

## Evaluación de tres fórmulas precipitación-escorrentía, en la cuenca del río Achibueno, Chile

Roberto Pizarro Tapia  
Fernando Marabolí Fuenzalida  
Juan Pablo Flores Villanelo  
María Gloria Icaza N.

Universidad de Talca, Chile

*Este estudio aborda el análisis estadístico de aplicabilidad de tres fórmulas precipitación-escorrentía, en la cuenca del río Achibueno, ubicada en la precordillera andina de la región del Maule, Chile. Estas fórmulas corresponden a Budyko ( $Q = P * e^{-(K/P)}$ ), Turc-Pike ( $Q = P - [P/(1 + (P/K)^{0.5})]$ ) y Pizarro ( $Q = P [1 - e^{-(P/K)}$ ]), donde Q es la escorrentía media anual; P, la precipitación media anual; e, la constante de Neper, y K, el parámetro de la evapotranspiración. Las tres fórmulas se analizan a través de métodos gráficos y analíticos (test de concordancia de Bland y Altman, coeficiente de determinación, error estándar de estimación y análisis de varianza), con los que se determina qué fórmula se ajusta mejor a la cuenca en estudio. En el año, y según el test de concordancia de Bland y Altman, las tres fórmulas presentaron resultados similares. Lo anterior se corrobora con los valores obtenidos del  $R^2$  y EEE. Sin embargo, el análisis de varianza presentó diferencias significativas para la fórmula de Pizarro en los años secos. En términos mensuales, el estudio mostró un comportamiento muy heterogéneo y de mínima relación entre las precipitaciones y aportaciones. Finalmente, se aconseja la aplicación anual de cualquiera de ellos en dicha cuenca, excepto la fórmula de Pizarro, para el período de años secos.*

**Palabras clave:** fórmula de precipitación-escorrentía, escorrentía, años secos, años húmedos, evapotranspiración potencial (ETP), escorrentía media anual.

### Introducción

La precipitación que cae sobre la superficie terrestre se distribuye de distintas formas; una parte a través de la evapotranspiración desde el suelo y vegetación, otra porción que viaja sobre y a través del suelo, y otra que contribuye al agua subterránea (Linsley *et al.*, 1988). Bajo este contexto, analizar el comportamiento del agua en el sistema constituye un elemento importante al momento de inferir tendencias de las relaciones precipitación-escorrentía en una cuenca hidrográfica.

A pesar de existir avances en Sudamérica respecto a la determinación de las características y componentes básicos del balance hídrico (precipitación, infiltración, evaporación y escorrentía), en Chile aún los estudios hidrológicos han sido insuficientes por diversas razones.

Una de ellas es la baja densidad de puntos de control, seguido de una insuficiente información hidrométrica y climatológica (UNESCO, ROSTLAC, 1982). No obstante, en los ámbitos regional y local se han desarrollado modelos matemáticos del ciclo del agua, derivados principalmente de la ecuación general del balance hídrico. Ello ha sido posible en la medida que se cuente con registros pluviométricos y fluviométricos mensuales, y anuales de cuencas que estén sometidas a un régimen natural.

En este marco, la presente investigación pretende contribuir al conocimiento y desarrollo del ciclo del agua en una cuenca de origen pluvio-nival de la precordillera andina de la región del Maule, Chile, a través de la evaluación, análisis y discusión de tres fórmulas empíricas de precipitación-escorrentía.

### Antecedentes del estudio

El área de evaluación de las fórmulas corresponde a una cuenca hidrográfica de la precordillera andina de la región del Maule, denominada cuenca del río Achibueno, cuya superficie total alcanza los 943 km<sup>2</sup>. Ésta se ubica en la zona andina de la VII Región administrativa de Chile y es un afluente por el sur del río Ancoa, tributario del río Maule (Malbrán y Marangunic, 1989) (ilustración 1).

### Planteamiento conceptual de las fórmulas precipitación-escorrentía estudiadas

Estrela et al. (1995) señalan que la clave para conseguir una adecuada estimación de los volúmenes de agua es-

