4.28 * d^{0.25}} \right]^{0.67} \quad (9)$$

para concentraciones de sedimentos pequeñas, y:

$$h_{si} = \left[ \frac{q_i}{4.28 * d^{0.25} * (1 + 0.012 * C)} \right]^{0.67} \quad (10)$$

para concentraciones de sedimentos elevadas.

Fórmula a partir de la ecuación de velocidad crítica de Maza y García Flores

Maza y García Flores (1978) elaboraron una ecuación adimensional para la velocidad crítica media en cauces no cohesivos e hidrodinámicamente rugosos:

$$\frac{V_c}{\sqrt{(S_s - 1) * g * d}} = 1.5040 * \left( \frac{h_{si}}{d} \right)^{0.15} \quad (11)$$

donde:

$V_c$  = velocidad crítica media (m/s).

$S_s$  = densidad relativa de las partículas del fondo.

Si se igualan, del mismo modo que en el método de Lischtván y Lebediev, la velocidad de la corriente dada por la ecuación 2 y la  $V_c$  propuesta por Maza y García Flores (ecuación 11), se llega a una expresión para calcular la profundidad de equilibrio dada por:

$$h_{si} = \left[ \frac{q_i}{6.05 * d^{0.35}} \right]^{0.87} \quad (\text{unidades métricas}) \quad (12)$$

Las ecuaciones antes expuestas reflejan la dependencia de la profundidad de erosión respecto del caudal específico y del diámetro de las partículas, que puede resumirse en la siguiente expresión general:

$$h_{si} = \left[ \frac{q_i}{\gamma * d^n} \right]^\omega \quad (\text{unidades métricas}) \quad (13)$$

Siendo:

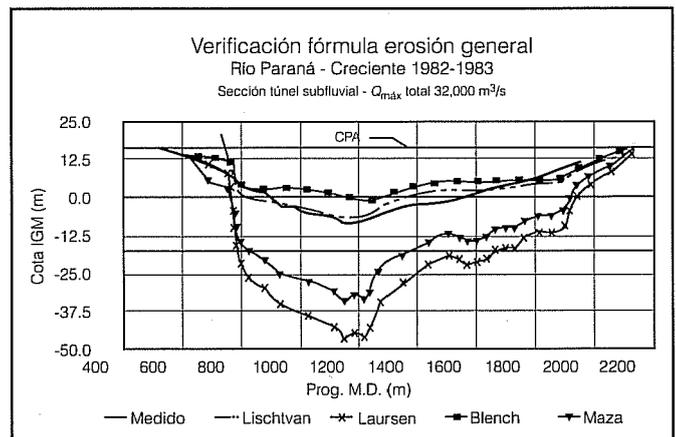
	$\gamma$	$\eta$	$\omega$
Lischtván-Lebediev	4.70	0.28	0.71
Laursen	6.32	0.33	0.86
Blench	4.28	0.25	0.67
Maza-García F.	6.05	0.35	0.87

Debe recordarse que el valor del coeficiente  $\omega$  dado para la expresión de Lischtván y Lebediev es válido para el rango de tamaños de arenas finas y medias, y gruesas.

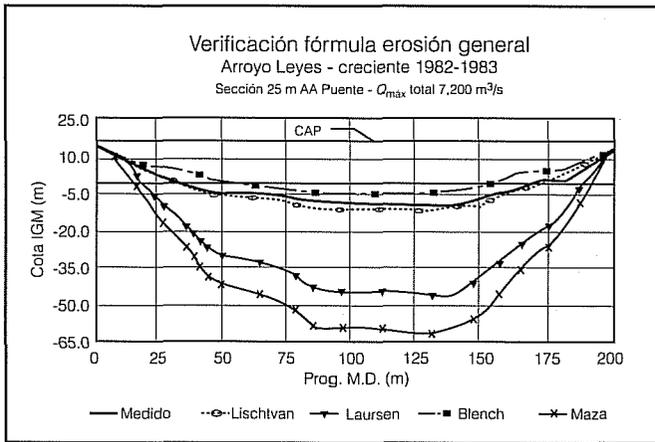
Desde el punto de vista de la estructura de las ecuaciones, surge clara la influencia del parámetro  $\omega$ , cuyos mayores valores se asocian con máximas erosiones. A este hecho se suma la incidencia de los parámetros  $\gamma$  y  $\eta$  incluidos en el denominador de la expresión, los cuales adoptan valores que en todos los casos magnifican las diferencias relacionadas con el valor del exponente para el rango de diámetros considerados. Así, la máxima variación determinada por el exponente  $\omega$  es del orden de 30% (Maza y García, 1978; Blench, 1969). Esta variación se incrementa a un 42% cuando se considera la influencia de todos los coeficientes para un diámetro de 1 mm, y a un 69% si se considera un diámetro de 0.3 milímetros.

