**ingeniería hidráulica en méxico**, vol. XVII, núm. 4, pp. 115-128, octubre-diciembre de 2002

**Nota técnica**

# Ajuste de la distribución Log-Pearson tipo III por medio de optimización numérica no restringida

Daniel Francisco Campos Aranda

Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México

*Se comienza por destacar la importancia del análisis de frecuencia de crecientes (AFC), cuando se estiman crecientes para diseño y se dispone de información hidrométrica. Una distribución que se ha establecido como modelo básico del AFC es la Log-Pearson tipo III (LP3). Ahora bien, en este trabajo se propone su ajuste a la muestra disponible por medio de optimización numérica no restringida, utilizando el algoritmo de Rosenbrock para minimizar la función objetivo no lineal igual al error cuadrático medio y al error absoluto medio. Se consideran tres variables a optimizar: la media, la desviación estándar y el coeficiente de asimetría de los logaritmos naturales de los datos; los resultados del método indirecto de momentos se adoptan como sus valores iniciales. Se encontró que el planteamiento propuesto siempre supera los mejores ajustes de la distribución LP3 en 31 registros de eventos máximos anuales, realizados con seis métodos que han sido contrastados previamente. Además, se llevó a cabo un contraste por simulación entre el método indirecto de momentos y el propuesto, utilizando treinta series sintéticas, resultando siempre mejor el segundo procedimiento. Por otra parte, existe una gran similitud en el orden de magnitud de las predicciones asociadas con siete periodos de retorno, los cuales variaron de diez a diez mil años; las predicciones se obtuvieron con los otros métodos y con el criterio propuesto. Lo anterior permite una selección más objetiva y confiable de las predicciones que se buscan.*

**Palabras clave:** crecientes, distribución LP3, métodos de ajuste, optimización, simulación.

## Introducción

Cuando se realiza el diseño hidrológico de la infraestructura hidráulica, ya sea de aprovechamiento o control, la estimación fundamental en este diseño son las crecientes o gastos máximos asociados con diversos periodos de retorno (*Tr*). Un enfoque factible para tal problema es la modelación probabilística de las crecientes anuales observadas, lo cual consiste en seleccionar una función de distribución de probabilidades (FDP) y ajustarla al registro hidrométrico disponible o muestra estadística, previa comprobación de su homogeneidad e independencia entre eventos. Con base en la función de distribución de probabilidades se realizan inferencias, generalmente extrapolaciones de las crecientes correspondientes a muy bajas probabilidades de excedencia, por ejemplo del 10 al 0.1%, esto es, con periodos de retorno de diez a mil años. Lo anterior se conoce como análisis de frecuencia de crecientes (AFC) y engloba diversos procedimientos de análisis de la información hidrométrica disponible (Campos, 1999).

Actualmente las funciones de distribución de probabilidades, conocidas como Log-Pearson tipo III (LP3) y general de valores extremos (GVE) han sido recomendadas como modelos base de los análisis de frecuencia de crecientes (*WRC*, 1977; *NERC*, 1975). Estas distribuciones tienen tres parámetros de ajuste: ubicación, escala y forma, y por ello —independientemente del método o técnica estadística de ajuste— se requiere que se estimen a partir de la muestra tres parámetros estadísticos, generalmente la media ($\bar{x}$), la desviación estándar (*S*) y el coeficiente de asimetría (*Cs*). Desde finales de los años sesenta se ha reconocido que el *Cs* presenta una gran variabilidad entre muestras mucho mayor que la de los otros parámetros estadísticos citados.

También recientemente se ha sugerido el uso de modelos probabilísticos con más parámetros de ajuste, por ejemplo, las distribuciones mezcladas (Campos, 1989, 1998; Escalante, 1998) y la distribución Wakeby. Para esta última distribución, la general de valores extremos y el caso de la mezcla de dos distribuciones normales —sus ajustes a través de optimización numérica, minimizando como función objetivo el error estándar de ajuste— ha probado ser un método muy eficiente (Campos, 2001b,a; 1998).

## Desarrollo

*Antecedentes*

En un trabajo reciente (Campos, 2002), la distribución LP3 se aplicó a 31 registros históricos de eventos máximos anuales a través de seis métodos de ajuste; se utilizaron dos medidas de la calidad: el error estándar de ajuste (EEA), entre los $n$ eventos anuales observados ($x_i$) y los estimados o predicciones ($X_{Tr}$), que se define como (Kite, 1977):

$$\mathrm{EEA} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - X_{Tr}\right)^2}{\left(n - np\right)}} \tag{1}$$

donde $np$ es el número de parámetros de ajuste, en este caso tres. Las predicciones $X_{Tr}$ se calculan para la misma probabilidad de no excedencia $F(x)$ asignada a los eventos $x_i$, estimada con la fórmula de Weibull (Benson, 1962):

$$F(x) = \frac{m}{\left(n+1\right)} = 1 - \frac{1}{Tr} = 1 - p \tag{2}$$

$m$ es el número de orden de los eventos $x_i$ en secuencia de menor a mayor, el cual varía lógicamente, de 1 a $n$. $Tr$ es el periodo de retorno y $p$ es la probabilidad de excedencia. Las magnitudes de $X_{Tr}$ se estiman con la distribución LP3 según cada uno de los métodos de ajuste.

La segunda medida de bondad de ajuste que se utilizó es el llamado error absoluto de ajuste (EAA), definido como (Singh y Singh, 1988):

$$\mathrm{EAA} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left|x_i - X_{Tr}\right|}{n - np} \tag{3}$$

Para cada uno de los seis métodos de ajuste, el número de valores mínimos del error estándar de ajuste y del error absoluto de ajuste que se obtuvieron en los 31 registros empleados fueron (Campos, 2002) los que aparecen en el recuadro 1.

Los métodos fueron los siguientes: momentos en dominio logarítmico (ML), momentos en el dominio real (MR), mezcla de momentos (MM), promedios diversos (PD), máxima verosimilitud (MV) y máxima entropía (ME). De la tabulación anterior se deduce que de manera global el mejor método de ajuste —según los indicadores error estándar de ajuste y error absoluto de ajuste— fue el de momentos en dominio logarítmico, también conocido como método indirecto de momentos, y que se propuso originalmente cuando la distribución LP3 se estableció como base de los análisis de frecuencia de crecientes a finales de los años sesenta (*WRC*, 1977).

*Ajuste de la distribución LP3 a través del método indirecto de momentos*

En el método de momentos en dominio logarítmico, las predicciones $X_{Tr}$ se obtienen con base en la ecuación general del análisis de frecuencia de crecientes (Chow, 1964) en el dominio logarítmico:

**Recuadro 1. Número de valores mínimos del error estándar de ajuste y del error absoluto de ajuste de los 31 registros empleados.**

| Tipo error | EEA | | | | | | EAA | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Método de ajuste | ML | MR | MM | PD | MV | ME | ML | MR | MM | PD | MV | ME |
| Núm. de mínimos | 15 | 0 | 4 | 3 | 8 | 1 | 21 | 1 | 3 | 2 | 4 | 0 |
| % de mínimos | 48.4 | 0.0 | 12.9 | 9.7 | 25.8 | 3.2 | 67.7 | 3.2 | 9.7 | 6.5 | 12.9 | 0 |

ML: momentos en dominio logarítmico.
MR: momentos en el dominio real.
MM: mezcla de momentos.
PD: promedios diversos.
MV: máxima verosimilitud.
ME: máxima entropía.

$$Y_{Tr} = \bar{Y} + K * Sy \tag{4}$$

por lo cual:

$$X_{Tr} = \exp\left(Y_{Tr}\right) \tag{5}$$

siendo $K$ el llamado factor de frecuencia, función de la probabilidad y del modelo probabilístico utilizado, por lo tanto es una variable estandarizada Pearson tipo III. Para la aplicación de las ecuaciones 4 y 5 primero se obtienen los logaritmos naturales de los datos ($y_i$ = ln $x_i$) y se calculan su media aritmética y desviación estándar, denominándose media ($\bar{Y}$) y desviación ($Sy$) logarítmicas, con base en la ecuaciones siguientes (Yevjevich, 1972):

$$\bar{Y} = \frac{\sum_1^n \ln x_i}{n} \tag{6}$$

$$Sy = \sqrt{\frac{\sum_1^n \left(\ln x_i - \bar{Y}\right)^2}{\left(n-1\right)}} \tag{7}$$

Para la estimación del factor de frecuencia ($K$) se utiliza la expresión aproximada propuesta por Kite (1977):

$$K = t + \left(t^2 - 1\right)\left(\frac{g_c}{6}\right) + \frac{1}{3}\left(t^3 - 6t\right)\left(\frac{g_c}{6}\right)^2 - \left(t^2 - 1\right)\left(\frac{g_c}{6}\right)^3 + t\left(\frac{g_c}{6}\right)^4 + \frac{1}{3}\left(\frac{g_c}{6}\right)^5 \tag{8}$$

siendo $t$ la desviación normal estándar, la cual es función de la probabilidad de excedencia ($p$) utilizada o de diseño, misma que se estima con la aproximación siguiente (Abramowitz y Stegun, 1972):

$$t = z - \frac{2.30753 + 0.27061 \cdot z}{1 + 0.99229 \cdot z + 0.04481 \cdot z^2} \tag{9}$$

en la cual:

$$z = \sqrt{\ln\left(\frac{1}{p^2}\right)} \tag{10}$$

cuando $p > 0.50$ se utiliza $p = 1 - p$ en la expresión 10 y al resultado de la ecuación 9 se le cambia el signo. Por otra parte, el coeficiente de asimetría de los logaritmos ($g$) está definido como (Yevjevich, 1972):

$$g = \frac{n \sum_1^n \left(\ln x_i - \bar{Y}\right)^3}{\left(n-1\right)\left(n-2\right) Sy^3} \tag{11}$$

Bobée y Robitaille (1977) contrastaron diferentes procedimientos de ajuste del método indirecto de momentos y concluyeron que para mejorarlo es conveniente corregir el sesgo del coeficiente de asimetría ($g$) por medio de los factores siguientes:

$$FC1 = \left(1 + \frac{8.5}{n}\right) \tag{12}$$

$$FC2 = \frac{\sqrt{n\left(n-1\right)}}{\left(n-2\right)} \tag{13}$$

entonces ahora se tiene que:

$$g_c = FC1 \cdot FC2 \cdot g \tag{14}$$

*Ajuste de la distribución LP3 mediante optimización*

El planteamiento basado en optimización numérica que ahora se presenta consiste en utilizar como funciones objetivo (FO) minimizar tanto el error estándar de ajuste como el error absoluto de ajuste, teniendo tres variables no restringidas que permiten buscar los mínimos y que son $\bar{Y}$, $Sy$ y $g_c$, ya que las predicciones (ecuaciones 4 y 5) son función de ellas. El algoritmo computacional utilizado fue el de Rosenbrock de múltiples variables no restringidas, expuesto por Kuester y Mize (1977). Estos autores describen y aplican el código *ROSENB* en *Fortran*, el cual se transcribió a *Basic* para los análisis numéricos de este trabajo dada la facilidad de dicho lenguaje para almacenar datos y presentar resultados.