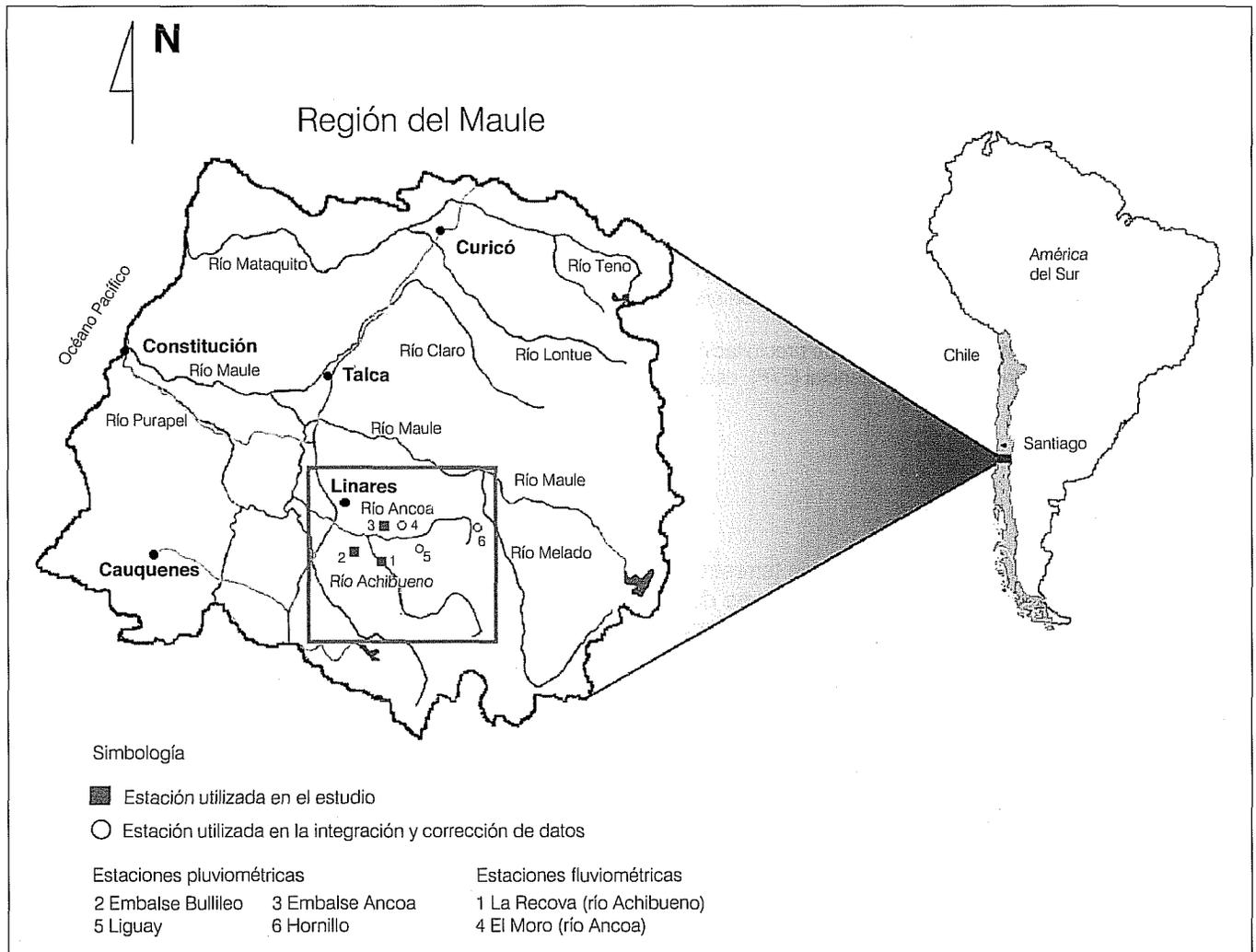
curridos es lograr una cuidadosa determinación del valor de la evapotranspiración anual, por lo cual es fundamental encontrar la consecución de relaciones precipitación- evapotranspiración. Así, Budyko, en el año 1948, propuso que la aportación o caudal (Q) quedara expresada como:

$$Q = P \times e^{(-ETP/P)}$$

donde:

- P = precipitación media areal.
- ETP = evapotranspiración potencial.
- e = constante de Neper.

Ilustración 1. Mapa de ubicación de la cuenca del río Achibueno.



En esta fórmula, la precipitación queda representada como la suma de las escorrentías más las pérdidas definidas por la evapotranspiración. Dicha fórmula ha tenido muy buenos resultados en Europa en aspectos interanuales y, dada la importancia que le ha otorgado la bibliografía, es interesante analizar su comportamiento frente a datos reales (Pizarro y Torres, 1998). En este marco, Estrela (1993) señala que la fórmula de Budyko es una expresión más realista y válida para una mayor variedad de climas, pues permite que la diferencia entre la precipitación y la escorrentía sea asintótica, cuando la primera tiende al infinito.

Otra expresión que relaciona la evapotranspiración y la escorrentía es la de Turc-Pike, es decir:

$$Q = P - \left[ \frac{P}{1 + (P/ETP)^2} \right]^{0.5}$$

donde:

Q = caudal.

P = precipitación media areal.

ETP = evapotranspiración potencial.

Pizarro y Torres (1998) expresan que esta fórmula ha presentado buenos resultados en España, no distinguiéndose grandes diferencias con la fórmula de Budyko, en términos porcentuales. Al igual que este último, la fórmula de Turc-Pike será analizada con datos reales.

Finalmente, Pizarro (1996) propone una fórmula donde la variación de la escorrentía respecto a la precipitación caída no es sólo función de ésta, sino que la escorrentía está conformada, además, por aguas almacenadas en la cuenca. Pizarro y Torres (1998) plantean que un incremento de la precipitación de valor  $\Delta P$  producirá un incremento de la escorrentía de valor  $\Delta A$ , obedeciendo a un aporte directo, que es función de la tasa de pérdida de las precipitaciones caídas y a un aporte indirecto; es decir, siempre la escorrentía tendrá una componente derivada de los aportes de aguas almacenadas previamente en la cuenca, aunque sea al nivel de diferenciales. Además, señalan que la variación de la escorrentía con respecto a la precipitación es igual a la unidad menos la tasa de pérdida para esa precipitación, a lo cual se puede agregar una proporción de escorrentía proveniente de volúmenes subterráneos; esta última puede expresarse como una proporción de la tasa de pérdida, que es, a su vez, otra proporción. Utilizando logaritmos neperianos y la estructura de una función matemática monótona, creciente y acotada, se llega a la siguiente expresión:

$$Q = P \left[ 1 - e^{(-P/ETP)} \right]$$

donde:

Q = caudal.