La aplicación de la metodología a situaciones reales observadas en el sistema fluvial del río Paraná, Argentina, ratifica lo anteriormente dicho. En efecto, en las ilustraciones 2 y 3 se comparan los resultados arrojados por cada una de las expresiones aquí presentadas, conjuntamente con las secciones relevadas durante la crecida extraordinaria ocurrida en 1982-1983. Para el cálculo se consideraron los caudales pico de la crecida de 1983, verificados en el cauce principal del río Paraná,  $Q = 32,000 \text{ m}^3/\text{seg.}$ , y del Arroyo Leyes,  $Q = 7,200 \text{ m}^3/\text{seg.}$ , respectivamente. Los tamaños característicos del sedimento fueron los siguientes: río Paraná, sección Túnel:  $d_{50}$ : 0.250 mm; Arroyo Leyes:  $d_{50}$ : 0.300 mm. Para la obtención de los caudales específicos utilizados por las expresiones antes detalladas, se emplearon distribuciones de caudales resultantes de aforos realizados en la sección del Túnel y en el puente del arroyo Leyes, en fechas próximas al pico de la crecida, registrado en julio de 1983.

Ilustración 2. Fórmulas de erosión general aplicadas al río Paraná.



**Ilustración 3. Fórmula de erosión general aplicada al arroyo Leyes.**



En ambas ilustraciones resalta el buen grado de ajuste que presenta la fórmula obtenida a partir del método de Lischtván y Lebediev, así como las diferencias encontradas entre los resultados derivados de las distintas expresiones. En efecto, de su análisis se puede ver que la ecuación de Blench subestima las profundidades de erosión, mientras que la de Laursen y la derivada a partir de la expresión de velocidad de Maza arrojan resultados muy por encima de los reales, con sobrestimaciones que van de dos a tres veces las profundidades medidas. Esto resulta lógico si se considera, como ha sido explicado al presentar las ecuaciones, que evalúan la erosión para una situación de agua clara; es decir, sin transporte de sedimentos, situación en la que no se encuadran ni el río Paraná ni el arroyo Leyes, los dos con un marcado transporte generalizado.

En resumen, se ha demostrado que las cuatro ecuaciones presentadas brindan resultados muy diferentes en virtud de los coeficientes de ajuste y de los criterios adoptados para establecer la condición de equilibrio. La fórmula de Lischtván y Lebediev mostró los mejores resultados en su aplicación al río Paraná, poniendo de manifiesto la importancia que tiene la definición del concepto de velocidad crítica o de equilibrio, tal como se discute en el apartado siguiente.

### El concepto de la velocidad crítica y de equilibrio

El enfoque clásico en la literatura (U.S. Department of Transportation, 1993) diferencia dos formas de erosión en el nivel de sección o pequeños tramos, en función de la competencia que el tramo aguas arriba tiene para aportar sedimentos al sector en estudio. De este

modo, cuando existe un transporte de sedimentos definido desde aguas arriba, la sección erosionada alcanzaría un equilibrio a partir del balance que iguale la tasa de sedimento removida de la sección con la que proviene de aguas arriba. Por su parte, en la situación de aporte nulo de sedimentos, el equilibrio está determinado por la condición crítica de iniciación de movimiento.

Si bien las ecuaciones que predicen las erosiones por contracción en el nivel de secciones o tramos se basan en el principio de continuidad sedimentológica, las distintas condiciones de equilibrio en uno y otro caso han permitido diferentes derivaciones de las ecuaciones a utilizar.

En el caso de evaluar la erosión por contracción en situación de agua clara, los desarrollos de Laursen (1963) parten de la base de que el equilibrio se alcanza cuando el sedimento removido de la sección contraída es nulo; esto significa que la tensión de corte se ha reducido hasta valores compatibles con la crítica para ese tamaño de sedimento.

El empleo conjunto de la relación de Shields (Van Rijn, 1990) y la ecuación de Manning permite establecer una expresión para la velocidad crítica, que viene dada por (U.S. Department of Transportation, 1993):

$$Uc = 6.19 * h^{1/6} * d^{1/3} \quad (\text{unidades métricas}) \quad (14)$$

En la ecuación 14, el coeficiente de rugosidad de Manning viene dado por  $n = d^{1/6}/26$ , que resulta de considerar una ley de resistencia de tipo exponencial (Aguirre Pe, 1980).

Una expresión similar podría obtenerse si se vincula la relación de Shields con una ecuación de resistencia dada por una ley de tipo logarítmica:

$$Uc = (0.06 * 1.65 * 9.81)^{1/2} * d^{1/2} [5.75 \log (h/2 * d) + 6.25] \quad (\text{unidades métricas}) \quad (15)$$

La comparación de los resultados de ambas ecuaciones para distintos tirantes y un diámetro de sedimento característico de arenas medias se presenta en la ilustración 4, en donde se puede observar la coincidencia de ambas ecuaciones, las cuales reflejan en todos los casos la situación crítica de iniciación de movimiento.

La expresión dada por Lischtván y Lebediev (Moreno *et al.*, 1998), para el rango de arenas finas, medias y gruesas, adopta la siguiente forma:

$$Uc = 4.7 * h^{0.41} * d_s^{0.28} \quad (\text{unidades métricas}) \quad (16)$$

la cual resulta similar a la de la ecuación 14 (U.S. Department of Transportation, 1993).

