

# Contraste de un modelo generalizado de simulación sintética de escurrimientos mensuales en la Región Hidrológica Número 37

Daniel Francisco Campos Aranda

Universidad Autónoma de San Luis Potosí

*En este trabajo se destaca inicialmente la importancia de los escurrimientos mensuales sintéticos como base de los diseños hidrológicos de embalses. En seguida se describe el modelo general de simulación sintética, primero en su marco conceptual, después según su formulación matemática y por último en sus aspectos de aplicación y generalización regional. A continuación se expone la información hidrométrica disponible en la Región Hidrológica Número 37; se describe cómo se procesó estadísticamente y se presentan los parámetros estadísticos logarítmicos calculados. Posteriormente se cita el contraste realizado al modelo generalizado. Por último, se formulan varias conclusiones relativas a los análisis realizados.*

**Palabras clave:** escurrimientos mensuales, generación sintética, análisis regional.

## Introducción

En la práctica, el diseño hidrológico de embalses para abastecimiento de agua potable, riego, generación de energía u otros usos se basa en el registro histórico de escurrimientos mensuales, modificado o corregido de acuerdo con los trasvases y concesiones que han ocurrido o que acontecerán durante la vida útil del proyecto. Ya que la secuencia histórica no se repetirá exactamente en el futuro, entonces se deduce que esta práctica conduce a una escasa confiabilidad en el diseño.

Como alternativa de lo anterior, se tiene la generación de registros sintéticos, con propiedades estadísticas similares, los cuales tienen igual probabilidad de ocurrir en el futuro como una secuencia histórica. Lo anterior permite generar muchas secuencias sintéticas y diseñar para cada una de ellas, esto conduce a una indicación del potencial de variación o incertidumbre en el comportamiento del proyecto.

## Descripción del modelo

### *Ideas conceptuales*

El Centro de Ingeniería Hidrológica (CIH), del Cuerpo de Ingenieros de la Armada de los Estados Unidos desarrolló un modelo matemático para generar volúme-

nes mensuales de escurrimiento. El modelo ha sido probado en forma exhaustiva para verificar que todas las características impactantes o relevantes del volumen escurrido promedio mensual en los diseños de proyectos hidráulicos se describen de manera adecuada (Beard, 1967).

El modelo original se basa en parámetros estadísticos y coeficientes de correlación para cada uno de los 12 meses del año; en total se obtienen 48 parámetros de los volúmenes observados: la media, desviación estándar, coeficiente de asimetría y coeficiente de correlación serial de orden uno ( $r_1$ ). El CIH ha formulado reglas para implementar un modelo de generación del volumen escurrido mensual en sitios sin aforos, basado únicamente en cuatro parámetros estadísticos: las medias de los periodos húmedo y seco, la desviación estándar promedio y el  $r_1$  promedio; estas magnitudes se pueden relacionar con las características físicas de la cuenca y entonces se pueden estimar en cualquier localidad de la zona geográfica donde fueron deducidas.

Los cuatro parámetros del modelo generalizado tienen como requisito fundamental que reproduzcan de manera razonable las características relevantes de los volúmenes escurridos mensuales observados que influyen en el diseño hidrológico de embalses para aprovechamiento de los recursos hídricos. Por ejemplo, valor medio anual, máximos y mínimos en seis, 12, 24, 36, 48 y sesenta meses.

Formulación matemática del modelo

La ecuación que permite generar un volumen escurrido en el mes  $j$  en la estación hidrométrica  $k$  de  $s$  estaciones interrelacionadas es la siguiente (Beard, 1965, 1967):

$$K'_{j,k} = \beta_1 K'_{j,1} + \beta_2 K'_{j,2} + \dots + \beta_{k-1} K'_{j,k-1} + \beta_k K'_{j-1,k} + \beta_{k+1} K'_{j-1,k+1} + \dots + \beta_s K'_{j-1,s} + (1 - R_{j,k}^2)^{1/2} Z_{j,k} \quad (1)$$

en la cual:

- $K'$  = logaritmo del volumen escurrido mensual, expresado como una desviación normal estándar.
- $\beta$  = coeficientes de la regresión lineal múltiple.
- $j$  = número de mes.
- $k$  = número de estación hidrométrica.
- $s$  = número de estaciones hidrométricas interrelacionadas.
- $R$  = coeficientes de correlación múltiple.
- $Z$  = número aleatorio con distribución normal estándar.

Para el caso de una sola estación hidrométrica, la ecuación general 1 se reduce a la siguiente expresión:

$$K'_j = R_j K'_{j-1} + (1 - R_j^2)^{1/2} Z_j \quad (2)$$

La desviación normal estándar mensual  $K'$  de las ecuaciones 1 y 2 está relacionada con los volúmenes observados por medio de las primeras seis ecuaciones siguientes:

$$X_{j,i} = \log (V_{j,i} + q) \quad (3)$$

$$XM_j = \Sigma X_{j,i} / n \quad (4)$$

$$S_j = [\Sigma (X_{j,i} - XM_j)^2 / (n - 1)]^{1/2} \quad (5)$$

$$g_j = n \Sigma (X_{j,i} - XM_j)^3 / [(n - 1) (n - 2) S_j^3] \quad (6)$$

$$t_{j,i} = (X_{j,i} - XM_j) / S_j \quad (7)$$

$$K'_{j,i} = (6 / g_j) \{ [(g_j t_{j,i} / 2) + 1]^{1/3} - 1 \} + g_j / 6 \quad (8)$$

$$R_j = \{ 1 - [1 - (\Sigma X_{j,i} X_{j-1,i})^2 / (\Sigma X_{j,i}^2 \Sigma X_{j-1,i}^2)] (n - 1) / (n - 2) \}^{1/2} \quad (9)$$

en las cuales:

- $X$  = logaritmo del volumen escurrido mensual incrementado.
- $j, i$  = número de mes y de año, respectivamente.
- $V$  = volumen mensual observado.
- $q$  = incremento pequeño de volumen utilizado para evitar logaritmos infinitos en meses de escurrimiento nulo.
- $XM$  = media logarítmica de los volúmenes mensuales incrementados.
- $n$  = número total de años de registro.
- $S$  = estimación insesgada de la desviación estándar poblacional.
- $g$  = estimación insesgada del coeficiente de asimetría poblacional.
- $t$  = desviación estándar con distribución Pearson tipo III.
- $R$  = estimación insesgada del coeficiente de correlación serial de orden uno.

lógicamente, las sumatorias abarcan de  $i = 1$  a  $n$  y  $j$  varía de uno a 12. Para evitar los logaritmos infinitos negativos se ha sugerido (Beard, 1965) emplear el 0.001 del volumen escurrido medio anual observado como valor del incremento mensual ( $q$ ). Cuando el escurrimiento es perenne en algunos años, el HEC (1971) sugiere utilizar 1% del volumen escurrido medio mensual como incremento  $q$  en cada mes.