La información procesada consistió de 31 registros de eventos máximos anuales tomados de la literatura especializada, cuyos parámetros estadísticos básicos (ecuaciones 6, 7 y 11) de los datos originales y de sus logaritmos naturales se presentan en el apéndice 1, así como las procedencias de tales series.

Para el inicio del funcionamiento del algoritmo de Rosenbrock se utilizaron los resultados del método de momentos en el dominio logarítmico (ecuaciones 4 a 14), por ello en el cuadro 1 —que versa sobre los resultados para la función objetivo igual al error estándar de ajuste— cada registro inicia con tales resultados. Cuando el método de momentos en el dominio logarítmico no fue el que alcanzó el valor mínimo del error estándar de ajuste (Campos, 2002), enseguida se presentan los resultados de tal método de ajuste (momentos en el dominio real, mezcla de momentos, promedios diversos, máxima verosimilitud o máxima entropía) y, por último, los correspondientes al algoritmo de Rosenbrock o método de optimización no restringida, indicando el número de etapas y evaluaciones de la función objetivo después del valor mínimo alcanzado o error estándar de ajuste. El cuadro 2 es similar al 1, pero sus resultados corresponden a la función objetivo igual al error absoluto de ajuste.

Algunos aspectos de la mecánica operativa del algoritmo de Rosenbrock incluyen la definición de los máximos de evaluaciones de la función objetivo y de las etapas por realizar; se adoptaron mil y treinta, respectivamente. Otro parámetro que se debe definir es la tolerancia al error entre la función objetivo actual y su valor en la etapa precedente; se adoptó un valor de $1 \cdot 10^{-5}$.

Durante el procesamiento de la información, al buscar el mínimo del error estándar de ajuste, únicamente en la serie número 27 del río Támesis en Teddington, Inglaterra, con 113 datos, el algoritmo no concluyó en su etapa 18, pero al limitar éstas a 17 se alcanza un resultado. Por otra parte, en los registros números 11, 13 y 18, en sus etapas finales se llega al máximo de evaluaciones de la función objetivo, por ello se limitó el algoritmo a la etapa inmediata inferior y así concluye. Finalmente, en el registro número 19 se alcanza el máximo de etapas, pero además se detecta que para tal serie las variables por ajustar ($\bar{Y}$, Sy, $g_c$) deberían de estar acotadas, ya que en el proceso de minimización de la función objetivo se llegan a valores que difieren mucho de los de las muestras. Al limitar a sólo cinco etapas se reduce el error estándar de ajuste más allá del alcanzado por alguno de los otros seis métodos de ajuste. Por ello se aceptó tal resultado.

En realidad existen dos maneras de solucionar los problemas de convergencia del algoritmo de optimización de Rosenbrock: una es la utilizada, consistente en limitar el número de etapas después de la primera aplicación del algoritmo y la segunda se basa en reducir la tolerancia al error en la función objetivo, principalmente para resolver los problemas debidos a los errores de redondeo. Se adoptó la primera solución con el objeto de conservar una única precisión en todos los análisis o procesamientos realizados.

De acuerdo con los resultados de la minimización de la función objetivo igual al error absoluto de ajuste, este proceso resulta más fácil de llevar a cabo por el algoritmo de Rosenbrock, pues únicamente se presentan dos casos en que se alcanza el máximo de evaluaciones de la función objetivo en la etapa final. Con fijar como límite de las etapas la inmediata anterior se alcanzan los resultados del cuadro 2 para los registros 1 y 21.

*Contraste por medio de simulación*

El planteamiento general adoptado para este análisis consistió en contrastar el método indirecto de momentos contra el algoritmo propuesto, utilizando únicamente como función objetivo el error estándar de ajuste en treinta series sintéticas. Se seleccionaron tres registros históricos para generar diez series sintéticas a partir de cada uno. Las estaciones hidrométricas que se utilizaron fueron: Jaina, Huites y El Cuchillo, las cuales corresponden a los registros números 11, 17 y 25 de los cuadros 1 y 2, y del apéndice 1. Las secuencias sintéticas fueron de cincuenta años y se generaron por medio de las ecuaciones 4 y 5, empleando como parámetros estadísticos poblacionales ($\bar{Y}$, *Sy*, *g*) los de las hidrométricas seleccionadas. El factor de frecuencia (*K*) de la ecuación 4 se generó con base en la ecuación 8, utilizando como desviación normal estándar (*t*) un número aleatorio normal (*N*) con media cero y varianza unitaria, generado mediante el criterio de Box y Müller, que consiste en crear previamente dos números aleatorios uniformes ($U_1$, $U_2$) en el intervalo 0-1 y entonces transformarlos en los valores $N_1$ y $N_2$ con las expresiones siguientes (Clarke, 1973):

$$N_1 = \left[-2 \cdot ln\left(U_1\right)\right]^{1/2} \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot U_2\right)$$

$$N_2 = \left[-2 \cdot ln\left(U_1\right)\right]^{1/2} \cdot \mathrm{sen}\left(2 \cdot \pi \cdot U_2\right)$$

Los números $U_1$ y $U_2$ se generaron con base en la instrucción *RND*, dada la reducida cantidad de números aleatorios requeridos. Para asignar un número semilla aleatorio a tal comando se empleó el reloj de la computadora. Por otra parte, el procesamiento de las series sintéticas con el algoritmo propuesto no presentó ninguna dificultad de convergencia, como en el caso de los registros históricos.

En el cuadro 3 se concentran los resultados de este análisis, a partir de los cuales se observa que el procedimiento propuesto o método de optimización siempre conduce a mejores ajustes, los cuales se miden a través del error estándar de ajuste. Además, las

**Cuadro 1.** Media logarítmica ($\overline{Y}$), desviación logarítmica ($Sy$), coeficiente de oblicuidad ($g$), función objetivo igual al error estándar de ajuste (FO=EEA) y predicciones ($X_{Tr}$, m³/s) asociadas con el ajuste de la distribución Log-Pearson tipo III mediante optimización numérica no restringida en 31 registros históricos de eventos máximos anuales.

| RN | MA | Variables de ajuste | | | FO | (Etapas) | Periodo de retorno en años | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\overline{Y}$ | $Sy$ | $g_c$ | (m³/s) | núm. eval. | 10 | 25 | 50 | 100 | 500 | 1,000 | 10,000 |
| 1 | MML | 7.33750 | 0.47700 | -0.16191 | 164.1 | | 2805 | 3448 | 3927 | 4406 | 5532 | 6026 | 7715 |
| 1 | ROS | 7.33095 | 0.54632 | -0.05204 | 115.8 | (5) 59 | 3063 | 3934 | 4620 | 5333 | 7116 | 7943 | 10979 |
| 2 | MML | 3.94563 | 0.39843 | 0.25293 | 5.0 | | 87 | 107 | 124 | 141 | 184 | 205 | 285 |
| 2 | ROS | 3.95179 | 0.44325 | 0.03372 | 4.0 | (2) 32 | 92 | 114 | 130 | 148 | 190 | 209 | 280 |
| 3 | MML | 5.64794 | 0.53344 | 0.46962 | 72.4 | | 573 | 782 | 966 | 1178 | 1798 | 2133 | 3635 |
| 3 | MMM | 5.64795 | 0.53160 | 0.60848 | 69.3 | | 563 | 733 | 870 | 1017 | 1401 | 1587 | 2306 |
| 3 | ROS | 5.68859 | 0.58065 | 0.28644 | 34.1 | (12) 123 | 631 | 863 | 1063 | 1289 | 1931 | 2267 | 3707 |
| 4 | MML | 5.82926 | 0.25196 | 0.83975 | 21.2 | | 476 | 563 | 634 | 711 | 915 | 1015 | 1422 |
| 4 | MMM | 5.82925 | 0.25088 | 0.98022 | 21.1 | | 471 | 535 | 582 | 628 | 737 | 784 | 946 |
| 4 | ROS | 5.83748 | 0.28246 | 0.16921 | 15.1 | (3) 38 | 495 | 571 | 628 | 685 | 820 | 880 | 1089 |
| 5 | MML | 6.53361 | 0.62233 | 0.48521 | 140.6 | | 1564 | 2252 | 2888 | 3646 | 6003 | 7343 | 13795 |
| 5 | ROS | 6.55752 | 0.66673 | 0.12861 | 85.4 | (12) 128 | 1668 | 2330 | 2901 | 3542 | 5339 | 6266 | 10153 |
| 6 | MML | 5.36830 | 0.41047 | -0.49689 | 19.8 | | 353 | 409 | 446 | 480 | 550 | 578 | 658 |
| 6 | MME | 5.36830 | 0.40380 | 0.03810 | 18.6 | | 360 | 435 | 492 | 550 | 689 | 751 | 969 |
| 6 | ROS | 5.37352 | 0.41913 | -0.03141 | 18.0 | (7) 97 | 368 | 447 | 507 | 567 | 710 | 774 | 998 |
| 7 | MML | 4.40899 | 0.97533 | -1.13494 | 27.8 | | 240 | 296 | 330 | 358 | 404 | 417 | 445 |
| 7 | MPD | 4.40899 | 0.93576 | -0.75429 | 21.2 | | 269 | 406 | 527 | 665 | 1056 | 1257 | 2088 |
| 7 | ROS | 4.51265 | 0.80294 | 0.01951 | 12.9 | (15) 157 | 255 | 374 | 479 | 598 | 939 | 1117 | 1872 |
| 8 | MML | 4.82973 | 0.41880 | 0.40433 | 9.7 | | 217 | 275 | 323 | 375 | 516 | 586 | 870 |
| 8 | ROS | 4.83029 | 0.46171 | 0.02776 | 7.4 | (3) 59 | 227 | 282 | 326 | 370 | 481 | 532 | 718 |
| 9 | MML | 6.36414 | 0.86100 | -0.76631 | 98.3 | | 1590 | 2048 | 2364 | 2656 | 3250 | 3473 | 4089 |
| 9 | MPD | 6.36414 | 0.84715 | -0.60666 | 84.5 | | 1701 | 2483 | 3160 | 3916 | 6007 | 7064 | 11339 |
| 9 | ROS | 6.36414 | 0.94710 | -0.12772 | 55.0 | (1) 9 | 1925 | 2921 | 3807 | 4815 | 7677 | 9156 | 15279 |
| 10 | MML | 4.62216 | 1.06880 | 0.41776 | 170.0 | | 415 | 763 | 1153 | 1694 | 3837 | 5329 | 14799 |
| 10 | ROS | 4.56416 | 1.17500 | 0.29390 | 71.3 | (5) 36 | 446 | 841 | 1287 | 1904 | 4332 | 6004 | 16361 |
| 11 | MML | 6.77948 | 0.64206 | 1.12598 | 464.7 | | 2069 | 3315 | 4662 | 6498 | 13755 | 18888 | 53440 |
| 11 | ROS | 6.83418 | 0.69789 | 0.42785 | 245.6 | (17) 176 | 2328 | 3471 | 4551 | 5859 | 10031 | 12452 | 24405 |
| 12 | MML | 6.27759 | 0.92720 | -0.07749 | 315.4 | | 1731 | 2633 | 3442 | 4371 | 7053 | 8460 | 14416 |
| 12 | MMV | 6.27776 | 0.92300 | 0.13929 | 286.3 | | 1740 | 2700 | 3589 | 4638 | 7804 | 9537 | 17309 |
| 12 | ROS | 6.39346 | 0.81139 | 0.17226 | 248.8 | (13) 162 | 1713 | 2594 | 3410 | 4379 | 7345 | 8996 | 16629 |
| 13 | MML | 7.35923 | 0.45353 | -0.08999 | 113.1 | | 2794 | 3425 | 3901 | 4380 | 5520 | 6027 | 7791 |
| 13 | MMV | 7.35932 | 0.45244 | 0.16003 | 89.2 | | 2807 | 3483 | 4005 | 4543 | 5868 | 6476 | 8683 |
| 13 | ROS | 7.36468 | 0.47102 | 0.02658 | 74.0 | (17) 171 | 2890 | 3618 | 4184 | 4771 | 6227 | 6900 | 9364 |
| 14 | MML | 3.77705 | 0.49605 | 0.85569 | 6.6 | | 85 | 118 | 150 | 188 | 309 | 381 | 745 |
| 14 | ROS | 3.79532 | 0.53169 | 0.20937 | 3.1 | (7) 78 | 89 | 117 | 141 | 166 | 236 | 271 | 411 |
| 15 | MML | 7.79066 | 0.46651 | 0.30729 | 254.4 | | 4451 | 5736 | 6798 | 7953 | 11059 | 12607 | 18866 |
| 15 | ROS | 7.79009 | 0.50601 | 0.03126 | 223.4 | (7) 126 | 4626 | 5892 | 6892 | 7939 | 10581 | 11820 | 16438 |
| 16 | MML | 5.36596 | 0.27474 | -0.14776 | 5.3 | | 303 | 341 | 368 | 394 | 450 | 473 | 546 |
| 16 | ROS | 5.36446 | 0.29216 | -0.04168 | 4.1 | (3) 52 | 310 | 355 | 387 | 418 | 488 | 518 | 618 |
| 17 | MML | 7.73260 | 0.76133 | 0.85203 | 815.7 | | 6290 | 10492 | 15061 | 21301 | 45851 | 63053 | 175998 |
| 17 | ROS | 7.68163 | 0.95060 | 0.02212 | 611.7 | (10) 150 | 7337 | 11533 | 15458 | 20126 | 34382 | 4258 | 78020 |