P = precipitación media anual.

ETP = evapotranspiración potencial.

En el caso de esta investigación, como se tiene un solo punto en estudio, es decir, una sola cuenca, la ETP fue reemplazada por un parámetro K para las tres fórmulas estudiadas. Éste está definido conceptualmente por una expresión del tipo  $K = \beta * ETP$ , en donde  $\beta$  es una constante que pondera a la ETP, ya que se trata de un análisis de tipo anual basado en metodologías estadísticas y derivado de que la ETP varía muy poco de año en año (Pizarro y Torres, 1998). En este marco, las fórmulas evaluadas fueron las siguientes:

$$\text{Budyko} \left( Q = P * e^{(-k/P)} \right)$$

$$\text{Turc - Pike} \left( Q = P - \left[ \frac{P}{1 + (P/k)^2} \right]^{0.5} \right)$$

$$\text{Pizarro} \left( Q = P \left[ 1 - e^{(-P/k)} \right] \right)$$

donde:

Q = escorrentía media (anual o mensual).

P = precipitación media (anual o mensual).

e = constante de Neper.

k = parámetro de la evapotranspiración.

En función de lo expuesto, el estudio de estas tres fórmulas en Chile se ve justificado porque anteriormente se han propuesto y aplicado otras, como las fórmulas de Coutagne, Peñuelas, Grunsky, etcétera. Inclusive la ley de riego los ha recomendado para ser aplicados en estas latitudes. Unido a lo anterior, Schreiber y Renard (1978), citados por Estrela (1992), plantean que la expresión matemática de Budyko es una de las más válidas y realistas para una mayor variedad de climas, lo que hace pensar que estas referencias fortalecen la evaluación y análisis de estas tres fórmulas en Chile.

## Metodología

Bajo los criterios de representatividad de la cuenca en estudio, calidad de la información y el periodo observa-

do (Cepeda, 1982), se seleccionaron seis estaciones meteorológicas, entre las que se cuentan aquellas utilizadas sólo para completar y corregir datos de precipitación y caudal. La selección se basó, principalmente, en función de su ubicación geográfica y de los criterios antes descritos. Después de haber delimitado el área de estudio, se consideraron solamente tres estaciones válidas para estimar las precipitaciones areales medias y las aportaciones resultantes de la modelación (una estación fluviométrica y dos estaciones pluviométricas). En el cuadro 1 se presenta la cantidad de estaciones seleccionadas y aquellas consideradas válidas para el estudio, así como la superficie de la cuenca del río Achibueno.

En esta investigación se consideraron las precipitaciones y caudales medios mensuales y anuales, correspondientes a un periodo de 37 años hidrológicos (periodo 1959-1996). A los datos pluviales y fluviales se les efectuó un manejo preliminar. Esta actividad se realizó en las seis estaciones seleccionadas, donde se hizo una corrección o análisis de consistencia, y la estimación de datos faltantes.

Para visualizar la homogeneidad de la estadística pluviométrica y fluviométrica, se graficaron las precipitaciones y caudales anuales acumulados, correspondientes a pares de estaciones vecinas o cercanas, con el fin de detectar la existencia de posibles quiebres o diferencias de pendientes en las curvas, provocados, por ejemplo, por cambios en la localización de la estación de medida y errores sistemáticos en las mediciones, entre otros, o si responden a una tendencia natural de la serie (Estrela, 1992). Este método de corrección se conoce como curvas doble acumuladas o doble masa (UNESCO, ROSTLAC, 1982; Linsley *et al.*, 1988; Estrela, 1992) y se utiliza para detectar errores sistemáticos en los registros hidrológicos.

Para completar los vacíos encontrados en la base de datos, se utilizaron dos métodos: promedios históricos y regresiones lineales simples, destacando que la literatura los ha propuesto como buenos métodos para la zona geográfica en estudio (Lucero, 1997; Ramírez, 1998). Además, se definió como estación base de las precipitaciones al embalse Bullileo y como estación base de los caudales al río Ancoa (estación El Morro). Luego,

la regresión obtenida cumplió con los supuestos de linealidad, homocedasticidad y no autocorrelación (Gujarati, 1992); las curvas máscas resultantes no presentan cambios de pendientes u otras anomalías de consideración, en virtud de lo cual se aceptó la homogeneidad de la estadística rellenada.

Los datos ya procesados se separaron en dos series extremas, según la cantidad de precipitaciones anuales presentes frente al promedio normal, aludiendo que este promedio no es más que una media aritmética resultante de los últimos treinta años o al menos del máximo número de años contemplados. Así, las series corresponden a valores de precipitaciones y aportaciones específicas para años secos (AS) y para años húmedos (AH), añadiendo el periodo total (PT) (1960/61-1995/96).