Generación de escurrimientos en sitios con información hidrométrica

Cuando se desea generar escurrimientos en una estación de aforos, primero se calculan los valores mensuales de  $XM$ ,  $S$ ,  $g$  y  $R$ , por medio de las ecuaciones 4, 5, 6 y 9. En seguida se generan valores de la desviación normal estándar por medio de la ecuación 2 y se realiza el siguiente proceso de transformación inversa:

$$t_{j,i} = \{ [(g_j / 6)(K'_{j,i} - g_j / 6) + 1]^3 - 1 \} / 2 / g_j \quad (10)$$

$$X_{j,i} = XM_j + t_{j,i} S_j \quad (11)$$

$$V_{j,i} = \text{antilog } X_{j,i} - q \quad (12)$$

teniendo como restricción:  $V_{j,i} > 0$

El procedimiento para generar escurrimientos simultáneamente en varias localidades de un cierto número de corrientes es similar, pero involucra el cálculo de una ecuación de regresión múltiple construida a

partir de los coeficientes de correlación serial y entre estaciones. Su detalle se puede consultar en Beard (1965, 1967). Beard y Fredrich (1969), y Beard *et al.* (1970) describen aplicaciones de tal enfoque.

#### Formulación del modelo generalizado

El CIH aplicó y analizó los resultados de las ecuaciones 3 a 9 en 21 registros hidrométricos de Estados Unidos de amplio periodo, ya que éstos variaron de 41 a 77 años, con áreas de drenaje que fluctuaron de 208 a 48,430 km<sup>2</sup> (Beard, 1967). Con base en tales interpretaciones, el CIH ha formulado un modelo generalizado, que incluye los cuatro pasos siguientes:

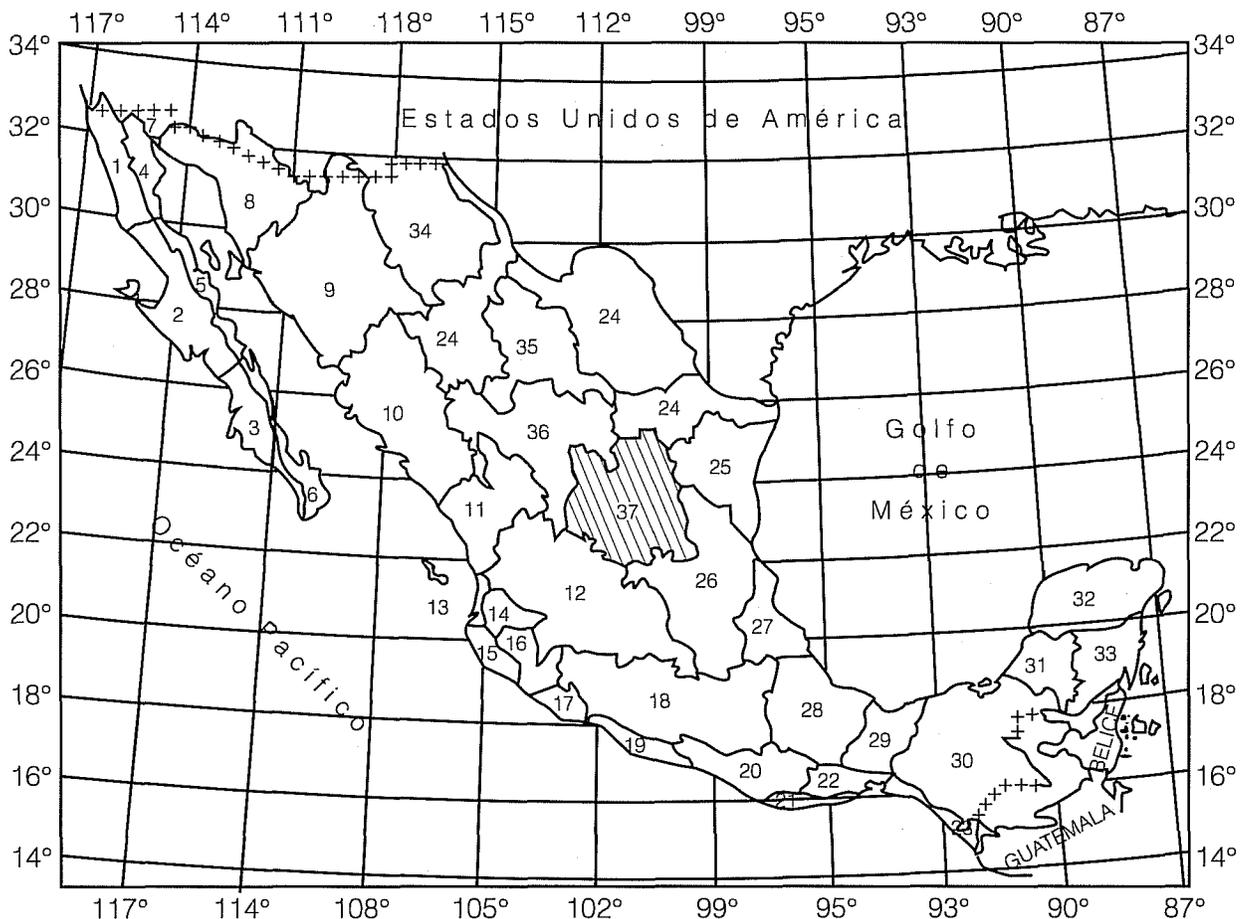
Paso 1. Selección de épocas. A partir de los registros de la región o del conocimiento general del comportamiento hidrológico, se determinan los tres meses consecutivos que definen mejor la época húmeda, ídem para la época de secas o de estiaje.