**Cuadro 1. (Continuación). Media logarítmica ( $\overline{Y}$ ), desviación logarítmica ($Sy$), coeficiente de oblicuidad ($g$), función objetivo igual al error estándar de ajuste (FO=EEA) y predicciones ($X_{Tr}$, m³/s) asociadas con el ajuste de la distribución Log-Pearson tipo III mediante optimización numérica no restringida en 31 registros históricos de eventos máximos anuales.**

| RN | MA | Variables de ajuste | | | FO | (Etapas) | Periodo de retorno en años | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\overline{Y}$ | $Sy$ | $g_c$ | (m³/s) | núm. eval. | 10 | 25 | 50 | 100 | 500 | 1,000 | 10,000 |
| 18 | MML | 7.30675 | 0.29893 | -0.05445 | 60.5 | | 2181 | 2501 | 2730 | 2953 | 3457 | 3671 | 4380 |
| 18 | ROS | 7.30704 | 0.31356 | -0.01055 | 54.8 | (4) 39 | 2226 | 2578 | 2834 | 3086 | 3664 | 3913 | 4755 |
| 19 | MML | 4.78295 | 1.48007 | 0.10623 | 160.8 | | 807 | 1681 | 2718 | 4203 | 10282 | 14564 | 41466 |
| 19 | ROS | 4.92462 | 1.59587 | -0.06368 | 132.6 | (5) 46 | 1050 | 2171 | 3458 | 5242 | 12065 | 16576 | 42118 |
| 20 | MML | 5.30008 | 0.29185 | -0.49242 | 7.9 | | 286 | 317 | 337 | 356 | 392 | 406 | 446 |
| 20 | MMM | 5.30009 | 0.29080 | -0.43105 | 7.8 | | 290 | 331 | 360 | 388 | 451 | 478 | 566 |
| 20 | ROS | 5.29866 | 0.30391 | -0.07483 | 7.4 | (5) 74 | 295 | 338 | 369 | 399 | 467 | 496 | 591 |
| 21 | MML | 7.21845 | 0.40700 | 0.77811 | 111.8 | | 2345 | 3061 | 3691 | 4413 | 6534 | 7686 | 12929 |
| 21 | ROS | 7.22440 | 0.43891 | 0.13107 | 79.6 | (8) 96 | 2421 | 3018 | 3487 | 3977 | 5213 | 5794 | 7968 |
| 22 | MML | 5.39141 | 0.46761 | -0.07344 | 14.9 | | 398 | 492 | 563 | 636 | 810 | 888 | 1163 |
| 22 | MMV | 5.39146 | 0.46596 | 0.11666 | 12.7 | | 399 | 498 | 575 | 654 | 850 | 940 | 1268 |
| 22 | ROS | 5.39286 | 0.48836 | 0.00813 | 11.0 | (9) 97 | 411 | 518 | 601 | 687 | 902 | 1001 | 1365 |
| 23 | MML | 5.95791 | 0.33676 | 0.26202 | 25.1 | | 600 | 718 | 809 | 904 | 1137 | 1246 | 1646 |
| 23 | MMM | 5.95790 | 0.33555 | 0.34764 | 23.8 | | 596 | 701 | 779 | 857 | 1041 | 1123 | 1406 |
| 23 | ROS | 5.96422 | 0.34782 | 0.10830 | 18.4 | (9) 113 | 610 | 725 | 812 | 899 | 1110 | 1205 | 1542 |
| 24 | MML | 7.50196 | 0.34523 | -0.89457 | 55.6 | | 2691 | 2950 | 3103 | 3230 | 3451 | 3524 | 3698 |
| 24 | MPD | 7.50196 | 0.34210 | -0.78476 | 54.6 | | 2793 | 3246 | 3571 | 3887 | 4598 | 4899 | 5890 |
| 24 | ROS | 7.49805 | 0.35951 | -0.14677 | 50.0 | (6) 93 | 2842 | 3324 | 3670 | 4008 | 4769 | 5092 | 6156 |
| 25 | MML | 6.43843 | 1.10729 | 0.03444 | 316.8 | | 2591 | 4403 | 6209 | 8467 | 15903 | 20281 | 41838 |
| 25 | MMV | 6.43847 | 1.10027 | 0.08350 | 304.9 | | 2562 | 4315 | 6046 | 8191 | 15158 | 19208 | 38805 |
| 25 | ROS | 6.38270 | 1.22503 | 0.00709 | 165.5 | (5) 45 | 2841 | 5066 | 7362 | 10307 | 20369 | 26467 | 57562 |
| 26 | MML | 5.22405 | 0.24636 | -0.04460 | 8.4 | | 254 | 285 | 306 | 327 | 373 | 392 | 454 |
| 26 | MMV | 5.22410 | 0.24629 | 0.13407 | 7.6 | | 255 | 286 | 309 | 331 | 380 | 401 | 470 |
| 26 | ROS | 5.22655 | 0.25159 | 0.05087 | 7.2 | (11) 114 | 257 | 290 | 314 | 338 | 390 | 413 | 488 |
| 27 | MML | 5.69544 | 0.38392 | -0.22734 | 20.9 | | 481 | 565 | 624 | 682 | 810 | 863 | 1036 |
| 27 | MMV | 5.69544 | 0.38280 | 0.04381 | 15.8 | | 486 | 582 | 654 | 727 | 899 | 976 | 1244 |
| 27 | ROS | 5.70070 | 0.38211 | 0.04334 | 14.0 | 11 (108) | 489 | 587 | 662 | 737 | 917 | 998 | 1285 |
| 28 | MML | 5.71759 | 0.36632 | -0.30356 | 17.8 | | 480 | 555 | 608 | 657 | 765 | 809 | 946 |
| 28 | MMV | 5.71768 | 0.36916 | 0.11273 | 12.4 | | 488 | 582 | 652 | 722 | 888 | 962 | 1220 |
| 28 | ROS | 5.72233 | 0.36126 | 0.02357 | 12.3 | (4) 61 | 486 | 577 | 645 | 713 | 874 | 946 | 1194 |
| 29 | MML | 3.07058 | 0.11604 | -1.20543 | 0.42 | | 24.44 | 25.02 | 25.32 | 25.54 | 25.85 | 25.94 | 26.08 |
| 29 | ROS | 3.06430 | 0.13545 | -0.23489 | 0.26 | (3) 38 | 25.38 | 26.85 | 27.81 | 28.68 | 30.46 | 31.14 | 33.19 |
| 30 | MML | 3.82449 | 0.27044 | -0.03080 | 1.53 | | 64.7 | 73.3 | 79.5 | 85.4 | 98.8 | 104.5 | 123.1 |
| 30 | MMV | 3.82453 | 0.27009 | 0.14311 | 1.36 | | 64.8 | 73.7 | 80.1 | 86.3 | 100.5 | 106.6 | 126.9 |
| 30 | ROS | 3.82584 | 0.27985 | 0.02164 | 1.26 | (5) 67 | 65.7 | 75.0 | 81.8 | 88.4 | 103.5 | 109.9 | 131.7 |
| 31 | MML | 4.16632 | 0.23395 | 0.19732 | 1.70 | | 87 | 99 | 107 | 115 | 134 | 142 | 170 |
| 31 | ROS | 4.16678 | 0.24590 | 0.01540 | 1.52 | (3) 61 | 88 | 99 | 107 | 115 | 132 | 139 | 162 |

Simbología:

RN: registro número.
MA: método de ajuste.
MML método de momentos en el dominio logarítmico.
ROS ajuste mediante el algoritmo de Rosenbrock.
MMM método de mezcla de momentos.
MPD método de promedios diversos.
MMV método de máxima verosimilitud.
MME método de máxima entropía.