Previo al análisis estadístico, se seleccionó y eliminaron aquellos datos en los cuales las precipitaciones eran menores que las aportaciones. Esto, aunque se podría considerar normal por las inexactitudes de medición, habituales en un estudio hidrológico de estas características, en este caso no lo es, ya que se verificó que tales pares eran puntos aislados en la masa de datos (puntos influyentes); luego, se les podría clasificar como datos erróneos y, por lo tanto, no se les consideró en el tratamiento de conjunto del resto. Con ello fue posible determinar el número de pares de datos válidos de precipitación-aportación específica (29 años), con los cuales se trabajó. Así, el número de pares de datos válidos precipitación-escorrentía alcanzó 29 años en total, diferenciándose éstos en 16 años húmedos y 13 años secos.

El cálculo de las precipitaciones medias areales se realizó por medio del método polígonos de Thiessen (UNESCO, ROSTLAC, 1982; Linsley *et al.*, 1988; MOPT CEDEX, 1992; Fernández, 1995). Este método es seguro y confiable para tratar información pluviométrica de la región del Maule (Chile), lo cual fue comprobado en el estudio de Ramírez (1998), que contrastó este método con las isoyetas, y encontró que no existían diferencias significativas entre ambos. Para ello se utilizaron los datos de las estaciones embalse Bullileo y embalse Ancoa, siendo la superficie de influencia de 311.7 km<sup>2</sup> (33.03%)

**Cuadro 1. Número de estaciones fluviométricas y pluviométricas seleccionadas y utilizadas en este estudio.**

Cuenca hidrográfica	Número de estaciones seleccionadas		Número de estaciones utilizadas		Superficie (km <sup>2</sup> )
	Pluviométricas	Fluviométricas	Pluviométricas	Fluviométricas	
Río Achibueno	4	2	2	1	943
Total	6		3		

y 631.3 km<sup>2</sup> (66.97%), respectivamente. De esta manera se obtuvieron las precipitaciones medias areales resultantes mensuales y anuales (cuadro 2). Luego se utilizó la expresión matemática expresada por Pizarro (1993), dada por:

$$P_{mj} = \frac{\sum S_i * P_{ij}}{\sum S_i}$$

donde:

$P_{mj}$  = precipitación media del área en estudio, en el tiempo  $j$  (mm).

$S_i$  = superficie de influencia de la estación  $i$  (km<sup>2</sup>).

$P_{ij}$  = precipitación de la estación  $i$  en el tiempo  $j$  (mm).

Posteriormente, el volumen mensual fue expresado en volúmenes de caudal (m<sup>3</sup>) por mes y luego por año. El conjunto de aportaciones fue dividido por la superficie de la cuenca, quedando así la aportación específica expresada como:

$$a = A/S$$

donde:

$a$  = aportación específica (mm).

$A$  = volumen de caudal mensual o anual (m<sup>3</sup>).

$S$  = superficie de la cuenca (m<sup>2</sup>).

De esta forma, la escorrentía quedó expresada en mm al igual que las precipitaciones, resultando unidades comparables entre sí (cuadro 3).

En el análisis estadístico para las fórmulas en estudio se contempló la calibración, la obtención de medidas de bondad del ajuste y el análisis de varianza. La calibración se realizó de forma mensual y anual, considerando el periodo total de registro (29 años). Con el uso del programa *Statgraphics MSDOS v.7.0* (ecuaciones no paramétricas), se ajustaron las tres fórmulas, determinando el parámetro  $k$  desconocido en cada una de ellas. Sobre este aspecto, Llamas (1993) señala que existen dos formas de estimar los parámetros a partir de una muestra: pasiva y activamente. En la primera manera se utilizan todos los pares precipitación-caudales disponibles y, mediante métodos estadísticos, se evalúan los coeficientes de la ecuación. En la segunda se utiliza un método selectivo, dando una ponderación diferente a

**Cuadro 2. Precipitaciones medias areales mensuales y anuales (mm) estimadas a través del método polígonos de Thiessen (cinco años).**

Años	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre	Enero	Febrero	Marzo	Anual
Número de estaciones usadas en los polígonos de Thiessen: 2													
1960/61	25.8	65.3	474.8	184.9	125.4	94.9	150.2	26.3	10.7	97.5	1.3	163.6	1,420.7
1961/62	22.0	127.9	314.9	319.4	298.6	566.7	93.4	0.0	3.3	0.0	0.0	0.0	1,746.2
1962/63	57.0	63.5	375.8	48.6	190.1	47.8	126.7	1.5	0.7	0.0	0.0	47.5	959.2
1964/65	1.7	53.1	207.6	190.8	329.6	40.8	21.9	44.8	109.8	26.5	80.1	0.3	1,107.2
1967/68	11.2	329.0	127.3	190.1	167.1	117.9	145.4	73.2	19.9	0.0	13.5	28.1	1,222.6