Paso 2. Determinación de las medias logarítmicas. Dos estadísticas generalizadas son necesarias, la media logarítmica (XM) de la época húmeda y de la seca. Estas magnitudes se obtienen de estudios de correlación y regresión (ecuaciones empíricas), entre tales valores regionales y las características de sus cuencas de drenaje. Los logaritmos de cada mes se deducen de la manera siguiente:

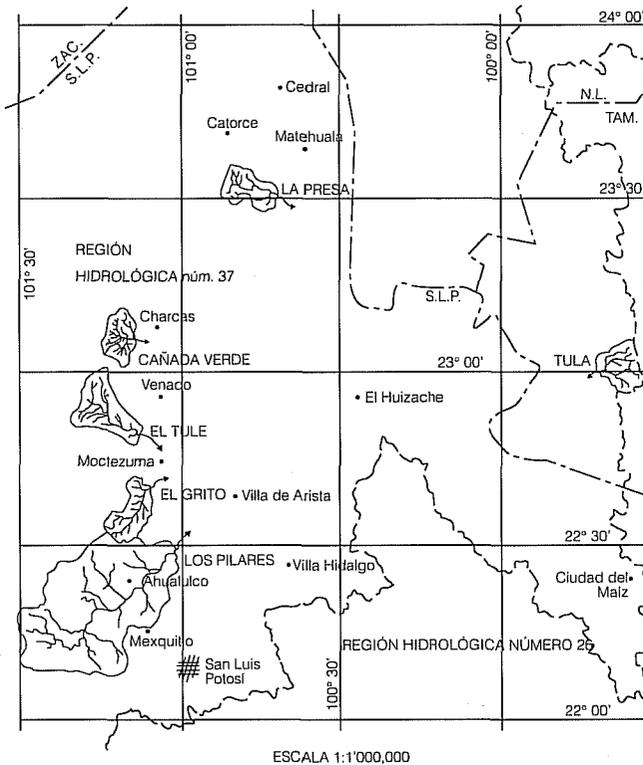
- Adicionar 0.20 al promedio de la época húmeda para obtener el valor central máximo y sustraer 0.10 para deducir los valores de los dos meses laterales.
- Usar el promedio de la época seca en cada uno de sus tres meses.
- Interpolar linealmente para obtener las medias de los seis meses restantes.

Paso 3. Desviación estándar promedio. Una estadística promedio mensual obtenida de estudios de correlación y regresión (ecuación empírica) entre tales valo-

Ilustración 1. Localización de la Región Hidrológica Número 37.



**Ilustración 2. Localización de las cuencas de las estaciones hidrométricas de la Región Hidrológica Número 37.**



Existe un paso 5 relativo a la correlación entre estaciones, cuando el modelo se aplica en varias localidades interrelacionadas (Beard, 1965, 1967; Beard y Friedrich, 1969; Beard *et al.*, 1970).

### Aplicación del modelo generalizado en la Región Hidrológica Número 37

#### Información hidrométrica disponible

La Región Hidrológica Número 37, denominada *El Salado*, abarca 87,788 km<sup>2</sup> y comprende parte de los ocho estados siguientes: Aguascalientes (0.04%), Jalisco (0.60%), Durango (1.20%), Tamaulipas (5.00%), Coahuila (5.56%), Nuevo León (15.60%), Zacatecas (33.00%) y San Luis Potosí (39.00%); su localización en la República Mexicana se muestra en la ilustración 1. Dentro de esta región existen seis estaciones hidrométricas: cinco en el altiplano potosino y una (Tula) en el estado de Tamaulipas, sus características hidrológicas generales se exponen en el cuadro 1 y su localización se detalla en la ilustración 2. El orden de presentación de las estaciones de aforos en el cuadro 1 obedece a su magnitud de área de cuenca y a la contribución de manantiales en su escurrimiento, caso de las estaciones Tula y Cañada Verde. Toda la información procesada procede del sistemas BANDAS en su *compact disc* número 4 (CNA, 1997).

res regionales y las características de sus cuencas de drenaje.

Paso 4. Coeficientes de asimetría y de correlación serial. Se adopta un valor de cero para el coeficiente de asimetría mensual. Esto significa que se acepta que la distribución de los logaritmos de los volúmenes escurridos mensuales es simétrica (García, 1967). Se debe obtener una estadística promedio mensual para el coeficiente de correlación serial, obtenida de estudios de correlación y regresión (ecuación empírica) entre tales valores regionales y las características de sus cuencas de drenaje. Los valores mensuales se deducen de la manera siguiente:

- Adicionar 0.15 a la magnitud promedio para obtener el valor de los tres meses de la época seca. Este valor no debe exceder de 0.98 (HEC, 1971).
- Sustraer 0.15 a la magnitud promedio para obtener el valor de los tres meses de la época húmeda. Este valor no debe ser menor de cero (HEC, 1971).
- El valor promedio se aplica a los seis meses restantes.

#### Procesamiento estadístico de la información hidrométrica

Para incorporar los años incompletos con menos de tres meses en el periodo de escurrimientos (mayo-noviembre) se aceptó el siguiente procedimiento: se ajustó una distribución Pearson tipo III (Campos, 1988) mensualmente y cada dato faltante se estimó como el escurrimiento con probabilidad de excedencia del 75%. Con tal técnica se completaron los años: 1975, en La Presa; 1965, en El Grito; 1984, en El Tule; 1981, en Los Pilares; 1968 y 1984, en Tula, y 1979, en Cañada Verde. Restan como años faltantes, en la hidrométrica La Presa 4 (1987-1990) y en Los Pilares 6 (1986-1991), de los cuales 1986 y 1991 fueron eliminados por presentar inconsistencias o valores erróneos.

Completados los registros mensuales de escurrimientos se procedió a verificar su homogeneidad, con base en sus respectivos valores anuales. Para ello se aplicaron tres pruebas generales, los *tests* de Helmert y de las secuencias (Campos, 1998) y el cociente de von Neumann (WMO, 1971). Como pruebas específicas se aplicaron la de persistencia a través del cocien-

Cuadro 1. Características generales y estadísticas anuales de las estaciones hidrométricas de la Región Hidrológica Número 37.