Sin embargo, su graficación conjunta con las ecuaciones 14 y 15 (ilustración 4) muestra un comportamiento diferenciado según el rango de tirantes que se esté analizando.

En efecto, resulta claro que para profundidades menores de un metro, las tres expresiones brindan resultados similares. Se observa que tanto la velocidad crítica resultante del perfil logarítmico como la propuesta en HEC 18 (U.S. Department of Transportation, 1993), basadas en una ley de resistencia exponencial, dan valores prácticamente idénticos. Por su parte, la expresión propuesta por Lischtvan y Lebediev estima velocidades algo menores, lo cual se corresponde con los conceptos de Paintal (1971), quien encontró cantidades apreciables de transporte de sedimentos con tensiones de corte por debajo de las predichas por la curva de iniciación de movimiento de Shields. Más allá de las diferencias apuntadas anteriormente, resulta evidente que cualquiera de las tres expresiones empleadas estaría representando una condición de equilibrio correspondiente a la erosión con agua clara.

Para profundidades superiores a un metro, surge una clara separación entre las curvas correspondientes a las ecuaciones 14 y 15 respecto de la brindada por la ecuación 16. Las velocidades resultantes de esta última crecen en forma mucho más acelerada que las obtenidas a partir de las leyes de resistencia exponencial y logarítmica. De este modo, para profundidades típicas de los grandes ríos de llanura (10-15 metros), la ecuación de Lischtvan y Lebediev da velocidades del

orden de tres a cuatro veces mayores que las que se verifican para la situación crítica de iniciación de movimiento. Se pone de manifiesto, de este modo, el hecho de que para tales profundidades las velocidades dadas por la ecuación 16 estarían reflejando una condición de equilibrio en situación de transporte generalizado, la cual es típica de los cauces principales de ríos de llanura.

### Aplicación del método de Lischtvan y Lebediev a escurrimientos con lechos de arena

Con el fin de corroborar las hipótesis anteriores, se creyó conveniente dividir la base de datos disponibles en dos subgrupos: datos de laboratorio y datos de campo. En todos los casos, la información disponible correspondió a lechos de arena de granulometría aproximadamente uniforme, con tamaños medios comprendidos entre 0.19 y 1.0 milímetros.

#### Datos de laboratorio

Para la aplicación del método a datos de laboratorio se contó con las series experimentales obtenidas por Guy *et al.* (1966). Se seleccionaron los ensayos correspondientes a los siguientes diámetros medios  $d = 0.19, 0.27, 0.45$  y  $0.93$  mm. En todos los casos se consideraron sólo aquellas corridas correspondientes a un régimen fluvial inferior, con números de Froude menores a 0.7.

En la ilustración 5 se presenta el contraste de las profundidades medidas y observadas correspondientes a los ensayos con diámetro medio de 0.19 mm. Se ha incluido aquí, como parámetro de algunos datos seleccionados, el gasto sólido adimensional  $q_s^*$ , el cual se define como:

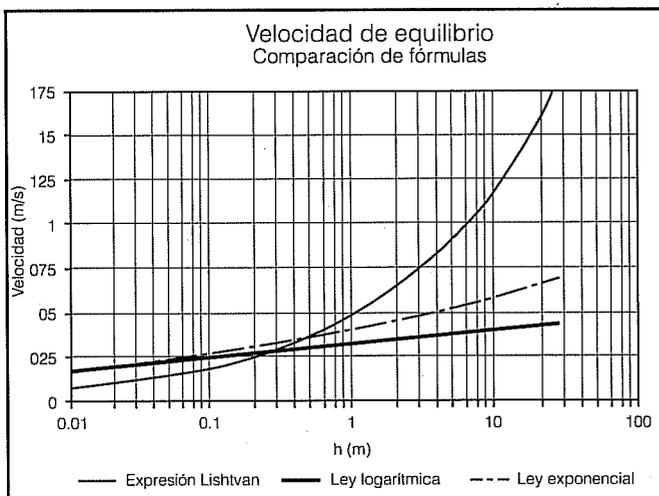
$$q_s^* = \frac{q_s}{d_{50} \sqrt{g \Delta d_{50}}} \quad (17)$$

donde:

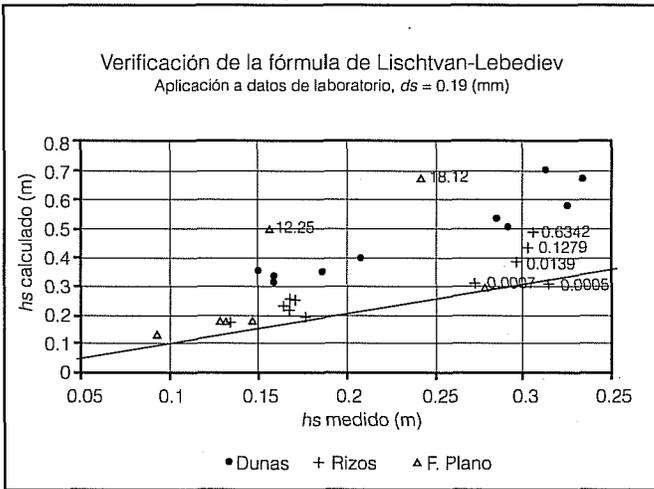
- $q_s$  = gasto sólido en volumen por unidad de ancho.
- $d_{50}$  = diámetro por el cual pasa 50% del material en peso.
- $g$  = aceleración de la gravedad.
- $\Delta$  = densidad relativa aparente.