**Cuadro 2.** Media logarítmica ( $\overline{Y}$ ), desviación logarítmica ($Sy$), coeficiente de oblicuidad ($g$), función objetivo igual al error absoluto de ajuste (FO=EAA) y predicciones ($X_{Tr}$, m³/s) asociadas con el ajuste de la distribución Log-Pearson tipo III mediante optimización numérica no restringida en 31 registros históricos de eventos máximos anuales.

| RN | MA | Variables de ajuste | | | FO | (Etapas) | Periodo de retorno en años | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\overline{Y}$ | $Sy$ | $g_c$ | (m³/s) | núm. eval. | 10 | 25 | 50 | 100 | 500 | 1,000 | 10,000 |
| 1 | MML | 7.33750 | 0.47700 | -0.16191 | 117.9 | | 2805 | 3448 | 3927 | 4406 | 5532 | 6026 | 7715 |
| 1 | ROS | 7.33618 | 0.52146 | -0.05471 | 91.4 | (5) 60 | 2983 | 3786 | 4412 | 5059 | 6658 | 7393 | 10059 |
| 2 | MML | 3.94563 | 0.39843 | 0.25293 | 4.3 | | 87 | 107 | 124 | 141 | 184 | 205 | 285 |
| 2 | ROS | 3.94558 | 0.43858 | 0.05243 | 3.4 | (2) 50 | 91 | 112 | 129 | 146 | 188 | 208 | 278 |
| 3 | MML | 5.64794 | 0.53344 | 0.46962 | 29.9 | | 573 | 782 | 966 | 1178 | 1798 | 2133 | 3635 |
| 3 | MMM | 5.64795 | 0.53160 | 0.60848 | 29.5 | | 563 | 733 | 870 | 1017 | 1401 | 1587 | 2306 |
| 3 | ROS | 5.69239 | 0.54745 | 0.18638 | 23.6 | (15) 186 | 604 | 800 | 964 | 1143 | 1627 | 1869 | 2845 |
| 4 | MML | 5.82926 | 0.25196 | 0.83975 | 13.3 | | 476 | 563 | 634 | 711 | 915 | 1015 | 1422 |
| 4 | ROS | 5.83589 | 0.27929 | 0.15958 | 11.0 | (3) 51 | 492 | 567 | 622 | 678 | 808 | 866 | 1067 |
| 5 | MML | 6.53361 | 0.62233 | 0.48521 | 70.3 | | 1564 | 2252 | 2888 | 3646 | 6003 | 7343 | 13795 |
| 5 | ROS | 6.56227 | 0.68950 | 0.12805 | 48.2 | (7) 90 | 1726 | 2439 | 3059 | 3759 | 5746 | 6780 | 11165 |
| 6 | MML | 5.36830 | 0.41047 | -0.49689 | 14.7 | | 353 | 409 | 446 | 480 | 550 | 578 | 658 |
| 6 | ROS | 5.36844 | 0.41432 | -0.10819 | 14.4 | (3) 66 | 363 | 436 | 491 | 544 | 670 | 725 | 912 |
| 7 | MML | 4.40899 | 0.97533 | -1.13494 | 13.5 | | 240 | 296 | 330 | 358 | 404 | 417 | 445 |
| 7 | MPD | 4.40899 | 0.93576 | -0.75429 | 12.2 | | 269 | 406 | 527 | 665 | 1056 | 1257 | 2088 |
| 7 | ROS | 4.40333 | 0.97533 | -0.14421 | 12.2 | (7) 90 | 280 | 429 | 562 | 713 | 1145 | 1368 | 2293 |
| 8 | MML | 4.82973 | 0.41880 | 0.40433 | 8.4 | | 217 | 275 | 323 | 375 | 516 | 586 | 870 |
| 8 | ROS | 4.84027 | 0.45060 | 0.01653 | 6.3 | (7) 78 | 225 | 279 | 321 | 363 | 467 | 515 | 688 |
| 9 | MML | 6.36414 | 0.86100 | -0.76631 | 64.6 | | 1590 | 2048 | 2364 | 2656 | 3250 | 3473 | 4089 |
| 9 | MPD | 6.36414 | 0.84715 | -0.60666 | 58.6 | | 1701 | 2483 | 3160 | 3916 | 6007 | 7064 | 11339 |
| 9 | ROS | 6.35986 | 0.92580 | -0.10850 | 40.1 | (4) 81 | 1870 | 2823 | 3669 | 4632 | 7369 | 8785 | 14667 |
| 10 | MML | 4.62216 | 1.06880 | 0.41776 | 40.2 | | 415 | 763 | 1153 | 1694 | 3837 | 5329 | 14799 |
| 10 | ROS | 4.66149 | 1.17088 | 0.23543 | 31.9 | (7) 92 | 486 | 900 | 1356 | 1976 | 4327 | 5896 | 15159 |
| 11 | MML | 6.77948 | 0.64206 | 1.12598 | 129.9 | | 2069 | 3315 | 4662 | 6498 | 13755 | 18888 | 53440 |
| 11 | ROS | 6.87127 | 0.73173 | 0.34137 | 106.9 | (13) 174 | 2515 | 3766 | 4941 | 6353 | 10796 | 13338 | 25617 |
| 12 | MML | 6.27759 | 0.92720 | -0.07749 | 129.2 | | 1731 | 2633 | 3442 | 4371 | 7053 | 8460 | 14416 |
| 12 | ROS | 6.28116 | 0.97876 | 0.01139 | 124.2 | (5) 91 | 1873 | 2976 | 4016 | 5258 | 9081 | 11204 | 20907 |
| 13 | MML | 7.35923 | 0.45353 | -0.08999 | 56.7 | | 2794 | 3425 | 3901 | 4380 | 5520 | 6027 | 7791 |
| 13 | ROS | 7.37010 | 0.46573 | 0.02450 | 49.6 | (18) 192 | 2886 | 3602 | 4159 | 4734 | 6158 | 6814 | 9209 |
| 14 | MML | 3.77705 | 0.49605 | 0.85569 | 2.6 | | 85 | 118 | 150 | 188 | 309 | 381 | 745 |
| 14 | ROS | 3.78943 | 0.53462 | 0.16582 | 1.9 | (3) 38 | 89 | 116 | 139 | 164 | 230 | 263 | 393 |
| 15 | MML | 7.79066 | 0.46651 | 0.30729 | 165.7 | | 4451 | 5736 | 6798 | 7953 | 11059 | 12607 | 18866 |
| 15 | ROS | 7.80119 | 0.47468 | 0.08912 | 153.8 | (8) 155 | 4506 | 5691 | 6627 | 7610 | 10098 | 11271 | 15669 |
| 16 | MML | 5.36596 | 0.27474 | -0.14776 | 4.3 | | 303 | 341 | 368 | 394 | 450 | 473 | 546 |
| 16 | ROS | 5.36462 | 0.29150 | -0.04194 | 3.4 | (6) 87 | 310 | 355 | 386 | 417 | 488 | 517 | 616 |
| 17 | MML | 7.73260 | 0.76133 | 0.85203 | 370.3 | | 6290 | 10492 | 15061 | 21301 | 45851 | 63053 | 175998 |
| 17 | ROS | 7.78565 | 0.83062 | 0.19614 | 334.3 | (15) 191 | 7077 | 10875 | 14449 | 18741 | 32144 | 39736 | 75680 |
| 18 | MML | 7.30675 | 0.29893 | -0.05445 | 43.4 | | 2181 | 2501 | 2730 | 2953 | 3457 | 3671 | 4380 |

**Cuadro 2. (Continuación). Media logarítmica ($\bar{Y}$), desviación logarítmica ($Sy$), coeficiente de oblicuidad ($g$), función objetivo igual al error absoluto de ajuste (FO=EAA) y predicciones ($X_{Tr}$, m³/s) asociadas con el ajuste de la distribución Log-Pearson tipo III mediante optimización numérica no restringida en 31 registros históricos de eventos máximos anuales.**