Núm.	Estación	Corriente	Cuenca o río	Área km <sup>2</sup>	Años de registro	VEMA/A Mm <sup>3</sup> /km <sup>2</sup>	Cv	Cs	Ck	r <sub>1</sub>	TH	TS	CVN	TK
1	La Presa	Río La Maroma	Río La Maroma	143	1975-92 (14)	0.01859	1.623	2.350	9.299	-0.145	H	H	H	H
2	El Grito	Arroyo Grande	Arroyo La Parada	174	1965-80 (16)	0.01916	1.011	1.405	5.539	-0.459	H	H	H	H
3	El Tule	Arroyo El Tule	Arroyo Moctezuma	269	1969-85 (17)	0.00575	0.878	1.062	3.685	0.406	NH	NH	NH	H
4	Los Pilares	Arroyo La Parada	Arista-Matehuala	1,533	1963-93 (25)	0.00391	2.046	3.541	15.991	0.022	NH	H	H	H
5	Tula	Río Tula	Cerrada de Tula	80	1968-85 (18)	0.03915	0.832	0.990	4.515	0.429	NH	NH	NH	H
6	Cañada Verde	Arroyo C. Verde	Arroyo C. Verde	124	1979-94 (16)	0.06344	1.437	3.338	14.951	0.151	NH	NH	H	NH
Valores estadísticos promedio:						0.02500	1.305	2.114	8.997					

## Simbología

VEMA = Volumen escurrido medio anual (millones de m<sup>3</sup>).A = Área de cuenca en km<sup>2</sup>.

Cv = Coeficiente de variación (cociente entre la desviación estándar y el VEMA).

Cs = Coeficiente de asimetría.

Ck = Coeficiente de curtosis.

r<sub>1</sub> = Coeficiente de correlación serial de orden 1.

TH = Test de Helmer.

TS = Test de las secuencias.

CVN = Cociente de Von Neumann.

TK = Test de Kendall.

H = Homogénea.

NH = No homogénea.

te de correlación serial de orden 1 ( $r_1$ ) y la de tendencia o de Kendall (Kottegoda, 1980; Campos, 1992).

Los resultados de estas pruebas se presentan en el cuadro 1; respecto a  $r_1$ , los registros de las estaciones El Tule y Tula presentan persistencia, además de un posible cambio en la media; en la primera con un incremento en el volumen escurrido al final del registro y en la segunda con un decremento. Finalmente, los datos de Cañada Verde presentan tendencia al aumento de su escurrimiento, lo cual posiblemente está asociado con el comportamiento de la lluvia en la zona (Campos, 1992).

Esta falta de homogeneidad de los registros de las estaciones El Tule, Tula y Cañada Verde anticipa posibles problemas en la reproducción de su comportamiento estadístico por parte del modelo estocástico que se probará.

*Cálculo de los parámetros estadísticos logarítmicos*

En el cuadro 2 se presenta como muestra de los registros de volúmenes escurridos observados el de la estación Los Pilares; con base en tales datos, en el cuadro 3 se tienen sus respectivos parámetros estadísticos logarítmicos evaluados por medio de las ecuaciones 3 a 6 y 9. En igual forma se calcularon los parámetros estadísticos logarítmicos de las otras cinco estaciones hidrométricas utilizadas y a partir de todos ellos se obtuvieron sus variaciones estacionales que se han concentrado en el cuadro 4.

*Variación estacional observada en los parámetros estadísticos*

A partir de los valores del cuadro 4 se pueden formular las observaciones siguientes:

1. Los periodos seco y húmedo son consistentes, con excepción de la estación El Tule.
2. El promedio de los tres meses consecutivos máximos fluctúa alrededor de  $-1.150$  en las estaciones de régimen de lluvias.
3. La diferencia entre el mes máximo y el promedio de máximos en la Región Hidrológica Número 37 es del orden de  $-0.100$ , a diferencia del valor de  $-0.200$  encontrado por Beard (1967).
4. Se comprueba que la diferencia entre el mes mínimo y el promedio de mínimos es despreciable (renglón siete del cuadro 4).
5. En los renglones nueve a 12 del cuadro 4 se verifica que no es plenamente aceptable adoptar un valor único para la desviación estándar, como lo propone el modelo generalizado de Beard (1965, 1967).
6. Finalmente, en los renglones 13 a 16 se comprueban las recomendaciones del modelo generalizado respecto a  $r_1$ , ya que por ejemplo, a partir del valor medio (0.822) se obtiene el promedio de los meses máximos restando 0.156 y el de los meses mínimos sumando 0.134. Estos valores son muy próximos a 0.150, que es el sugerido por Beard (1965, 1967) y HEC (1971).

**Cuadro 2. Volúmenes escurridos (Mm<sup>3</sup>) observados en la estación hidrométrica Los Pilares de la Región Hidrológica Número 37.**