**Cuadro 3. Aportación específica mensual y anual observada (mm) en la estación fluviométrica La Recova (cinco años).**

Años	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre	Enero	Febrero	Marzo	Anual
Superficie total de la cuenca: 943 km <sup>2</sup>													
1960/61	14.1	104.1	154.3	132.9	126.0	95.4	149.6	154.0	72.3	33.2	11.8	108.5	1,156.1
1961/62	39.2	23.5	72.1	102.2	91.5	402.8	265.2	198.1	171.8	104.9	58.1	11.3	1,540.6
1962/63	11.3	13.8	14.8	114.8	85.8	81.9	100.6	79.2	80.0	16.9	12.9	11.9	623.8
1964/65	16.1	14.1	38.6	68.5	86.6	107.7	107.4	93.4	93.4	47.1	44.5	30.4	747.9
1967/68	16.2	101.7	78.4	81.1	105.2	150.1	194.5	186.3	105.2	46.3	27.9	24.2	1,117.3

ciertas observaciones o grupo de observaciones. En este estudio se utilizó el método pasivo, por el cual fue posible calibrar las tres fórmulas, minimizando así el error cuadrático entre el valor estimado y el observado, proceso que viene incorporado en dicho *software*.

Se analizaron los resultados obtenidos por medio del coeficiente de determinación ( $R^2$ ), el error estándar de la estimación (*EEE*) y el análisis de concordancia de Bland y Altman, atendiendo principalmente a las características de la zona y comparándolos entre sí para detectar similitudes y diferencias (Altman y Bland, 1999). Finalmente, el análisis de varianza (ANDEVA) permitió definir, a través del procedimiento *PROC GLM* (*General linear model*) del *software* estadístico SAS (*Statistical Analysis System*), si existen o no diferencias significativas entre las fórmulas. El diseño experimental aplicado comprende un modelo lineal donde los tratamientos serán las fórmulas precipitación-aportación específica y los bloques serán los años fijos (Hicks, 1982), cuya expresión matemática es la siguiente (Peña, 1995):

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \quad [i = 1, \dots, 4 \quad j = 1, \dots, \text{años}]$$

donde:

- $Y_{ij}$  = observación de la aportación específica (observada o estimada).
- $\mu$  = efecto global que mide el nivel promedio de aportaciones para todas las observaciones.
- $\alpha_i$  = efecto fijo del tipo de modelo (se supondrá que  $\sum \alpha_i = 0$ ).
- $\beta_j$  = efecto fijo de los años (se supondrá que  $\sum \beta_j = 0$ ).
- $\varepsilon_{ij}$  = efecto aleatorio, que recoge el efecto de todas las restantes causas posibles de variabilidad del experimento.

## Presentación y discusión de resultados

Cabe destacar (cuadro 4) la fuerte semejanza existente entre los resultados asociados con las tres fórmulas, siendo la fórmula de Pizarro la que presentó diferencias significativas (estadísticamente) en los años secos y un poco más marcadas (no significativas estadísticamente) en el periodo total. Esta deducción se explica en parte por la estructura física que presentan las fórmulas. Pese a ello, la estructura matemática de la ecuación diferencial que define a la fórmula de Pizarro utiliza de forma preponderante la tasa de pérdida instantánea de las

precipitaciones, valor que según Pizarro y Torres (1998) es mucho más sensible en zonas semiáridas y subhúmedas (características mediterráneas) que en zonas de mayor pluviometría, aunque esto no puede asegurarse determinísticamente. Además, las fórmulas de Budyko y Turc-Pike tienen origen en la ecuación reducida del balance hídrico, mientras la fórmula de Pizarro proviene de la ecuación completa del balance hídrico. Por consiguiente, en la aplicación de las fórmulas se debe considerar, además, la facilidad y rapidez que presenta su manipulación, y la adquisición de parámetros de entrada que generalmente son medidas *in situ*, por lo cual y en función de los resultados obtenidos, su uso para un determinado estudio no debería presentar mayores inconvenientes.

En general, para la información anual considerada válida, las fórmulas analizadas resultan ser aceptables en cuanto a medidas del grado de ajuste, excepto la fórmula de Pizarro para los años secos. Por ello, a la hora de elegir (caso de año húmedos y periodo total) puede aplicarse cualquiera de ellos a la luz de sus semejanzas en las estructuras matemáticas constituyentes. Asimismo, se puede decir que los ajustes obtenidos son notoriamente de buena calidad (ilustración 2).

Otro aspecto importante de analizar son los valores que asume el parámetro  $K$  para cada una de las tres fórmulas en estudio. Los valores negativos obtenidos para ciertos periodos mensuales son consecuencia de la heterogeneidad y variabilidad a la que se ha hecho mención. Esto señala que las fórmulas creadas a partir de una base anual e interanual no se ajustan bien a datos de un nivel inferior (por ejemplo, día, mes, trimestre, etcétera). En términos generales, los valores de  $K$  son mayores en la fórmula de Pizarro, tanto mensual como anual, mientras los más bajos corresponden a la fórmula de Turc-Pike (cuadro 4). Lo anterior puede deberse más a una resultante del proceso estadístico de mínimos cuadrados, que a cierta condición hidrológica. Estas inferencias pueden apreciarse en donde se percibe que la fórmula de Pizarro es mucho más sensible y variable en lo que respecta al parámetro  $K$ , dados los valores obtenidos. Pese a ello, se debe mencionar que la estructura matemática de la ecuación diferencial que define al modelo Pizarro utiliza de forma preponderante la tasa de pérdida instantánea de las precipitaciones, valor que según Pizarro y Torres (1998) es mucho más sensible en zonas semiáridas y subhúmedas (características mediterráneas), que en zonas de mayor pluviometría, aunque esto no puede asegurarse determinísticamente.