El detalle de la información disponible ha permitido diferenciar los ensayos según las formas de fondo presentes en el mismo. De este modo se pudieron agrupar los datos correspondientes a fondo plano, rizados y dunas.

Ilustración 4. Comparación de diferentes fórmulas de velocidad de equilibrio.



**Ilustración 5. Verificación del método de Lischtván y Lebediev con datos de laboratorio.**



En la ilustración 5 se puede observar el buen ajuste de los datos de fondo plano y parte de los datos correspondientes a rizos. Por su parte, los datos de ensayos con fondo de dunas arrojaron, en todos los casos, valores calculados que prácticamente duplicaron los observados. Los resultados de los restantes diámetros considerados fueron similares a los presentados para  $d = 0.19$  milímetros.

Un análisis a detalle de la ilustración 5 permite explicar las razones del grado de ajuste que se logró en cada caso. En efecto, los valores calculados correspondientes a fondo plano son los que mejor se ajustan a los datos observados. Ex profeso se han incluido dos datos de fondo plano con transporte, próximos al régimen de transición. Estos fueron los que mayores errores tuvieron, asociados con las más altas tasas de transporte ( $q_s^* > 10$ ). De este modo se tiene una primera evidencia experimental acerca de que las velocidades de equilibrio propuestas por el método para profundidades pequeñas (característica de datos de laboratorio) representan una condición de transporte de sedimento nulo, típica de la iniciación de movimiento.

Este hecho puede ser reafirmado si se analizan los datos correspondientes a rizos. En la ilustración 5 se observa que los datos de rizos con profundidades superiores a 0.25 m presentan errores que resultan directamente proporcionales al nivel de transporte presente en el ensayo. En este sentido, los valores más próximos a la curva de perfecto acuerdo, con errores prácticamente despreciables, presentaban alturas de rizos muy pequeñas, inferiores a 3% del tirante, y cargas sólidas despreciables ( $q_s^* < 0.001$ ). Los otros ensayos con errores progresivamente superiores mostraron ta-

sas de transporte de varios órdenes de magnitud mayores que los valores antes referidos. Por su parte, los datos correspondientes a dunas mostraron en todos los casos altas tasas de transporte de sedimento, sobrestimando en forma manifiesta los valores observados.

Este análisis brinda un sólido sustento experimental a la ecuación de velocidad de equilibrio propuesta por Lischtván y Lebediev (ecuación 16), ratificando la validez de su uso en lechos de arena con pequeños tirantes ( $h < 1$  m) sólo en aquellos casos donde se verifiquen condiciones de fondo plano sin transporte de sedimentos, o muy pequeñas formas de fondo (rizos) relacionados con tasas de transporte prácticamente despreciables.

#### Datos de campo de grandes ríos de llanura

Se ha señalado anteriormente que para profundidades importantes, características de grandes ríos de llanura, las velocidades de equilibrio resultantes de la ecuación 16 son notoriamente superiores a las brindadas por las ecuaciones 14 y 15, y que estarían representando una condición de equilibrio de transporte.

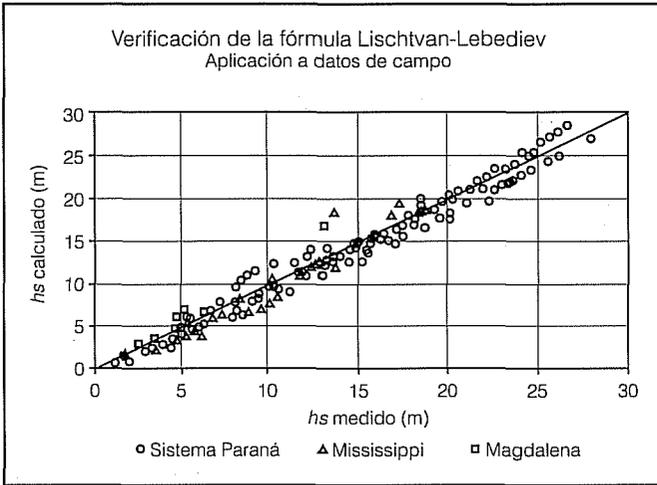
Para verificar esta hipótesis se ha recopilado una importante base de datos correspondientes a los ríos Paraná, Argentina (FICH, 1997); Mississippi, Estados Unidos, y Magdalena, Colombia (Brownlie, 1981). Los datos obtenidos corresponden tanto a valores promedio de una sección como a datos puntuales de verticales seleccionadas en diferentes secciones o tramos de los ríos considerados. Los rangos de los datos utilizados para este análisis se presentan en el cuadro 1. Por su parte, la ilustración 6 muestra los resultados obtenidos en la aplicación del método.