Año	Enero	Feb.	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Anual
1963	0.000	0.000	0.000	0.000	2.340	0.029	0.000	0.000	0.208	0.000	0.000	0.000	2.577
1964	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.065	0.067	0.088	0.010	0.343	0.127	0.000	0.700
1965	0.040	0.081	0.089	0.000	0.072	0.013	0.000	0.734	0.236	0.134	0.035	0.010	1.444
1966	0.069	0.108	0.059	0.030	0.573	1.400	0.000	0.113	0.000	0.089	0.020	0.021	2.482
1967	0.038	0.018	0.035	0.080	0.081	0.040	0.025	0.038	1.161	0.707	0.354	0.239	2.816
1968	0.041	0.064	0.057	0.065	0.051	0.049	0.051	0.132	1.239	0.000	0.124	0.148	2.021
1969	0.087	0.162	0.138	0.113	0.156	0.051	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.707
1970	0.000	0.000	0.000	0.024	0.014	0.077	0.036	0.116	0.040	0.030	0.023	0.000	0.360
1971	0.000	0.000	0.000	0.011	0.025	1.230	0.469	0.498	0.622	0.137	0.091	0.058	3.141
1972	0.071	0.067	0.071	0.069	0.059	0.006	0.032	0.036	0.026	0.054	0.052	0.054	0.597
1973	0.054	0.048	0.043	0.007	0.000	0.234	22.742	5.365	1.411	0.498	0.256	0.200	30.858
1974	0.102	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.064	0.000	0.006	0.012	0.018	0.016	0.218
1975	0.012	0.025	0.049	0.014	0.030	0.602	5.748	2.014	0.000	0.061	0.059	0.070	8.684
1976	0.025	0.002	0.002	0.002	0.257	0.004	48.187	0.226	1.870	3.965	1.490	0.663	56.693
1977	0.177	0.072	0.036	0.038	0.026	0.129	0.014	0.550	2.865	0.092	0.183	0.624	4.806
1978	0.604	0.422	0.642	0.705	0.978	0.831	0.686	0.493	0.478	0.523	0.500	0.535	7.397
1979	0.535	0.631	0.727	0.624	0.489	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	3.006
1980	0.537	0.223	0.082	0.000	0.264	0.000	0.000	0.000	0.000	0.277	0.000	0.000	1.383
1981	0.000	0.000	0.000	0.405	0.000	0.000	0.354	0.000	0.000	0.082	0.000	0.000	0.841
1982	0.000	0.000	0.000	0.000	1.331	0.017	0.000	0.282	0.000	0.068	0.000	0.000	1.698
1983	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.155	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.155
1984	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1985	0.000	0.000	0.000	0.000	0.044	0.813	0.000	0.494	0.000	0.000	0.000	0.000	1.351
1992	3.111	0.732	0.529	0.121	0.286	0.251	0.082	0.351	0.216	1.016	0.878	0.918	8.491
1993	0.117	0.253	0.315	0.942	1.103	0.794	0.978	0.315	0.949	0.427	0.052	0.054	7.299
<b>Prom.</b>	<b>0.265</b>	<b>0.116</b>	<b>0.115</b>	<b>0.130</b>	<b>0.327</b>	<b>0.272</b>	<b>3.181</b>	<b>0.474</b>	<b>0.453</b>	<b>0.341</b>	<b>0.170</b>	<b>0.144</b>	<b>5.989</b>
<b>%</b>	<b>4.425</b>	<b>1.937</b>	<b>1.920</b>	<b>2.171</b>	<b>5.460</b>	<b>4.542</b>	<b>53.114</b>	<b>7.915</b>	<b>7.564</b>	<b>5.694</b>	<b>2.839</b>	<b>2.404</b>	<b>100.0</b>

**Cuadro 3. Parámetros estadísticos logarítmicos de la estación hidrométrica Los Pilares.**

Mes	Vol. esc. medio (Mm <sup>3</sup> )	%	Periodo	Media logarítmica	Desv. estándar	Coef. de asimetría	Coef. de correlación
Enero	0.265	4.4		-1.347	0.836	0.556	0.871
Febrero	0.116	1.9	seco	-1.473	0.750	0.359	0.974
Marzo	0.115	1.9	seco	-1.487	0.736	0.430	0.996
Abril	0.130	2.2	seco	-1.508	0.748	0.702	0.938
Mayo	0.327	5.5		-1.115	0.840	0.102	0.796
Junio	0.272	4.5		-1.161	0.818	0.155	0.695
Julio	3.181	53.1	húmedo	-1.198	1.181	1.132	0.669
Agosto	0.474	7.9	húmedo	-1.064	0.925	-0.046	0.782
Septiembre	0.453	7.6	húmedo	-1.208	1.032	0.313	0.788
Octubre	0.341	5.7		-1.142	0.844	0.075	0.807
Noviembre	0.170	2.8		-1.380	0.778	0.372	0.920
Diciembre	0.144	2.4		-1.481	0.798	0.550	0.979
<b>Promedio</b>	<b>0.499</b>	<b>100.0</b>		<b>-1.297</b>	<b>0.857</b>	<b>0.392</b>	<b>0.851</b>

**Cuadro 4. Variación estacional de los parámetros estadísticos logarítmicos en las estaciones hidrométricas de la Región Hidrológica Número 37.**

Descripción del concepto o parámetro estadístico	El Grito	El Tule	La Presa	Los Pilares	Tula	Cañada Verde	Valor medio
1. Meses del periodo húmedo <sup>1</sup>	<b>J-J'-A'</b>	<i>M'-J-J'</i>	<i>J'-A'-S</i>	<i>J'-A'-S</i>	<i>J'-A'-S</i>	<i>J'-A'-S</i>	<i>J'-A'-S</i>
2. Meses del periodo seco <sup>2</sup>	<i>E-F-M</i>	<b>O-N-D</b>	<i>F-M-A</i>	<i>F-M-A</i>	<i>E-F-M</i>	<i>E-F-M</i>	<i>E-F-M</i>
3. Promedio de los tres meses consecutivos máximos	-1.172	-1.154	-1.528	-1.157	-0.701	-0.349	-1.010
4. Promedio de los tres meses consecutivos mínimos	-2.466	-1.855	-2.384	-1.489	-1.651	-1.281	-1.854
5. Diferencia entre los promedios logarítmicos máximo y mínimo	-1.294	-0.701	-0.856	-0.332	-0.950	-0.932	-0.844
6. Diferencia entre el mes máximo y el promedio de máximos	-0.137	-0.174	-0.131	-0.051	-0.099	-0.122	-0.119
7. Diferencia entre el mes mínimo y el promedio de mínimos	-0.023	-0.047	-0.103	-0.016	-0.012	-0.188	-0.065
8. Núm. de meses entre los tres meses máximos y los mínimos siguientes	4	2	4	4	3	3	3.333
9. Desviación estándar promedio de los 12 meses del año	0.638	0.783	0.924	0.857	0.813	0.601	0.769
10. Desviación estándar promedio de los tres meses consecutivos máximos	1.264	0.850	1.177	1.046	0.795	0.617	0.958
11. Desviación estándar promedio de los tres meses consecutivos mínimos	0.032	0.671	0.603	0.745	0.788	0.393	0.539
12. Desviación estándar promedio de los seis meses restantes	0.628	0.806	0.959	0.819	0.834	0.697	0.791
13. Coeficiente de correlación de los 12 meses del año	0.819	0.889	0.910	0.851	0.866	0.597	0.822
14. Coeficiente de correlación promedio de los tres meses consecutivos máximos	0.642	0.773	0.803	0.746	0.761	0.271	0.666
15. Coeficiente de correlación promedio de los tres meses consecutivos mínimos	0.993	0.941	0.979	0.969	0.952	0.902	0.956
16. Coeficiente de correlación de los seis meses restantes	0.821	0.921	0.929	0.845	0.875	0.718	0.852