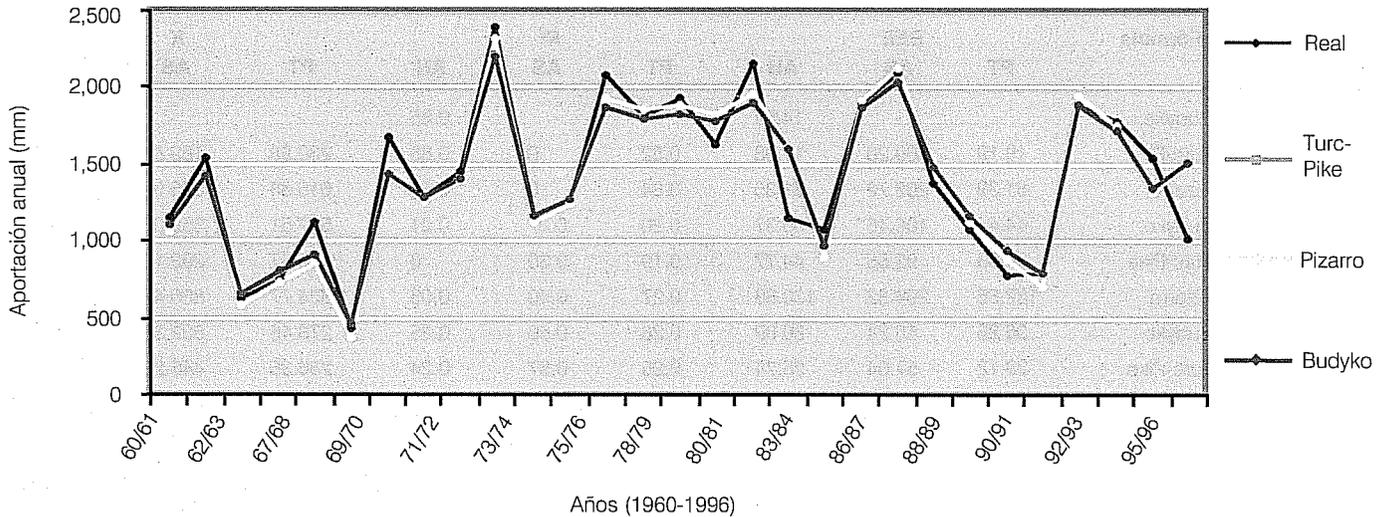
Finalmente, el cuadro 5 presenta un resumen, como recomendación en términos anuales, del estudio hidrológico efectuado en la cuenca del río Achibueno.

Cuadro 4. Valores de Bondad de Ajuste.  $R^2$ ,  $EEE$  y parámetro  $K$ , mensuales y anuales.