Si se observan en la ilustración 6 los datos correspondientes al sistema Paraná y al río Mississippi, se puede comprobar que para profundidades menores de siete metros, los valores calculados, en general, subestiman los observados con errores porcentuales importantes que llegan a 40%. Al respecto, un análisis detallado de los datos obtenidos en el río Paraná permitió comprobar que, en su mayoría, dichos valores

**Cuadro 1. Rango de datos de ríos de llanura.**

Río	Caudal específico ( $m^2/seg$ )	Profundidad (m)	Diámetro de sedimento $d_{50}$ (mm)
Paraná	1.5 - 45	2 - 28	0.200 - 0.500
Mississippi	3.0 - 40	3 - 17	0.190 - 0.680
Magdalena	1.3 - 25	1.5 - 13	0.125 - 1.050

Ilustración 6. Verificación del método de Lischtvan y Lebediev con datos de ríos de llanura.



corresponden a verticales medidas en las proximidades de la margen con bajos niveles de caudal sólido, probablemente no en equilibrio con los tamaños de sedimentos y profundidades presentes en el lugar.

Asimismo, debe mencionarse que en este sector de la sección, influida por la presencia de la margen, podrían verse afectadas las condiciones de uniformidad y bidimensionalidad que exigen las ecuaciones básicas que dan origen al método. Para igual rango de profundidades,  $h < 5$  m, los datos del río Magdalena mostraron un muy buen ajuste del método y que corresponden a granulometrías de arenas gruesas  $d = 1$  mm, que son valores promedio en la sección.

Los valores calculados para profundidades mayores brindaron un muy buen ajuste de los datos observados. Aquí se incluye la información correspondiente al *thalweg* del río Paraná y sus tributarios en distintas secciones especialmente seleccionadas. El buen ajuste de los mismos, obtenidos del sector más activo del río, corrobora la hipótesis de que en estas circunstancias la velocidad límite brindada por el método de Lischtvan y Lebediev está representando una condición de equilibrio acorde con los parámetros hidráulicos y sedimentológicos considerados en cada caso.

**Aplicación del método de Lischtvan y Lebediev a escurrimientos con lechos de grava**

Los datos con que se cuenta corresponden a datos de laboratorio de un modelo físico del río Mapocho, en el sector Los Almendros, a escala 1:30. Las características globales del prototipo se presentan en el cuadro 2. Los resultados experimentales se presentan en unida-

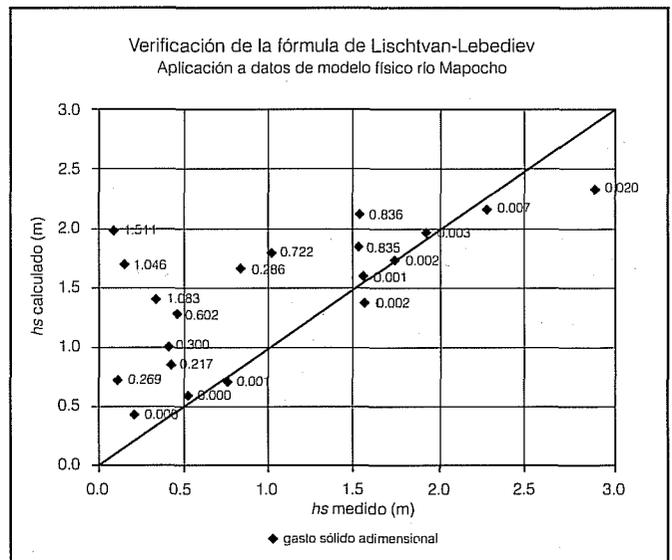
Cuadro 2. Características globales del prototipo.

Parámetro	Valor
Pendiente media (%)	1.85
Ancho medio (m)	21
Caudal $Q_{T=10 \text{ años}}$ ( $m^3/s$ )	160
Caudal $Q_{T=50 \text{ años}}$ ( $m^3/s$ )	350
Caudal $Q_{T=100 \text{ años}}$ ( $m^3/s$ )	450
$d_{16}$ (mm)	12.0
$d_{50}$ (mm)	61.5
$d_{84}$ (mm)	296.0

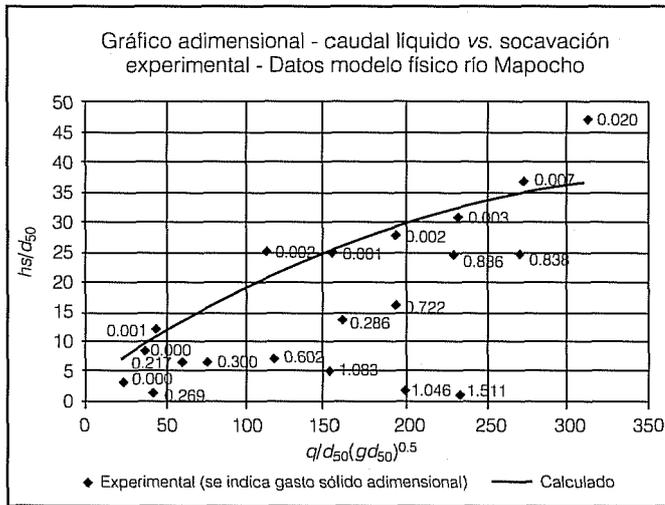
des de prototipo y corresponden al promedio de las socavaciones ocurridas en las 11 secciones transversales del modelo.