| RN | MA | Variables de ajuste | | | FO | (Etapas) | Periodo de retorno en años | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\bar{Y}$ | $Sy$ | $g_c$ | (m³/s) | núm. eval. | 10 | 25 | 50 | 100 | 500 | 1,000 | 10,000 |
| 18 | ROS | 7.30548 | 0.31856 | -0.03332 | 38.0 | (3) 51 | 2235 | 2590 | 2848 | 3100 | 3678 | 3927 | 4762 |
| 19 | MML | 4.78295 | 1.48007 | 0.10623 | 67.4 | | 807 | 1681 | 2718 | 4203 | 10282 | 14564 | 41466 |
| 19 | ROS | 4.70567 | 1.68724 | -0.06820 | 60.8 | (10) 102 | 947 | 2037 | 3328 | 5157 | 12408 | 17331 | 46207 |
| 20 | MML | 5.30008 | 0.29185 | -0.49242 | 5.8 | | 286 | 317 | 337 | 356 | 392 | 406 | 446 |
| 20 | MMM | 5.30009 | 0.29080 | -0.43105 | 5.8 | | 290 | 331 | 360 | 388 | 451 | 478 | 566 |
| 20 | ROS | 5.29804 | 0.30380 | -0.06021 | 5.6 | (3) 46 | 294 | 338 | 370 | 400 | 469 | 499 | 596 |
| 21 | MML | 7.21845 | 0.40700 | 0.77811 | 60.1 | | 2345 | 3061 | 3691 | 4413 | 6534 | 7686 | 12929 |
| 21 | ROS | 7.22556 | 0.43295 | 0.15397 | 50.0 | (7) 77 | 2407 | 2999 | 3465 | 3953 | 5189 | 5771 | 7962 |
| 22 | MML | 5.39141 | 0.46761 | -0.07344 | 10.7 | | 398 | 492 | 563 | 636 | 810 | 888 | 1163 |
| 22 | MMV | 5.39146 | 0.46596 | 0.11666 | 9.1 | | 399 | 498 | 575 | 654 | 850 | 940 | 1268 |
| 22 | ROS | 5.40138 | 0.47241 | 0.03353 | 8.3 | (9) 111 | 407 | 510 | 590 | 674 | 881 | 978 | 1331 |
| 23 | MML | 5.95791 | 0.33676 | 0.26202 | 13.2 | | 600 | 718 | 809 | 904 | 1137 | 1246 | 1646 |
| 23 | ROS | 5.97115 | 0.34697 | 0.08266 | 12.9 | (24) 270 | 613 | 727 | 812 | 898 | 1103 | 1194 | 1517 |
| 24 | MML | 7.50196 | 0.34523 | -0.89457 | 41.0 | | 2691 | 2950 | 3103 | 3230 | 3451 | 3524 | 3698 |
| 24 | ROS | 7.49513 | 0.35784 | -0.16444 | 38.9 | (12) 121 | 2825 | 3297 | 3635 | 3962 | 4698 | 5008 | 6025 |
| 25 | MML | 6.43843 | 1.10729 | 0.03444 | 122.0 | | 2591 | 4403 | 6209 | 8467 | 15903 | 20281 | 41838 |
| 25 | MMV | 6.43847 | 1.10027 | 0.08350 | 119.6 | | 2562 | 4315 | 6046 | 8191 | 15158 | 19208 | 38805 |
| 25 | ROS | 6.37821 | 1.21465 | 0.00022 | 80.7 | (7) 97 | 2788 | 4938 | 7142 | 9954 | 19480 | 25211 | 54146 |
| 26 | MML | 5.22405 | 0.24636 | -0.04460 | 5.7 | | 254 | 285 | 306 | 327 | 373 | 392 | 454 |
| 26 | MMV | 5.22410 | 0.24629 | 0.13407 | 5.4 | | 255 | 286 | 309 | 331 | 380 | 401 | 470 |
| 26 | ROS | 5.22710 | 0.24305 | 0.07002 | 5.1 | (3) 43 | 255 | 287 | 310 | 332 | 383 | 405 | 477 |
| 27 | MML | 5.69544 | 0.38392 | -0.22734 | 11.7 | | 481 | 565 | 624 | 682 | 810 | 863 | 1036 |
| 27 | MMV | 5.69544 | 0.38280 | 0.04381 | 10.3 | | 486 | 582 | 654 | 727 | 899 | 976 | 1244 |
| 27 | ROS | 5.70731 | 0.38353 | 0.03755 | 10.0 | (3) 74 | 493 | 592 | 667 | 743 | 925 | 1006 | 1294 |
| 28 | MML | 5.71759 | 0.36632 | -0.30356 | 9.4 | | 480 | 555 | 608 | 657 | 765 | 809 | 946 |
| 28 | MMM | 5.71759 | 0.36374 | -0.12834 | 8.6 | | 484 | 574 | 640 | 705 | 859 | 926 | 1158 |
| 28 | ROS | 5.72188 | 0.36632 | -0.01623 | 8.5 | (4) 68 | 488 | 579 | 646 | 713 | 871 | 940 | 1179 |
| 29 | MML | 3.07058 | 0.11604 | -1.20543 | 0.35 | | 24.44 | 25.02 | 25.32 | 25.54 | 25.85 | 25.94 | 26.08 |
| 29 | ROS | 3.07058 | 0.12764 | -0.20091 | 0.26 | (1) 9 | 25.30 | 26.71 | 27.63 | 28.47 | 30.19 | 30.85 | 32.86 |
| 30 | MML | 3.82449 | 0.27044 | -0.03080 | 1.00 | | 64.7 | 73.3 | 79.5 | 85.4 | 98.8 | 104.5 | 123.1 |
| 30 | MMR | 3.82333 | 0.27199 | -0.03011 | 0.98 | | 64.8 | 73.5 | 79.7 | 85.7 | 99.2 | 104.9 | 123.7 |
| 30 | ROS | 3.82598 | 0.28059 | 0.01104 | 0.90 | (2) 37 | 65.7 | 75.1 | 81.8 | 88.4 | 103.3 | 109.7 | 131.2 |
| 31 | MML | 4.16632 | 0.23395 | 0.19732 | 1.45 | | 87 | 99 | 107 | 115 | 134 | 142 | 170 |
| 31 | ROS | 4.16902 | 0.24725 | 0.02797 | 1.20 | (6) 72 | 89 | 100 | 108 | 116 | 133 | 140 | 165 |

Simbología:

RN: registro número.
MA: método de ajuste.
MML método de momentos en el dominio logarítmico.
MMR método de momentos en el dominio real.
MMM método de mezcla de momentos.
MPD método de promedios diversos.
MMV método de máxima verosimilitud.
ROS ajuste mediante algoritmo de Rosenbrock.

**Cuadro 3. Resultados del ajuste de la distribución Log-Pearson tipo III mediante optimización numérica en diez secuencias sintéticas asociadas con los registros históricos de las hidrométricas: Jaina (1), Huites (2) y El Cuchillo (3).**

| SS | Parámetros estadísticos y variables de ajuste | | | | | | | | EEA | (ET) | Predicciones para los periodos de retorno indicados | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Núm. | $Q_{mín}$ | $Q_{máx}$ | $\overline{Q}$ | $S$ | $Cs$ | $\overline{Y}$ | $Sy$ | $g$ | FO | EV | 10 | 25 | 50 | 100 | 500 | 1,000 | 10,000 |
| 1.0 | 340.0 | 6991.0 | 1126.0 | 1117.9 | 3.97068 | 6.77948 | 0.64206 | 0.96459 | ($n$ = 40) | | | | | | | | |
| 1.1 | 365.3 | 6219.7 | 1151.1 | 1011.4 | 3.36972 | 6.83448 | 0.60287 | 0.91310 | ($n$ = 50) | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.83448 | 0.60287 | 1.03644 | 322.0 | | 2076 | 3193 | 4349 | 5868 | 11491 | 15245 | 38327 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.86719 | 0.64325 | 0.31895 | 133.9 | (14) 159 | 2228 | 3167 | 4009 | 4986 | 7886 | 9464 | 16600 |
| 1.2 | 314.5 | 5634.6 | 1099.3 | 966.4 | 2.75507 | 6.75448 | 0.66675 | 0.68785 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.75448 | 0.66675 | 0.78076 | 201.8 | | 2083 | 3225 | 4384 | 5876 | 11189 | 14604 | 34297 |
| | Método de optimización | | | | 6.77663 | 0.70859 | 0.18085 | 58.6 | (8) 90 | 2200 | 3166 | 4025 | 5014 | | 7901 | 9444 | 16226 |
| 1.3 | 321.2 | 3481.9 | 1091.1 | 822.4 | 1.54954 | 6.77029 | 0.65037 | 0.56867 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.77029 | 0.65037 | 0.64549 | 203.4 | | 2066 | 3099 | 4106 | 5359 | 9557 | 12111 | 25675 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.69657 | 0.84149 | -0.05842 | 153.0 | (24) 381 | 2365 | 3473 | 4442 | 5536 | 8610 | 10189 | 16712 |
| 1.4 | 287.2 | 9085.6 | 1337.7 | 1603.7 | 3.50413 | 6.84865 | 0.75177 | 0.99624 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.84865 | 0.75177 | 1.13082 | 541.5 | | 2565 | 4460 | 6652 | 9823 | 23688 | 34373 | 116595 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.86932 | 0.83245 | 0.24581 | 274.6 | (7) 102 | 2847 | 4423 | 5928 | 7760 | 13610 | 16992 | 33480 |
| 1.5 | 322.4 | 7478.8 | 1291.0 | 1294.2 | 2.95659 | 6.86210 | 0.72556 | 0.75798 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.86210 | 0.72556 | 0.86036 | 306.1 | | 2512 | 4096 | 5787 | 8064 | 16802 | 22800 | 60997 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.88311 | 0.78104 | 0.18007 | 134.8 | (11) 163 | 2688 | 4014 | 5231 | 6663 | 10995 | 13383 | 24290 |
| 1.6 | 275.4 | 5316.6 | 1057.0 | 854.3 | 2.86815 | 6.74277 | 0.64024 | 0.50821 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.74277 | 0.64024 | 0.57686 | 234.1 | | 1979 | 2920 | 3818 | 4914 | 8477 | 10583 | 21316 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.76900 | 0.65755 | 0.16663 | 169.9 | (4) 41 | 2042 | 2855 | 3562 | 4359 | 6616 | 7791 | 12781 |
| 1.7 | 306.5 | 5954.2 | 1231.5 | 1175.0 | 2.32302 | 6.81716 | 0.72529 | 0.80168 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.81716 | 0.72529 | 0.90997 | 243.3 | | 2401 | 3948 | 5619 | 7892 | 16786 | 22997 | 63682 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.79558 | 0.85466 | 0.06464 | 157.3 | (10) 143 | 2685 | 4067 | 5329 | 6806 | 11211 | 13601 | 24239 |
| 1.8 | 331.0 | 3914.3 | 1071.3 | 881.0 | 2.40400 | 6.76438 | 0.60556 | 0.91147 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.76438 | 0.60556 | 1.03459 | 310.8 | | 1942 | 2992 | 4081 | 5512 | 10819 | 14367 | 36228 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.75579 | 0.70323 | 0.09950 | 280.2 | (17) 159 | 2128 | 3013 | 3782 | 4648 | 7093 | 8360 | 13695 |
| 1.9 | 290.0 | 6591.6 | 1025.8 | 986.7 | 4.03671 | 6.70161 | 0.61960 | 0.96827 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.70161 | 0.61960 | 1.09905 | 376.4 | | 1858 | 2917 | 4040 | 5545 | 11322 | 15303 | 41046 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.74329 | 0.65881 | 0.39983 | 178.5 | (13) 1000 | 2017 | 2927 | 3767 | 4763 | 7834 | 9565 | 17774 |
| 1.10 | 321.2 | 3268.8 | 934.7 | 625.7 | 2.04165 | 6.67682 | 0.54946 | 0.63489 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.67682 | 0.54946 | 0.72065 | 119.8 | | 1648 | 2344 | 2998 | 3789 | 6322 | 7806 | 15296 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.68304 | 0.59970 | 0.11932 | 81.3 | (8) 125 | 1734 | 2338 | 2845 | 3400 | 4904 | 5657 | 8695 |
| 2.0 | 593.0 | 15000.0 | 3176.4 | 3235.6 | 2.35806 | 7.73260 | 0.76133 | 0.75556 | ($n$ = 53) | | | | | | | | |
| 2.1 | 813.3 | 20143.8 | 3460.6 | 3753.4 | 3.28478 | 7.83466 | 0.72623 | 0.89559 | ($n$ = 50) | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 7.83466 | 0.72623 | 1.01656 | 1225.8 | | 6652 | 11138 | 16114 | 23042 | 51337 | 71872 | 215082 |
| | Método de optimización: | | | | | 7.84759 | 0.80292 | 0.20025 | 832.3 | (4) 89 | 7265 | 11014 | 14505 | 18664 | 31494 | 38687 | 72301 |
| 2.2 | 501.7 | 15063.2 | 2974.9 | 2617.6 | 2.53863 | 7.71169 | 0.75436 | 0.17366 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 7.71169 | 0.75436 | 0.19712 | 577.3 | | 5953 | 8796 | 11387 | 14423 | 23551 | 28557 | 51294 |
| | Método de optimización: | | | | | 7.75108 | 0.74355 | 0.12588 | 312.3 | (12) 280 | 6077 | 8817 | 11254 | 14052 | 22187 | 26512 | 45342 |
| 2.3 | 675.6 | 14697.8 | 3047.8 | 2654.6 | 2.45305 | 7.76525 | 0.68602 | 0.57775 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 7.76525 | 0.68602 | 0.65579 | 513.0 | | 5858 | 9003 | 12131 | 16089 | 29736 | 38244 | 85031 |
| | Método de optimización: | | | | | 7.77407 | 0.74359 | 0.12316 | 237.8 | (8) 115 | 6217 | 9016 | 11505 | 14359 | 22649 | 27052 | 46196 |
| 2.4 | 629.2 | 20272.2 | 3304.3 | 3767.7 | 3.11260 | 7.72698 | 0.82104 | 0.55597 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 7.72698 | 0.82104 | 0.63106 | 1131.0 | | 6740 | 11218 | 15962 | 22281 | 45947 | 61772 | 157797 |
| | Método de optimización: | | | | | 7.72633 | 0.88651 | 0.15423 | 703.9 | (5) 117 | 7148 | 11207 | 15067 | 19735 | 34448 | 42836 | 82792 |
| 2.5 | 658.7 | 16229.2 | 2817.6 | 2536.5 | 3.38452 | 7.70598 | 0.64459 | 0.78515 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 7.70598 | 0.64459 | 0.89121 | 781.4 | | 5244 | 8135 | 11105 | 14978 | 29087 | 38353 | 93716 |
| | Método de optimización: | | | | | 7.74797 | 0.66366 | 0.27966 | 470.8 | (9) 1000 | 5511 | 7872 | 9988 | 12437 | 19691 | 23625 | 41303 |
| 2.6 | 496.7 | 16860.8 | 3128.2 | 3075.4 | 2.43150 | 7.69647 | 0.82409 | 0.36115 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 7.69647 | 0.82409 | 0.40993 | 509.0 | | 6503 | 10387 | 14262 | 19160 | 35866 | 46130 | 100842 |