Mes	Fórmula	$EEE$			$R^2$			$K$		
		PT	AS	AH	PT	AS	AH	PT	AS	AH
Abril	Budyko	-	-	14.84	-	-	0.85	-	-	277.14
	Turc-Pike	19.19	369.20	11.98	0.82	0	0.85	230.93	-189.84	233.60
	Pizarro	61.39	202.72	31.35	0.84	0	0.87	615.68	528.98	619.50
Mayo	Budyko	44.44	106.46	55.37	0.20	0.27	0.01	537.51	352.26	566.74
	Turc-Pike	37.83	92.55	44.77	0.19	0.30	0	466.67	292.10	491.05
	Pizarro	122.86	294.32	130.83	0.27	0.40	0.08	1,324.77	800.47	1,373.69
Junio	Budyko	36.26	66.24	30.89	0.26	0.56	0.25	278.46	532.33	159.76
	Turc-Pike	29.12	57.04	25.74	0.25	0.57	0.24	236.35	446.29	-140.55
	Pizarro	74.89	218.14	52.58	0.27	0.65	0.25	628.78	1,216.90	404.62
Julio	Budyko	24.11	36.54	41.57	0.11	0.55	0	304.28	193.0	363.13
	Turc-Pike	19.82	30.04	34.06	0.09	0.56	0	262.87	-166.0	319.35
	Pizarro	53.61	84.41	96.01	0.14	0.59	0	758.06	430.25	868.61
Agosto	Budyko	17.09	14.84	17.41	0.33	0	0.47	62.66	81.71	53.27
	Turc-Pike	9.76	12.40	15.28	0.32	0	0.46	-53.31	72.24	-46.37
	Pizarro	23.15	31.02	229.07	0.23	0	0.38	194.50	262.16	162.75
Septiembre	Budyko	5.51	8.26	7.59	0.48	0	0.51	-10.48	-18.44	-28.0
	Turc-Pike	10.46	11.27	80.78	0.47	0	0.51	0.02	-0.45	-0.21
	Pizarro	206.29	572.60	258.99	0.47	0	0.51	1.48	261.0	0.72
Octubre	Budyko	-	4.19	-	-	0.39	-	-	-26.45	-
	Turc-Pike	10.29	6.78	12.63	0	0	0	-0.72	-226.0	-0.01
	Pizarro	72.62	248.93	-	0	0	-	0.50	2.76	-
Noviembre	Budyko	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Turc-Pike	15.01	16.23	20.21	0	0	0	-0.74	-0.27	95.21
	Pizarro	75.81	-	104.46	-	0	-	-	0.41	-
Diciembre	Budyko	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Turc-Pike	14.11	11.86	35.31	0	0	0	0.02	0.13	-0.11
	Pizarro	57.99	-	128.51	-	-	-	-	-	-
Enero	Budyko	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Turc-Pike	8.82	37.14	14.44	0	0	0	-0.09	-1.36	238.02
	Pizarro	-	22.29	41.33	0	0	0	0.26	134.37	2.02
Febrero	Budyko	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Turc-Pike	16.59	3.69	49.45	0	0	0	46.89	28.74	-73.76
	Pizarro	-	15.23	151.80	0	0	0	128.44	80.19	189.62
Marzo	Budyko	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Turc-Pike	9.96	11.52	13.36	0	0.06	0	-79.42	-95.88	-52.21
	Pizarro	-	32.95	40.62	0	0.08	0	203.03	235.39	151.86
Anual	Budyko	62.39	50.57	25.67	0.8816	0.8967	0.6940	350.36	335.13	361.14
	Turc-Pike	52.56	41.69	24.17	0.8814	0.8866	0.6938	321.85	303.53	336.0
	Pizarro	175.53	100.11	54.41	0.8817	0.8872	0.6945	1,037.73	890.26	1,126.82

El guión (-) representa no ajuste de las fórmulas a las series de datos contempladas.  $R^2$  = coeficiente de determinación;  $EEE$  = error estándar de estimación. PT = período total; AS = período de años secos; AH = período de años húmedos.

Ilustración 2. Serie temporal de la aportación anual para el periodo 1960/61–1995/96.



Cuadro 5. Fórmulas recomendadas para ser usadas en la cuenca del río Achibueno.

Periodo	Fórmula	Condición
Periodo total (PT)	<b>Budyko:</b> $A = P * e^{(-350.36/P)}$ Turc-Pike: $A = P - [P / (1 + (P/321.85)^2)]^{0.5}$ Pizarro: $A = P [1 - e^{(-P/1,037.73)}]$	$\forall P > 0 \text{ mm}$
Años secos (AS)	<b>Budyko:</b> $A = P * e^{(-335.13/P)}$ Turc-Pike: $A = P - [P / (1 + (P/303.53)^2)]^{0.5}$	$\forall P < 1.716 \text{ mm}$
Años húmedos (AH)	<b>Budyko:</b> $A = P * e^{(-361.14 / P)}$ Turc-Pike: $A = P - [P / (1 + (P/336.0)^2)]^{0.5}$ Pizarro: $A = P [1 - e^{(-P/1,126.82)}]$	$\forall P \geq 1.716 \text{ mm}$

## Conclusiones

Los resultados obtenidos al año permiten concluir que no existen grandes diferencias estadísticas entre las distintas fórmulas analizadas. Ahora bien, cada fórmula propuesta presenta una mayor ductilidad y mejores resultados gráficos y matemáticos, dependiendo del periodo considerado (periodo total, fórmula de Turc-Pike; años húmedos, fórmula de Pizarro, y años secos, fórmula de Budyko). Mientras que al mes es muy difícil modelar adecuadamente y con tal número de datos, ya que existe una altísima variabilidad y sensibilidad de los factores incidentes en el comportamiento de las precipitaciones y aportaciones.

Al año, las fórmulas utilizadas ofrecen resultados que funcionan razonablemente en la zona preandina de la región del Maule, con un nivel de explicación de la variación de las aportaciones que alcanzó un 89% en el mejor de los casos; logrando, en la mayoría de las situaciones, superar un 69%. Por consiguiente, se puede afirmar que para la cuenca hidrográfica del río Achibueno, la utilización o aplicación de cualquiera de las tres fórmulas en estudio es indiferente en cuanto a sus resultados, excepto la fórmula de Pizarro para el periodo de años secos (AS); es decir, en aquellos años donde las precipitaciones son menores a 1,716 mm.

Finalmente, y en este contexto, pudiera ser recomendable incorporar estas tres fórmulas en los estudios que

se desarrollan en los correspondientes organismos técnicos, con el objetivo de mejorar las estimaciones de los caudales medios anuales con respecto a las fórmulas tradicionales de Grunsky, Coutagne y Turc, las cuales arrojan importantes errores de estimación que deben ser corregidos en las cuencas andinas chilenas. De esta manera se podría conseguir una mejor y más variada estimación de las aportaciones que las cuencas generan, favoreciéndose una mejor gestión de los recursos hídricos, con el consiguiente beneficio para la región y su desarrollo.