1 En negritas el mes máximo.

2 En cursivas el mes mínimo.

**Cuadro 5. Volúmenes escurridos (Mm<sup>3</sup>) generados en la estación hidrométrica Los Pilares de la Región Hidrológica Número 37.**

Año	Enero	Feb.	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Anual
1	0.015	0.010	0.003	0.005	0.001	0.003	0.051	0.056	0.044	0.025	0.007	0.000	0.221
2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.007	0.022	0.107	0.094	0.123	0.019	0.373
3	0.017	0.006	0.002	0.000	0.046	0.142	0.057	0.011	0.052	0.025	0.000	0.020	0.379
4	0.005	0.002	0.004	0.018	0.109	0.028	0.025	0.161	0.014	0.025	0.025	0.071	0.488
5	0.004	0.006	0.005	0.000	0.000	0.027	0.036	0.128	0.948	0.881	0.704	0.696	3.436
6	0.690	0.777	0.650	1.163	0.774	0.688	3.862	1.257	0.615	0.070	0.111	0.263	10.919
7	0.094	0.090	0.109	0.062	0.033	0.042	0.001	0.009	0.149	0.100	0.019	0.018	0.725
8	0.035	0.034	0.029	0.030	0.205	0.379	1.067	2.169	0.446	0.509	0.158	0.104	5.166
9	0.005	0.006	0.005	0.008	0.016	0.013	0.000	0.030	0.126	0.012	0.038	0.040	0.300
10	0.034	0.018	0.007	0.020	0.147	0.109	0.302	0.084	0.055	0.553	0.110	0.017	1.456
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.011	0.116	0.013	0.008	0.014	0.021	0.013	0.031	0.227
12	0.019	0.015	0.005	0.001	0.017	0.007	0.038	0.009	0.000	0.000	0.000	0.024	0.136
13	0.015	0.039	0.029	0.072	0.197	0.047	0.434	0.254	0.217	0.034	0.033	0.099	1.469
14	0.149	0.167	0.298	0.119	0.038	0.259	0.044	0.152	0.485	0.632	0.635	0.357	3.335
15	0.020	0.016	0.019	0.020	0.052	0.067	0.000	0.021	0.151	0.117	0.206	0.051	0.740
16	0.019	0.014	0.012	0.015	0.058	0.046	0.061	0.019	0.054	0.028	0.012	0.049	0.387
17	0.177	0.184	0.216	0.192	4.228	35.687	18.561	4.471	1.611	0.592	0.099	0.135	66.093
18	0.084	0.082	0.173	0.463	0.318	1.024	1.177	0.067	0.348	0.040	0.136	0.044	3.956
19	0.008	0.008	0.009	0.013	0.027	0.011	0.061	0.136	0.044	0.113	0.042	0.097	0.569
20	0.020	0.016	0.022	0.024	0.003	0.003	0.420	0.123	0.060	0.043	0.111	0.080	0.926
21	0.286	0.460	0.635	0.890	1.068	1.114	8.975	10.063	0.485	0.431	0.385	0.321	25.115
22	0.363	0.190	0.108	0.040	0.069	0.168	0.104	0.103	0.124	0.081	0.162	0.251	1.764
23	0.240	0.160	0.165	0.248	0.377	0.553	0.551	0.462	0.105	0.647	0.420	0.088	4.016
24	0.036	0.019	0.007	0.002	0.007	0.001	0.021	0.000	0.002	0.000	0.000	0.000	0.093
25	0.021	0.014	0.004	0.006	0.032	0.026	0.212	0.056	0.329	0.742	0.195	0.301	1.937
<b>Prom.</b>	<b>0.092</b>	<b>0.093</b>	<b>0.101</b>	<b>0.136</b>	<b>0.313</b>	<b>1.622</b>	<b>1.443</b>	<b>0.795</b>	<b>0.263</b>	<b>0.233</b>	<b>0.150</b>	<b>0.127</b>	<b>5.369</b>
<b>%</b>	<b>1.714</b>	<b>1.732</b>	<b>1.881</b>	<b>2.533</b>	<b>5.830</b>	<b>30.210</b>	<b>26.877</b>	<b>14.807</b>	<b>4.898</b>	<b>4.340</b>	<b>2.794</b>	<b>2.365</b>	<b>100.0</b>

### Contraste del modelo generalizado en la Región Hidrológica Número 37

#### Variación estacional adoptada

Con base en las observaciones anteriores y en los resultados del cuadro 3 y del resto de ellos (no expuestos en este trabajo), se concluyó que los parámetros logarítmicos mensuales del modelo generalizado se formarían con las recomendaciones de Beard (1965, 1967) para la desviación estándar ( $S$ ) y el  $r_1$ , adoptando ligeras modificaciones para las medias del periodo húmedo ( $XM$ ), que son aceptar su valor promedio e incrementar en 0.100 el valor central o máximo. Por ejemplo, los parámetros estadísticos logarítmicos del modelo generalizado en la estación hidrométrica Los Pilares fueron los siguientes:

	Enero	Febr.	Marzo	Abril	Mayo	Junio
$XM$	-1.423	-1.489	-1.489	-1.489	-1.378	-1.268
$S$	0.857	0.857	0.857	0.857	0.857	0.857
$r_1$	0.851	0.980	0.980	0.980	0.851	0.851
	Julio	Agos.	Sept.	Oct.	Nov.	Dic.
$XM$	-1.157	-1.257	-1.157	-1.223	-1.290	-1.356
$S$	0.857	0.857	0.857	0.857	0.857	0.857
$r_1$	0.701	0.701	0.701	0.851	0.851	0.851

#### Aspectos computaciones complementarios

La aplicación en cada estación hidrométrica del modelo generalizado adoptado implica hacer uso de las ecuaciones 2, 10, 11 y 12, pero como tal generalización acepta que  $g_i$  es cero, entonces la ecuación 10 conduce a que  $t_{ij} = K'_{ij}$  y por lo tanto la ecuación 11 se transforma en la siguiente:

$$X_{j,i} = XM_j + K'_{ji} S_j \quad (13)$$

La aplicación de la ecuación 2 para obtener los valores de  $K'_{ij}$  requiere de la generación de números aleatorios ( $Z_i$ ) con distribución normal estándar o  $N(0, 1)$ , para ello se empleó el método de Box y Müller expuesto y aplicado por Clarke (1973), en el cual:

$$Z_i = (-2 \ln U_1)^{0.50} \cos(2\pi U_2) \quad (14)$$

$$Z_{i+1} = (-2 \ln U_1)^{0.50} \sin(2\pi U_2) \quad (15)$$

siendo  $U_1$  y  $U_2$  números aleatorios con distribución uniforme en el intervalo (0,1).