Los datos obtenidos en el modelo físico del río Mapocho se compararon con los calculados mediante la fórmula de Lischtvan y Lebediev. La comparación puede observarse en la ilustración 7. Se comprueba que algunos de los puntos cumplen con el cálculo teórico, pero en varios de ellos las socavaciones calculadas son muy superiores a las medidas en el modelo. La explicación de esta discrepancia se puede encontrar en la ilustración 8, en la cual se muestra la socavación adimensional  $hs/d_{50}$  como función del gasto líquido *adimensional*  $q^*$  ( $= q/g \cdot d^{1.5}$ ), llevando como parámetro el gasto sólido adimensional  $q_s^*$ .

Ilustración 7. Verificación del método de Lischtvan y Lebediev con datos del modelo físico del río Mapocho.



**Ilustración 8. Verificación del método de Lischtvan y Lebediev. Socavación adimensional  $h_s/d_{50}$  como función del gasto líquido adimensional  $q$ .**



Los puntos que tienen un  $q_s^*$  relativamente grande (del orden de la unidad) corresponden a socavaciones medidas mucho menores que las calculadas. Por el contrario, cuando  $q_s^*$  se acerca a cero, las socavaciones medidas se ajustan bien a los cálculos. Estas observaciones indican que las fórmulas de Lischtvan y Lebediev aplicadas a ríos con lechos de grava son sólo válidas para situaciones de agua clara.

**Gráfica adimensional unificada**

La bondad que demuestra el método de Lischtvan y Lebediev tanto para tirantes pequeños (ensayos de laboratorio) como para profundidades importantes correspondientes a ríos de llanura alentó la posibilidad de definir una gráfica unificada en donde se pudiera incluir la totalidad de los datos, con el fin de visualizar de una manera sencilla el grado de ajuste de los resultados obtenidos y su agrupamiento, de acuerdo con los valores adoptados por los parámetros representativos del escurrimiento y el contorno.

De este modo se conformó la ilustración 9, donde se ha representado la relación "profundidad de equilibrio calculada/profundidad de equilibrio medida", en función del caudal adimensional  $q^*$ .

En la ilustración 9 se han incluido los datos de laboratorio que representan al río Mapocho en los Almendros, Chile, correspondientes a las situaciones en las que se verificó un escaso o nulo transporte de sedimentos (ilustración 8). Esta información caracteriza un escurrimiento torrencial en pendientes pronunciadas, un fondo compuesto por gravas y piedras de distinto

tamaño y tirantes que oscilan entre 0.5 y 2.50 m, según el caudal considerado (cuadro 2).

Si para un tirante de dos metros se evalúa la velocidad de equilibrio que prevé el método de Lischtvan y Lebediev (Moreno *et al.*, 1998) para la granulometría característica del río Mapocho, se obtiene un valor de  $U_e = 3.94$  m/s. Cabe preguntar aquí si la velocidad así obtenida estará representando una situación de erosión con agua clara o con transporte generalizado. Para ello, se comparó el valor dado por el método con el que surge de un perfil de velocidades logarítmico para contorno rugoso.

$$\tau^* = 0.06 \quad \tau_{oc} = 18.22 \text{ kg/m}^2$$

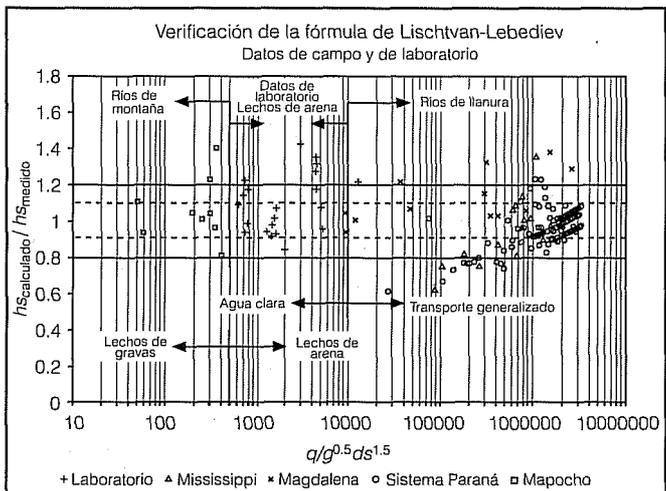
$$U^* = 0.422 \text{ m/s}$$

$$U = U^* [ 5.75 \log ( h/2 d_{B4} ) + 6.25 ] = 4.42 \text{ m/s}$$

Se observa que, al igual que en los datos de laboratorio con lecho de arena, la velocidad dada por Lischtvan y Lebediev está por debajo de la crítica de iniciación de movimiento, de acuerdo con el criterio de Shields. Así, el buen ajuste del método dependerá de que los datos a considerar correspondan a situaciones con agua clara, tal como se observa en ilustración 8.