**Cuadro 3. (Continuación). Resultados del ajuste de la distribución Log-Pearson tipo III mediante optimización numérica en diez secuencias sintéticas asociadas con los registros históricos de las hidrométricas: Jaina (1), Huites (2) y El Cuchillo (3).**

| SS | Parámetros estadísticos y variables de ajuste | | | | | | | | EEA | (ET) | Predicciones para los periodos de retorno indicados | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Núm. | $Q_{mín}$ | $Q_{máx}$ | $\overline{Q}$ | $S$ | $Cs$ | $\overline{Y}$ | $Sy$ | $g$ | FO | EV | 10 | 25 | 50 | 100 | 500 | 1,000 | 10,000 |
| | Método de optimización: | | | | | 7.70343 | 0.88393 | 0.06124 | 312.2 | (12) 1000 | 6909 | 10608 | 14022 | 18047 | 30196 | 36853 | 66839 |
| 2.7 | 666.9 | 14356.6 | 2720.5 | 2732.7 | 3.13707 | 7.62392 | 0.70201 | 0.74457 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 7.62392 | 0.70201 | 0.84514 | 891.5 | | 5213 | 8347 | 11637 | 16003 | 32359 | 43351 | 111187 |
| | Método de optimización: | | | | | 7.63657 | 0.76579 | 0.19143 | 613.8 | (7) 80 | 5603 | 8319 | 10802 | 13719 | 22519 | 27358 | 49412 |
| 2.8 | 700.9 | 11393.1 | 2857.2 | 2127.5 | 1.86984 | 7.73335 | 0.66471 | 0.29020 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 7.73335 | 0.66471 | 0.32940 | 289.5 | | 5452 | 7853 | 10034 | 12587 | 20289 | 24539 | 44107 |
| | Método de optimización: | | | | | 7.73678 | 0.71301 | 0.04271 | 189.7 | (6) 74 | 5726 | 8066 | 10076 | 12318 | 18534 | 21709 | 34754 |
| 2.9 | 468.4 | 10437.9 | 2692.5 | 2109.8 | 1.70218 | 7.64061 | 0.71956 | 0.19933 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 7.64061 | 0.71956 | 0.22625 | 248.0 | | 5309 | 7743 | 9946 | 12516 | 20194 | 24386 | 43341 |
| | Método de optimización: | | | | | 7.62338 | 0.80450 | -0.00986 | 142.7 | (28) 253 | 5724 | 8342 | 10635 | 13229 | 20557 | 24345 | 40159 |
| 2.10 | 679.1 | 10893.4 | 2831.6 | 2017.2 | 1.91519 | 7.74619 | 0.63009 | 0.28975 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 7.74619 | 0.63009 | 0.32889 | 292.4 | | 5278 | 7459 | 9408 | 11662 | 18334 | 21954 | 38364 |
| | Método de optimización: | | | | | 7.75596 | 0.66453 | 0.07042 | 163.3 | (8) 265 | 5494 | 7595 | 9379 | 11352 | 16766 | 19501 | 30648 |
| 3.0 | 34.2 | 8315.1 | 1139.6 | 1517.5 | 2.92687 | 6.43843 | 1.10729 | 0.03126 | ($n$ = 67) | | | | | | | | |
| 3.1 | 22.3 | 6386.6 | 1065.7 | 1214.4 | 2.37622 | 6.38065 | 1.20420 | -0.48992 | ($n$ = 50) | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.38065 | 1.20420 | -0.55609 | 247.5 | | 2521 | 3800 | 4846 | 5945 | 8646 | 9852 | 13925 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.38065 | 1.32462 | -0.09268 | 160.8 | (1) 9 | 3174 | 5749 | 8398 | 11771 | 23096 | 29827 | 62992 |
| 3.2 | 132.2 | 6101.8 | 1108.0 | 1217.7 | 2.73985 | 6.60517 | 0.88037 | 0.34448 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.60517 | 0.88037 | 0.39100 | 311.5 | | 2349 | 3858 | 5396 | 7370 | 14272 | 18599 | 42293 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.60567 | 0.95509 | 0.06444 | 242.1 | (5) 78 | 2527 | 4019 | 5436 | 7144 | 12478 | 15486 | 29531 |
| 3.3 | 144.7 | 6157.1 | 1106.8 | 1202.7 | 2.75813 | 6.61166 | 0.87232 | 0.35432 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.61166 | 0.87232 | 0.40218 | 301.5 | | 2341 | 3836 | 5359 | 7314 | 14152 | 18442 | 41964 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.62530 | 0.92515 | 0.08092 | 232.6 | (28) 1000 | 2483 | 3906 | 5250 | 6862 | 11866 | 14675 | 27735 |
| 3.4 | 103.2 | 10953.1 | 1419.8 | 1979.0 | 2.99632 | 6.61936 | 1.11111 | 0.36816 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.61936 | 1.11111 | 0.41788 | 357.2 | | 3232 | 6089 | 9355 | 13954 | 32649 | 45938 | 132851 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.60137 | 1.24127 | 0.03061 | 199.7 | (15) 306 | 3620 | 6551 | 9623 | 13610 | 27527 | 36117 | 81049 |
| 3.5 | 49.8 | 4581.0 | 884.7 | 988.2 | 2.24918 | 6.27989 | 1.04611 | -0.08732 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.27989 | 1.04611 | -0.09911 | 188.2 | | 2013 | 3213 | 4329 | 5644 | 9582 | 11710 | 21037 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.21473 | 1.20096 | -0.04981 | 136.5 | (26) 272 | 2311 | 4010 | 5709 | 7833 | 14784 | 18840 | 38449 |
| 3.6 | 76.9 | 5046.6 | 941.9 | 1050.5 | 2.34616 | 6.32529 | 1.06190 | 0.03524 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.32529 | 1.06190 | 0.04000 | 203.5 | | 2184 | 3637 | 5063 | 6825 | 12528 | 15838 | 31854 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.34471 | 1.11589 | -0.02397 | 189.8 | (14) 1000 | 2369 | 3980 | 5557 | 7498 | 13717 | 17286 | 34225 |
| 3.7 | 37.7 | 4037.9 | 1057.5 | 1101.8 | 1.33395 | 6.37797 | 1.18115 | -0.25792 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.37797 | 1.18115 | -0.29276 | 304.3 | | 2561 | 4114 | 5519 | 7130 | 11693 | 14027 | 23446 |
| | Método de optimización: | | | | | 5.84192 | 2.15555 | -0.27186 | 125.0 | (22) 230 | 5069 | 12169 | 20976 | 33749 | 84902 | 119345 | 313304 |
| 3.8 | 36.5 | 5230.6 | 982.9 | 1013.4 | 2.19784 | 6.43392 | 1.02116 | -0.36515 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.43392 | 1.02116 | -0.41447 | 216.0 | | 2180 | 3192 | 4023 | 4908 | 7142 | 8174 | 11846 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.45012 | 1.02884 | -0.00943 | 97.4 | (14) 151 | 2359 | 3820 | 5212 | 6890 | 12109 | 15035 | 28524 |
| 3.9 | 43.0 | 6162.7 | 1103.7 | 1325.7 | 2.34797 | 6.37903 | 1.18487 | -0.05289 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.37903 | 1.18487 | -0.06004 | 297.0 | | 2665 | 4576 | 6470 | 8818 | 16410 | 20792 | 41676 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.40171 | 1.26392 | -0.05851 | 276.7 | (9) 275 | 3016 | 5371 | 7774 | 10820 | 21006 | 27050 | 56870 |
| 3.10 | 23.5 | 9875.7 | 1343.7 | 1891.6 | 2.93085 | 6.53659 | 1.17652 | -0.03327 | | | | | | | | | |
| | Método indirecto de momentos: | | | | | 6.53659 | 1.17652 | -0.03777 | 523.2 | | 3096 | 5329 | 7554 | 10326 | 19369 | 24634 | 50043 |
| | Método de optimización: | | | | | 6.52211 | 1.27886 | 0.01592 | 248.1 | (6) 251 | 3503 | 6425 | 9513 | 13546 | 27734 | 36542 | 82904 |