Como los programas computacionales se realizaron en Basic, para generar  $U_1$  y  $U_2$  se emplearon las

instrucciones RND y RANDOMIZE, y con el objeto de uniformizar las secuencias de 25 años de volúmenes escurridos mensuales generadas, se emplearon en todos los casos números semilla enteros del intervalo  $\pm 1$  a  $\pm 10$ . Por lo anterior, en cada estación hidrométrica se generaron veinte secuencias sintéticas y se seleccionaron aquéllas con volumen escurrido medio anual (VEMA) semejante al observado. Por ejemplo en el cuadro 5 se muestra una de las secuencias generadas en la estación Los Pilares, haciendo uso de un número semilla de dos.

#### Indicadores de contraste seleccionados

Beard (1965, 1967) ha indicado que la influencia más importante de los escurrimientos observados o generados en el diseño hidrológico de cualquier aprovechamiento es una función de las cantidades máximas y mínimas para duraciones específicas. Por lo tanto, la comparación entre cantidades máximas y mínimas de duraciones específicas del registro observado y los sintéticos debe ser una prueba excelente del comportamiento del modelo de generación bajo estudio o análisis. Para estandarizar tal prueba se han definido los siguientes indicadores:

1. Máximo y mínimo anual, así como su promedio o volumen escurrido medio anual (VEMA).
2. Máximos y mínimos de seis, 12, 24, 36, 48 y sesenta meses.

En el cuadro 6 se muestra la comparación para los indicadores anteriores entre los registros observados y los generados con las dos secuencias sintéticas seleccionadas por similitud de VEMA con el registrado. Se observa que en general la reproducción de tales propiedades estadísticas en bastante buena, incluso en las estaciones hidrométricas con inconsistencias.

### Conclusiones

*Primera:* siendo el escurrimiento en las zonas semiáridas, como es el caso de la Región Hidrológica Número 37, muy errático, se puede concluir que el modelo definido por las ecuaciones 2, 13 y 12 es confiable, como lo demuestran los resultados del cuadro 6. En este caso, además, los registros disponibles han presentado inconsistencias que no se reflejan fuertemente en el desempeño del modelo generalizado, destacando con ello su confiabilidad.

*Segunda:* una de las ventajas fundamentales del modelo generalizado expuesto y aplicado radica en que permite emplear registros hidrométricos de dife-

Cuadro 6. Comparación para los indicadores mostrados entre los registros observados y dos generados.

Estación hidrométrica y tipo de registro	Valores anuales			Máximo de la secuencia de meses indicada						Mínimo de la secuencia de meses indicada					
	Máximo	Mínimo	Medio	6	12	24	36	48	60	6	12	24	36	48	60
<b>1. La Presa</b>															
Observado	15.544	0.000	2.659	15.544	15.715	15.930	19.366	19.581	19.635	0.000	0.000	0.010	0.459	0.459	1.646
Generado 1 (s = 2) <sup>1</sup>	17.887	0.012	2.025	17.686	18.066	20.617	20.876	21.487	36.207	0.000	0.012	0.057	0.223	0.336	1.021
Generado 2 (s = -5)	30.144	0.019	2.150	29.708	30.204	33.922	34.040	35.325	37.437	0.000	0.007	0.075	0.351	0.981	1.639
<b>2. El Grito</b>															
Observado	12.334	0.000	3.333	12.334	12.346	16.209	20.172	24.257	28.201	0.000	0.000	1.083	3.433	5.907	10.782
Generado 1 (s = 2)	14.022	0.042	1.477	13.963	14.276	16.954	17.332	18.081	23.599	0.000	0.040	0.381	0.649	1.222	2.135
Generado 2 (s = -7)	8.615	0.042	1.349	8.497	9.552	11.761	12.493	13.570	14.475	0.000	0.040	0.211	0.569	1.152	2.176
<b>3. El Tule</b>															
Observado	4.767	0.128	1.546	3.757	5.020	8.606	11.265	12.592	12.983	0.000	0.112	0.319	1.815	2.537	2.908
Generado 1 (s = -2)	5.895	0.015	1.138	5.280	7.054	10.820	11.904	11.999	12.189	0.000	0.004	0.026	0.352	0.724	1.088
Generado 2 (s = 5)	8.548	0.021	1.482	6.658	8.830	11.092	11.269	12.171	13.117	0.000	0.020	0.164	0.805	2.010	2.475
<b>4. Los Pilares</b>															
Observado	56.693	0.000	5.989	56.401	56.985	65.600	73.633	96.647	105.055	0.000	0.000	0.155	0.566	2.289	3.015
Generado 1 (s = 2)	66.093	0.093	5.369	65.150	66.187	70.054	70.618	73.107	96.911	0.000	0.071	0.355	0.956	1.444	3.588
Generado 2 (s = -5)	58.011	0.082	5.086	56.782	58.024	68.685	68.968	74.440	78.257	0.000	0.068	0.318	2.001	3.590	6.032
<b>5. Tula</b>															
Observado	9.870	0.130	3.132	8.136	9.878	15.755	21.030	25.503	31.674	0.000	0.111	0.307	0.463	0.666	7.299
Generado 1 (s = -6)	17.553	0.071	3.289	17.239	24.286	33.455	36.551	37.713	38.486	0.000	0.019	0.576	1.160	3.699	5.061
Generado 2 (s = 8)	12.016	0.033	3.336	11.310	12.294	21.384	26.738	29.011	31.396	0.000	0.015	0.107	0.470	1.138	5.096
<b>6. Cañada Verde</b>															
Observado	47.987	0.749	7.866	47.498	54.017	60.394	68.551	77.486	86.539	0.070	0.742	2.191	4.521	6.093	9.157
Generado 1 (s = 3)	40.873	0.810	7.123	36.866	45.086	51.960	56.596	61.735	79.405	0.008	0.230	1.437	8.273	12.687	15.512
Generado 2 (s = -10)	31.894	0.983	7.541	31.096	31.894	37.139	50.553	57.403	66.951	0.094	0.602	2.040	3.403	6.003	8.006

<sup>1</sup> número semilla.

rentes tamaños e inicios. Lógicamente, no requiere de otras variables climáticas o hidrológicas, excepto cuando se intente definir ecuaciones empíricas regionales para los parámetros estadísticos logarítmicos ( $XM$ ,  $S$  y  $r_1$ ).