Si bien se ha podido comprobar que la situación analizada corresponde a erosión sin transporte de sedimento, se evidencia que se da para un tirante que, en el caso de lechos de arena, estaría involucrando un transporte generalizado (ilustración 4). Una extensión del cálculo de la velocidad crítica para el diámetro  $d_{B4}$  expuesto en el cuadro 2 y diferentes tirantes demostró que los valores suministrados por la metodología de Lischtvan y Lebediev resultan menores que la velocidad crítica que surge del perfil logarítmico hasta tiran-

**Ilustración 9. Gráfico adimensional unificado.**



tes de aproximadamente veinte metros. Se puede concluir con ello que en la generalidad de los casos correspondientes a ríos de montaña, la aplicación del método de Lischtván y Lebediev estaría representando una situación de erosión con agua clara.

La totalidad de la información volcada en la ilustración 9 permite ver cómo los datos se agrupan de acuerdo con las características físicas de los sistemas en estudio. De este modo, los datos del río Mapocho presentan los menores valores de  $q^*$  ( $< 500$ ). En el rango intermedio,  $500 < q^* < 10,000$ , se ubican los datos de laboratorio correspondientes a lechos de arena. Por último, para  $q^* > 10,000$  se dispone de la información proveniente de grandes ríos de llanura. En lo que respecta a la condición de transporte, el valor del parámetro  $q^*$ , aproximadamente 10,000, delimita la zona de erosión con agua clara de la correspondiente a transporte generalizado.

Los porcentajes de datos asociados con distintos rangos de errores, para el conjunto de información utilizada, se resumen en el cuadro 3.

Más allá del buen grado de ajuste que surge de este cuadro y de la ilustración 9, resulta significativa la posibilidad que brinda la ilustración mencionada para establecer, mediante el simple cálculo del parámetro  $q^*$ , la aptitud del método para estimar la profundidad de erosión de acuerdo con las características del sistema en estudio. Esto es, del análisis de la ilustración 9 se deduce que las situaciones de laboratorio o los pequeños ríos con pendientes importantes, asociados con cantidades significativas de transporte de sedimentos, no podrían ser bien evaluados por el método de Lischtván y Lebediev. En el otro extremo, los ríos de llanura con sedimentos del tamaño de arenas finas a medias y muy bajas pendientes podrían involucrar transportes de sedimentos significativamente menores que los que supone el método; para esos valores de  $q^*$  se predicen erosiones más reducidas que las realmente observadas.

En conclusión, una adecuada interpretación de la ilustración 9 permite evaluar en forma expedita el grado de corrección de los resultados que arrojaría el método para una situación particular que se desee estudiar.

## Conclusiones

1. La comparación de los resultados brindados por distintas ecuaciones de cálculo de similar estructura en su aplicación al río Paraná destaca la importancia de la adecuada consideración de los criterios y parámetros de ajuste involucrados en cada metodología al momento de su aplicación a una situación específica.
2. La particular ecuación adoptada por el método de Lischtván y Lebediev para establecer la velocidad de equilibrio en un lecho no cohesivo hace que el cálculo sea tanto aplicable a situaciones de erosión con agua clara o con transporte generalizado. La bondad de los resultados que se obtengan en uno u otro caso depende de la profundidad del escurrimiento involucrada en el análisis.
3. El hecho de que la metodología de Lischtván y Lebediev estima correctamente la erosión con agua clara para tirantes pequeños sobre lechos de arena (habituales en ensayos de laboratorio) fue demostrado a partir de la base de datos de Guy *et al.* (1966) (ilustración 5). Se pudo comprobar que el error introducido por el método es directamente proporcional a la carga de sedimentos verificada en el experimento.
4. La bondad del método para estimar erosiones generales con transporte de sedimentos fue contrastada a partir de datos de grandes ríos de llanura (ilustración 6). En dicha ilustración sólo los valores calculados correspondientes a situaciones con profundidades menores a cinco metros mostraron una tendencia a subestimar los datos medidos, indican-

**Cuadro 3. Resumen de resultados. Dispersión de los valores calculados.**

Tipo de dato	Total de datos	Valores estimados con $\pm 5\%$ de error		Valores estimados con $\pm 10\%$ de error		Valores estimados con $\pm 20\%$ de error	
		Cantidad	%	Cantidad	%	Cantidad	%
Ríos de montaña	10	4	40.0	6	60.0	8	80.0
Datos de laboratorio lechos de arena	32	7	21.9	18	56.2	26	81.2
Ríos de llanura	174	81	46.6	119	68.4	148	85.0
<b>Total</b>	<b>216</b>	<b>92</b>	<b>42.6</b>	<b>143</b>	<b>66.2</b>	<b>182</b>	<b>84.2</b>

do un cierto desequilibrio en el transporte de sedimentos, tal como se pudo comprobar al analizar los datos del río Paraná que se ubicaron en ese sector de la gráfica.