Simbología:

SS = serie sintética número (la cero es la histórica).
$Q_{mín}$ = gasto mínimo observado o generado (m$^3$/s).
$Q_{máx}$ = gasto máximo observado o generado (m$^3$/s).
$\overline{Q}$ = gasto promedio observado o generado (m$^3$/s).
$S$ = desviación estándar del gasto observado o generado (m$^3$/s).
$Cs$ = coeficiente de asimetría del gasto observado o generado (m$^3$/s).
$n$ = número de gastos máximos anuales.
$\overline{Y}$ = media logarítmica del gasto observado o generado.
$Sy$ = desviación estándar logarítmica del gasto observado o generado.
$g$ = coeficiente de asimetría logarítmico del gasto observado o generado.
EEA = error estándar de ajuste (m$^3$/s).
FO = función objetivo igual al EEA.
(ET) = número de etapas realizado (máximo 30).
EV = número de evaluaciones efectuadas de la FO (máximo 1,000).

predicciones asociadas con periodos de retorno de hasta cien años permanecen dentro del orden de magnitud tanto entre las series sintéticas como en relación con el registro histórico, lo cual da confianza al método propuesto. En altos periodos de retorno, las predicciones lógicamente dependen del número y magnitud de los gastos o valores extremos (*outliers*), caracterizados en el cuadro 3 mediante $Q_{máx}$. En todas las treinta series sintéticas se tuvo convergencia del algoritmo, a pesar de que en cinco de ellas se alcanzó el máximo de evaluaciones de la función objetivo.

## Conclusiones

Primera. Los resultados del cuadro 1 ponen de manifiesto que el planteamiento propuesto —por optimización numérica— mejora los resultados de los otros métodos de ajuste disponibles para la distribución Log-Pearson tipo III. Mejoría que ha sido cuantificada a través del error estándar de ajuste y de la correspondencia en orden de magnitud de las predicciones asociadas con siete periodos de retorno, los cuales fluctuaron de diez a diez mil años.

Segunda. Los resultados del cuadro 2 destacan un mejor desempeño del algoritmo de Rosenbrock cuando la función objetivo a minimizar es el error absoluto de ajuste. Lo anterior se deduce por un menor número de evaluaciones de la función objetivo y por sólo dos registros en donde hay que limitar el número de etapas por realizar.

Tercera. Como ya se indicó, el procedimiento sugerido a través de optimización alcanza mejores ajustes, lo cual se mide a partir del error estándar de ajuste y el error absoluto de ajuste. Además, en general, conduce a predicciones que coinciden con las del resto de los métodos de ajuste más recientes que están disponibles

**Apéndice 1. Datos generales y parámetros estadísticos de los 31 registros históricos utilizados.**

| Núm. | Ubicación del registo y referencia | *n* | Media | *S* | *Cs* | *g* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Ejemplo 6.3, tabla 6.2. [P1] | 16 | 1704.4 | 794.5 | 0.749 | -0.116485 |
| 2 | Río Nackawic en 01AK007, Canadá [G1] | 21 | 55.8 | 23.0 | 0.904 | 0.193725 |
| 3 | Río Maury en Lexington, Virginia, EUA [V2] | 26 | 328.6 | 212.0 | 2.445 | 0.375364 |
| 4 | Río Ouse en Skelton, Inglaterra [M2] | 28 | 351.3 | 96.8 | 1.361 | 0.680302 |
| 5 | Río Tana en Garissa, Kenia [J1] | 31 | 839.0 | 605.4 | 2.057 | 0.399999 |
| 6 | Río Irwell en Adelphi Weir, Inglaterra [C7] | 31 | 231.7 | 90.1 | 0.702 | -0.409628 |
| 7 | Cypress Creek en Houston, Texas, EUA [B1] | 31 | 117.3 | 93.8 | 1.659 | -0.935623 |
| 8 | Río Nidd en Hunsingore, Inglaterra [N1] | 35 | 136.7 | 60.7 | 1.042 | 0.339759 |
| 9 | Río Valles en Santa Rosa, San Luis Potosí, México [C4] | 36 | 789.4 | 601.9 | 1.216 | -0.646691 |
| 10 | Río Floyd en James, Iowa, EUA [H2] | 39 | 191.7 | 331.2 | 4.742 | 0.356627 |
| 11 | Río Sinaloa en Jaina, Sinaloa, México [C2] | 40 | 1126.0 | 1117.9 | 3.971 | 0.964589 |
| 12 | Río Guadalupe en Victoria, Texas, EUA [C9] | 44 | 801.0 | 851.2 | 3.149 | -0.067219 |
| 13 | Río Manawatu, Nueva Zelanda [R1] | 45 | 1734.2 | 802.1 | 1.175 | -0.078279 |
| 14 | Río Saskatchewan en Edmonton, Canadá [V1] | 47 | 50.0 | 31.0 | 2.374 | 0.748404 |
| 15 | Río Santiago en Carrizal, Nayarit, México [C8] | 50 | 2699.8 | 1368.6 | 1.294 | 0.270719 |
| 16 | Río Bow en Banff, Alberta, Canadá [B3] | 53 | 221.9 | 60.3 | 0.446 | -0.131028 |
| 17 | Río Fuerte en Huites, Sinaloa, México [C6] | 53 | 3176.4 | 3235.6 | 2.358 | 0.755562 |
| 18 | Río Clearwater en Kamiah, Idaho, EUA [L1] | 55 | 1556.6 | 466.8 | 0.683 | -0.048459 |
| 19 | Río San Rodrigo en Cerca del Moral, Coahuila, México [C1] | 55 | 327.8 | 545.0 | 2.708 | 0.094582 |
| 20 | Ríos Tennessee en Chattanooga, EUA [J2] | 57 | 208.6 | 58.2 | 0.338 | -0.440041 |
| 21 | Río Waimakariri en Old Bridge, Nueva Zelanda [G2] | 57 | 1490.7 | 707.2 | 1.707 | 0.695341 |
| 22 | Río Piscataquis en Dover-Foxcroft, Maine, EUA [M1] | 58 | 244.1 | 116.9 | 1.145 | -0.065757 |
| 23 | Río St. Marys en Stillwater, Nva. Escocia, Canadá [K1] | 59 | 409.6 | 147.9 | 1.417 | 0.235011 |
| 24 | Río Kentucky en Salvisa, EUA [H1] | 66 | 1911.6 | 593.3 | 0.076 | -0.810869 |
| 25 | Río San Juan en El Cuchillo, Nuevo León, México [C5] | 67 | 1139.6 | 1517.5 | 2.927 | 0.031263 |
| 26 | Río Harricana en Amos, Québec, Canadá [B2] | 69 | 191.3 | 48.0 | 0.861 | -0.040619 |
| 27 | Río Támesis en Teddington, Inglaterra [W1] | 85 | 319.5 | 124.6 | 1.179 | -0.210375 |
| 28 | Río Támesis en Kingston, Inglaterra [M2] | 113 | 324.5 | 118.8 | 1.054 | -0.286107 |
| 29 | Río Tampaón en Tamuín (m), San Luis Potosí, México [C3] | 21 | 21.70 | 2.4 | -0.667 | -0.923280 |
| 30 | Precip. máx. anual (mm) en Bever, Suiza [S1] | 70 | 47.5 | 13.0 | 0.782 | -0.028070 |
| 31 | Vel. máx. de viento (km/h) en Shieffield, Inglaterra [M2] | 72 | 66.3 | 15.8 | 0.628 | 0.180233 |

*n* = número de datos.
*S* = desviación estándar.
*Cs, g* = coeficiente de asimetría de los datos y sus logaritmos.

para la distribución Log-Pearson tipo III. Lo anterior genera una confianza en tales estimaciones o predicciones, sobre todo procediendo de enfoques de ajuste tan diversos desde el punto de vista estadístico.

Cuarta. Los resultados del contraste entre los métodos indirecto de momentos y el propuesto mediante optimización, utilizando treinta series sintéticas de cincuenta años cada una, muestran un mejor desempeño estadístico del segundo, ello medido a partir del error estándar de ajuste.

Quinta. Finalmente, al disponer ahora de dos valores más de las predicciones para cada periodo de retorno, es factible y más confiable valorar los intervalos de confianza de tales estimaciones por medio del enfoque de las subrutinas Bootstrap (Metcalfe, 1997; Campos, 2001a).

## Referencias del apéndice 1


[B1] Bedient, P.B. y W.C. Huber, *Hydrology and Floodplain Analysis*, Addison-Wesley Publishing Co. Reading, Massachusetts, 1988, pp. 142-156.

[B2] Bobée, B. y F. Ashkar, *The Gamma Family and Derived Distributions Applied in Hydrology*, Water Resources Publications, Littleton, Estados Unidos de América, 1991, pp. 1-12.

[B3] Bruce, J.P. y R.H. Clark, *Introduction to Hydrometeorology*, Pergamon Press, Oxford, 1977, pp. 157-158.

[C1] Campos A., D.F., "Análisis probabilístico de avenidas máximas con poblaciones mezcladas", *Ingeniería Hidráulica en México*, vol. II, núm. 3, septiembre-diciembre, 1987, pp. 9-18.

[C2] Campos A., D.F., "Aplicación del método de índice de crecientes en la región hidrológica número 10, Sinaloa", *Ingeniería Hidráulica en México*, vol. IX, núm. 3, septiembre-diciembre, 1994, pp. 41-55.

[C3] Campos A., D.F., "Caracterización hidrológica de crecientes en la cuenca baja del río Pánuco con base en niveles máximos anuales", *Ingeniería Hidráulica en México*, vol. XI, núm. 2, mayo-agosto, 1996, pp. 15-31.