*Tercera:* en esta aplicación y contraste del modelo generalizado de simulación sintética del volumen escurrido mensual en la Región Hidrológica Número 37, se seleccionó a la estación hidrométrica Los Pilares para presentar resultados parciales por ser una de las cuencas vecinas al valle de San Luis Potosí con mayor potencial hidrológico susceptible de ser aprovechado con un embalse con fines de abastecimiento de agua potable a la capital del estado. Con base en los resultados expuestos en este trabajo se puede abordar el diseño hidrológico estocástico de tal almacenamiento.

*Cuarta:* con base en los resultados de los cuadros 1 y 4 se pueden seleccionar o adoptar unos parámetros estadísticos logarítmicos del modelo generalizado para una cuenca sin afloramientos ubicada dentro de la Región Hidrológica Número 37, cuya área de drenaje sea conocida; esto constituye una aplicación regional del modelo de generación sintética calibrado.

### Agradecimientos

El autor desea expresar el interés de la Gerencia Estatal de la Comisión Nacional del Agua (CNA) en San Luis Potosí, en este trabajo, al proporcionar datos adicionales a los del sistema BANDAS y auxiliario en el análisis crítico y detección de valores anómalos en la información.

Recibido: 15/06/1999

Aprobado: 12/01/2000

### Referencias

- Beard, L.R., "Use of interrelated records to simulate streamflow", *Journal of the Hydraulics Division*, Vol. 91, núm. HY5, 1965, pp. 13-22.
- Beard, L.R., *Streamflow synthesis for ungaged rivers*, documento técnico 5, The Hydrologic Engineering Center, U.S. Army Corps of Engineers, Davis, California, 1967, 27 pp.
- Beard, L.R. y A.J. Fredrich, *Maximum utilization of scarce data in hydrologic design*, documento técnico 13, The Hydrologic Engineering Center, U.S. Army Corps of Engineers, Davis, California, 1969, 20 pp.

- Beard, L.R., A.J. Fredrich y E.F. Hawkins, *Estimating monthly streamflows within a region*, documento técnico 18, The Hydrologic Engineering Center, U.S. Army Corps of Engineers, Davis, California, 1970, 16 pp.
- Campos A., D.F., "Función de distribución de probabilidades Gamma Mixta: soluciones y aplicaciones", *Memorias del 10º Congreso Nacional de Hidráulica*, tomo II, Michoacán, México, 1988, pp. 318-322.
- Campos A., D.F., *Estudios de homogeneidad en 34 estaciones pluviométricas del altiplano potosino*, XII Congreso Nacional de Hidráulica (AMH), tema 5: 'Investigación y Tecnología, ponencia 5.29, Puerto Vallarta, México, del 7 al 10 de octubre de 1992.
- Campos A., D.F., "Análisis de registros anuales", tema 4.4, *Procesos del ciclo hidrológico*, tercera reimpresión, Librería Universitaria Potosina, San Luis Potosí, México, 1998, pp. 4-19 a 4-38.
- Clarke, R.T., "The generation of synthetic sequences of a single hydrological variable", capítulo 2, *Mathematical models in hydrology*, Irrigation and drainage paper # 19, FAO, Roma, 1973, pp. 19-72.
- Comisión Nacional de Agua (CNA), *Banco Nacional de Datos de Aguas Superficiales*, compact disc 4, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA), Jiutepec, México, 1997.
- García, L., *Estimation of monthly streamflow in regions with limited data*, International Conference on Water for Peace, Washington, D.C., 1967, pp. 695-701.
- Hydrologic Engineering Center (HEC), *HEC-4 Monthly Streamflow Simulation*, Generalized Computer Program 723-X6-L2340, U.S. Army Corps of Engineers, Davis, California, 1971, 99 pp.
- Kottegoda, N.T., "Trend", tema 2.3, *Stochastic Water Resources Technology*, The MacMillan Press, Ltd., Londres, 1980, pp. 26-34.
- World Meteorological Organization (WMO), "Standard tests of significance to be recommended in routine analysis of climatic fluctuations". Anexo III, *Climatic Change*, WMO-Núm. 195, TP. 100, Secretariat of the WMO, Génova, 1971, pp. 58-71.

#### Abstract

Campos Aranda, D.F., "Contrast of a monthly streamflow synthetic simulation generalized model in the hydrological region number 37", *Hydraulic Engineering in Mexico (in Spanish)*, vol. XVI, num. 1, pages 125-134, January-March, 20001.

The importance of the synthetic monthly streamflows is emphasized as the base for the hydrological design of reservoirs. The general model of synthetic simulation is described, first in its conceptual framework, also according to the mathematical formulation and finally in its aspects of application and regional generalization. The available hydrometric information in the Hydrological Region number 37, how it was statistically processed and the calculated logarithm statistics parameters are presented. The contrast carried out to the generalized model is quoted. Finally, several conclusions are formulated about the analyses done.

**Key words:** monthly streamflows, synthetic generation, regional analysis.

#### Dirección institucional del autor:

Daniel Francisco Campos Aranda  
Correo electrónico: dcampos@uaslp.mx

Centro de Investigación y Estudios de Posgrado  
Universidad Autónoma de San Luis Potosí  
Facultad de Ingeniería

Dr. Manuel Nava número 8, Zona Universitaria  
78290 San Luis Potosí, México  
Teléfono y fax ( 01 48) 17 33 81