5. Los datos obtenidos a partir de una situación modelada de un río de montaña (río Mapocho, Chile) permitió comprobar que la ecuación de Lischtván y Lebediev representa adecuadamente las erosiones observadas si el proceso se desarrolla en condiciones de agua clara. Un análisis de la ecuación de velocidad de equilibrio que el método propone permite extender esta conclusión a la mayoría de las situaciones de prototipo que se pueden verificar en ríos con lecho de gravas.
6. La elaboración de una gráfica unificada (ilustración 9) permitió, más allá de visualizar el grado de ajuste del método a la totalidad de la información utilizada, identificar áreas de agrupamiento de datos, en función de las características del escurrimiento y del contorno, así como de la presencia o no de transporte de sedimentos. Ello posibilita determinar en forma expedita la aplicabilidad o no aplicabilidad del método a partir del cálculo del parámetro  $q^*$  y el conocimiento general de la situación en análisis.

#### Agradecimientos

Al profesor José Antonio Maza Álvarez, por sus importantes comentarios y opiniones vertidos en relación con este trabajo. A la Universidad Nacional del Litoral, que financió, por medio de los Cursos de Acción para la Investigación y el Desarrollo (CAI+D), el proyecto de investigación en el marco del cual se desarrolló este trabajo.

Recibido: 08/11/1999  
Aprobado: 28/02/2000

#### Referencias

Aguirre Pe, J., *Hidráulica de canales*, CIDIAT, Mérida, Venezuela, 1980.

- Blench, T., *Mobile bed fluviology*, University of Alberta Press, Alberta, 1969.
- Brownlie, W.R., "Compilation of alluvial channel data: laboratory and field", *Report N° KH-R-43B*, California Institute of Technology, Pasadena, 1981.
- Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas-FICH, *Análisis de la evolución de los principales parámetros hidráulicos morfológicos que podrían influir sobre el comportamiento futuro de la obra de protección del Túnel*, Convenio, Comisión Administradora Interprovincial Túnel Subfluvial Hernandarias, informe final, Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, 1997.
- Guy, H.P., D.B. Simons y E.V. Richardson, "Summary of alluvial channel data from flume experiments, 1956-1961", *Geol. Survey Prof., paper 462-I*, Washington, 1966.
- Juárez Badillo, E. y A. Rico Rodríguez, "Flujo del agua en suelos", *Mecánica de Suelos*, tomo III, Editorial Limusa, 1984.
- Laursen, E.M., "Analysis of relief bridges scour", *ASCE, Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, vol. 89, HY, 1963.
- Maza Álvarez, J.A. y M. García Flores, *Velocidades medias para el inicio de movimiento de partículas*, V Congreso Nacional de Hidráulica, Guadalajara, México, 1978.
- Moreno, C., R. Fuentes y A. López, "Socavación generalizada; método de cálculo de Lischtván-Lebediev y Maza. Verificación experimental", *Anales del XVIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, vol. 2, Oaxaca, 1998.
- Paintal, A.S., "Concept of critical shear stress in loose boundary open channels", *Journal of Hydraulics Research*, vol. 9, núm. 1, 1971.
- U.S. Department of Transportation, "Hydraulic engineering circular, number 18, evaluating scour at bridges", *Report number FHWA-IP-90-017*, 2a. edición, Federal Highway Administration, Washington, D.C., 1993.
- Van Rijn, L.C., "Initiation of motion and suspension", *Principle of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas*, Aqua Publications, Países Bajos, 1990.

### Abstract

Schreider, M., G. Scacchi, F. Franco, R. Fuentes & C. Moreno, "The use of Lischtván-Lebediev method to compute general scour", *Hydraulic Engineering in Mexico (in Spanish)*, vol. XVI, num. 1, pages 15-26, January-March, 2001.

This paper analyses the performance of the Lischtván Lebediev method when applied to laboratory and field data. The results show a good agreement with laboratory data when the experiments were carried out with clear water without sediment transport. The field data were well represented by Lischtván Lebediev formula when these data corresponded to large rivers, like Parana (Argentina), Mississippi, USA, and Magdalena, Colombia, rivers, with a high sediment transport level. The good agreement reasons are based on the equation employed by the method, to evaluate the equilibrium velocity. When this equation is applied to sand beds and shallow waters ( $h < 1$  m) velocity values near the critical stage are obtained. Furthermore, the same equation gives velocity values near the equilibrium sediment transport conditions when flow depths are large ( $h > 10$  m). In the cases of gravel bed rivers, the calculated values showed a good agreement with measured values for the whole range of depths that could usually be present in this kind of rivers, only when the experiments were carried out with clear water conditions.

**Key words:** scour, equilibrium velocity, clear water, sediment transport, comparison of methods, sand bed, gravel bed.

#### Dirección institucional de los autores:

Mario Schreider  
Graciela Scacchi  
Felipe Franco  
Correo electrónico: schreide@fich.unl.edu.ar

Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas  
Universidad Nacional del Litoral  
Argentina  
Cura Álvarez 584(E3100BEL)  
Paraná Entre Ríos, Argentina

Ramón Fuentes  
Christian Moreno

Instituto de Innovación en Minería y Metalurgia (IM2)  
Chile