[C4] Campos A., D.F., "Análisis de frecuencia de crecientes por medio de métodos no paramétricos", *Ingeniería Hidráulica en México*, vol. XI, núm. 3, septiembre-diciembre, 1996, pp. 25-34.

[C5] Campos A., D.F., "Revisión de la creciente de diseño de la presa El Cuchillo, en el estado de Nuevo León, México", *XVIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica (IAHR)*, vol. 1, Oaxaca, México, 1998, pp. 349-357.

[C6] Campos A., D.F., "Hacia el enfoque global en el análisis de frecuencia de crecientes", *Ingeniería Hidráulica en México*, vol. XIV, núm. 1, enero-abril, 1999, pp. 23-42.

[C7] Clarke, R.T., "The Estimation of Floods with Given Return Period", capítulo 5 en *Mathematical Models in Hydrology*, Irrigation and Drainage Paper 19, FAO, Roma, 1973, pp. 130-146.

[C8] CFE (Comisión Federal de Electricidad), *Proyecto hidroeléctrico Aguamilpa, Nay.*, México, D.F., 1991, pp. 6-7.

[C9] Chow, V.T., D.R. Maidment y L.W. Mays, *Applied Hydrology*, McGraw-Hill International Editions, Nueva York, 1988, pp. 381-382.

[G1] Gingras, D. y K. Adamowski, "Coupling of Non-Parametric Frequency and L-Moment Analysis for Mixed Distribution Identification", *Water Resources Bulletin*, vol. 28, núm. 2, 1992, pp. 263-272.

[G2] Griffiths, G.A., "A Theoretically Based Wakeby Distribution for Annual Flood Series", *Hydrological Sciences Journal*, vol. 34, núm. 3, 1989, pp. 231-248.

[H1] Haan, C.T., *Statistical Methods in Hydrology*, The Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1977, pp. 136-137.

[H2] *HEC (Hydrologic Engineering Center)*, *Flood Flow Frequency Analysis*, Users Manual, Davis, Estados Unidos de América, 1982, pp. 15-22.

[J1] Jenkinson, A.F., "Statistics of Extremes" capítulo 5 en *Estimation of Maximum Floods*, nota técnica 98, World Meteorological Organization, Ginebra, 1969, pp. 183-210.

[J2] Jowitt, P.W., "The Extreme-Value Type–1 Distribution and the Principle of Maximum Entropy", *Journal of Hydrology*, vol. 42, 1979, pp. 23-38.

[K1] Kite, G.W., "Data", capítulo 2 en *Frequency and Risk Analyses in Hydrology*, Water Resources Publication, Fort Collins, 1977, pp. 4-26.

[L1] Linsley, R.K., M.A. Kohler y J.L.H. Paulhus, *Hidrología para ingenieros*, Editorial McGraw-Hill Latinoamericana, S.A., Bogotá, 1977, pp. 289-290.

[M1] McCuen, R.H., *Hydrologic Analysis and Design*, Prentice Hall, Inc., New Jersey, 1989, pp. 189-1991.

[M2] Metcalfe, A.V., "Selected Data Tables" apéndice 16 en *Statistics in Civil Engineering*, Arnold Publishers, Londres, 1997, pp.367-384.

[N1] *NERC (Natural Environment Research Council)*, *Flood Studies Report*, vol. I, Hydrological Studies, Londres, 1975, pp. 96-97.

[P1] Ponce, V.M., "Principles and Practices", *Engineering Hydrology*, Prentice Hall, New Jersey, 1989, pp. 215-216.

[R1] Raudkivi, A.J., *Hydrology. An Advanced Introduction to Hydrological Processes and Modeling*, Pergamon Press, Oxford, 1979, pp. 406-407.

[S1] Sevruk, B. y H. Geiger, "Selection of Distribution Types for Extremes of Precipitation", *Operational Hydrology Report No. 15*, World Meteorological Organization, Ginebra, 1981, pp. 59-64.

[V1] Van Montfort, M.A.J., "On Testing that the Distribution of Extremes is of Type I when Type II is the Alternative", *Journal of Hydrology*, vol. 11, 1970, pp. 421-427.

[V2] Viessman, W., J.W. Knapp, G.L. Lewis y T.E. Harbaugh, *Introduction to Hydrology*, Harper & Row Publishers, Nueva York, 1977, pp. 185-187.

[W1] Wilson, E.M., *Engineering Hydrology*, The MacMillan Press Ltd., Londres, 1974, pp. 185-191.

Recibido: 22/09/2000
Aprobado: 08/01/2002

## Referencias

Abramowitz, M. e I.A. Stegun, "Gamma Function and Related Functions", capítulo 6 en *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, Inc., novena edición, Nueva York, 1972, pp. 255-296.

Benson, M.A., "Plotting Positions and Economics of Engineering Planning", *Journal of Hydraulics Division*, vol. 88, HY6, 1962, pp. 57-71.

Bobée, B. y R. Robitaille, "The Use of the Pearson Type 3 and Log Pearson Type 3 Distributions Revisited", *Water Resources Research*, vol. 13, núm. 2, 1977, pp. 427-443.

Campos A., D.F., "Estimación de los parámetros óptimos de la distribución Gumbel mixta por medio del algoritmo de Rosenbrock", *Ingeniería Hidráulica en México*, vol. IV, núm. 1, enero-abril, 1989, pp. 9-18.

Campos A., D.F., "Análisis de frecuencia de crecientes con una mezcla de dos distribuciones Normales ajustada por medio de optimización", *Memorias del XV Congreso Nacional de Hidráulica (AMH)*, 1998, Oaxaca, México, pp. 819-826.

Campos A., D.F., "Hacia el enfoque global en el análisis de frecuencia de crecientes", *Ingeniería Hidráulica en México*, vol. XIV, núm. 1, enero-abril, 1999, pp. 23-42.

Campos A., D.F., "Contraste de cinco métodos de ajuste de la distribución GVE en 31 registros históricos de eventos máximos anuales", *Ingeniería Hidráulica en México*, vol. XVI, núm. 2, abril-junio, 2001a, pp. 77-92.

Campos A., D.F., "Contraste de dos procedimientos de ajuste de la distribución Wakeby en modelación probabilística de crecientes", *Agrociencia*, vol. 35, núm. 4, julio-agosto, 2001b, pp. 429-439.

Campos A., D.F., "Contraste de seis métodos de ajuste de la distribución Log-Pearson tipo III en 31 registros históricos de eventos máximos anuales", *Ingeniería Hidráulica en México*, vol. XVII, núm. 2, abril-junio, 2002, pp. 77-97.

Clarke, R.T., "The Generation of Synthetic Sequences of a Single Hydrological Variable", capítulo 2 en *Mathematical Models in Hydrology*, Irrigation and Drainage Paper 19, FAO, Roma, 1973, pp. 19-72.

Chow, V.T., "Statistical and Probability Analysis of Hydrologic Data. Part I: Frequency Analysis", sección 8-I en *Handbook of Applied Hydrology*, Chow, Ven Te (editor en jefe), McGraw-Hill Book Co., Nueva York, 1964, pp. 8-1 a 8-42.

Escalante, C., "Multivariate Extreme Value Distribution With Mixed Gumbel Marginals", *Journal of the American Water Resources Association*, vol. 34, núm. 2, 1998, pp. 321-333.

Kite, G.W., "Pearson Type III Distribution", "Comparison of Frequency Distributions", capítulos 9 y 12 en *Frequency and Risk Analyses in Hydrology*, Water Resources Publications, Fort Collins, 1977, pp. 105-122 y 156-168.

Kuester, J.L. y J.H. Mize, "Multivariable Unconstrained Methods", capítulo 9 en *Optimization Techniques with Fortran*, McGraw-Hill Book Co., Nueva York, 1973, pp. 297-365.

Metcalfe, A.V., "Bootstrap Methods for Confidence Intervals", apéndice 4 en *Statistics in Civil Engineering*, Arnold Publishers, Londres, 1997, pp. 325-326.

*NERC* (Natural Environment Research Council), "Hydrological Studies" (volumen 1), "Statistics for Flood Hydrology" (capítulo 1) en *Flood Studies Report*, Londres, 1975, pp. 24-106.

Singh, V.P. y K. Singh, "Parameter Estimation for Log-Pearson Type III Distribution by POME", *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 114, núm. 1, 1988, pp. 112-122.

*WRC* (Water Resources Council), *Guidelines for Determining Flood Flow Frequency*, Bulletin # 17A of the Hydrology Committee, U.S. Water Resources Council, edición revisada, Washington, D.C., 1977.

Yevjevich, V., "Parameters and Order-Statistics as Descriptors of Distributions", capítulo 6 en *Probability and Statistics in Hydrology*, Water Resources Publications, Fort Collins, 1972, pp. 99-117.

**Abstract**

Campos Aranda, D.F., *"Fitting of the Log-Pearson Type III Distribution through Unconstrained Numerical Optimization"*, Hydraulic Engineering in Mexico *(in Spanish), vol. 17, no. 4, pages 115-128, October-December, 2002.*

*Firstly, the importance of flood frequency analysis (FFA) is pointed out when design flows are estimated and hydrometric information is available. Log-Pearson type III distribution (LP3) has been established as a basic model of the FFA. Now, in this work, the fitting of that distribution is proposed for the available sample by unconstrained numerical optimization, using the Rosenbrock algorithm to minimize the non-linear objective function given by the quadratic mean error and the absolute mean error. Three variables to be optimized are considered: the mean, the standard deviation, and the skew coefficient of the natural logarithms of data. The results of the indirect moments method are taken as initial values. It was found that the suggested procedure always improves the best LP3 distribution fittings in the 31 records of annual maximum events. These fittings were previously tested with six methods. Moreover, a test through simulation was made between the indirect moments method and the one proposed, using 30 synthetic sequences, which proved that the second procedure was better. On the other hand, there is a great similarity in the magnitude of the predictions obtained with the other methods and with the one proposed; these predictions are associated to seven return periods, which varied from 10 to 10,000 years. The above allows a more objective and reliable selection of the searched predictions.*

**Keywords:** *floods, LP3 distribution, fitting methods, optimization, simulation.*

**Dirección institucional del autor:**

*Daniel Francisco Campos Aranda*

Centro de Investigación y Estudios de Posgrado (CIEP)
Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASL)
Facultad de Ingeniería (FI)
Dr. Manuel Nava 8, Zona Universitaria
78290 San Luis Potosí, San Luis Potosí, México.
Teléfono y Fax: (52) (444) 817 3381
Correo electrónico: dcampos@uaslp.mx