Recibido: 07/06/2002  
Aprobado: 12/09/2002

## Referencias

- ALTAM, D. y BLAND, J. Measuring agreement in methods comparative studies. *Statistical methods in medical research*. Vol. 8, núm. 2, 1999, pp.135-160.
- CEPEDA, R. *Estudio fluviométrico río Achibueno por la Asociación Canal Melado*. Informe técnico. Santiago, Chile: DGA, 1982, 62 pp.
- ESTRELA, T. *Metodología y recomendaciones para la evaluación de recursos hídricos*. Informe técnico. Madrid: MOPFMA, 1992, 52 pp.
- ESTRELA, T. *Modelos matemáticos para la evaluación de recursos hídricos*. Informe técnico. Madrid: MOPTMA, 1993, 55 pp.
- ESTRELA, T., FERRER, M. y ARDÍLES, L. *Estimation of precipitation-runoff regional laws and runoff maps in Spain using a geographical information system*. Madrid: MOPTMA, 1995, p. 9.
- FERNÁNDEZ, F. *Manual de climatología aplicada. Clima, medio ambiente y planificación*. Madrid: Editorial Síntesis, S.A., 1995, 285 pp.
- GUJARATI, D. *Econometría*. Segunda edición. México: Editorial McGraw-Hill Latinoamérica, 1992, pp. 597.
- HICKS, C. *Fundamental concepts in the design of experiments*. Chicago: Saunders College Publishing, 1982, 425 pp.
- LINSLEY, R., KOHLER, M. y PAULHUS, J. *Hidrología para ingenieros*. Segunda edición. México: Editorial McGraw-Hill Latinoamericana, 1988, 386 pp.
- LLAMAS, J. *Hidrología general, principios y aplicaciones*. Bilbao: Editorial Universidad del País Vasco, 1993, 635 pp.
- LUCERO, A. *Análisis probabilístico espacial y temporal de las precipitaciones pluviales anuales de la VII Región de Chile*. Tesis de pregrado. Santiago: Universidad de Talca, 1997, 69 pp.
- MALBRÁN, F. y MARANGUNIC, C. *Recurrencia de caudales medios en el río Achibueno en la VII Región del Maule*. Informe técnico. Santiago: Geoestudios Ltda., 1989, 6 pp.
- MOPT CEDEX. *Metodologías y recomendaciones para la evaluación de recursos hídricos*. Informe técnico. Madrid: MOPTMA, 1992, 52 pp.
- PEÑA, D. *Estadística*. Madrid: Alianza Editorial, 1995, 745 pp.
- PIZARRO, R. *Análisis comparativo de modelos matemáticos precipitación-escorrentía en cuencas de la España peninsular*. Tesis doctoral. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid, 1996, 320 pp.
- PIZARRO, R., GARCÍA, J., PÉREZ, J. y TORRES, I. Análisis comparativo de modelos matemáticos del proceso de precipitación-escorrentía: propuesta de un modelo. *Revista Montes*. II trimestre, núm. 68, 2002, pp. 60.
- RAMÍREZ, C. *Análisis comparativo de modelos para la estimación de precipitaciones areales anuales en periodos extremos*. Tesis de pregrado. Talca: Universidad de Talca, 1998, 78 pp.
- UNESCO ROSTLAC. *Guía metodológica para la elaboración del balance hídrico de América del Sur*. Informe Técnico. Montevideo: UNESCO, 1982, 130 pp.

### Abstract

PIZARRO T., R., MARABOLÍ F., FLORES V., J.P. & ICAZA N., M.G. Evaluation of three rainfall-runoff formulas in Achibueno Basin, Chile. Hydraulic Engineering in Mexico (in Spanish). July-September, 2003, vol. 18, no. 3, pp. 95-104.

This project studies three rainfall-runoff formulas on Achibueno Basin, located in the Maule Region (Chile). The formulas were the following: Budyko's ( $Q = P * e^{-(K/P)}$ ), Turc-Pike's ( $Q = P - [P/(1 + (P/K)^2)^{0.5}]$ ), and Pizarro's ( $Q = P[1 - e^{-(PK)}]$ ), where  $Q$  = annual mean flow,  $P$  = annual rainfall,  $e$  = Neper's constant, and  $K$  = evapotranspiration parameter. The formulas were analyzed using graphic and analytic methods (Bland-Altman's agreement analysis, coefficient of determination  $R^2$ , standard error of estimate [SEE] and analysis of variance [ANOVA]) in order to determine which model presented the best results. At the annual level, according to Bland-Altman's agreement analysis, all three formulas presented similar results. The latter is corroborated with the  $R^2$  and SEE values obtained. However, the ANOVA presented significant differences for Pizarro's formula in dry years. In monthly terms, the study showed a very heterogeneous behavior and a minimal relationship between rainfall and runoff. Finally, it is suggested that any of these models can be used in this basin, except for Pizarro's formula for dry year periods.

**Keywords:** rainfall-runoff formulas, runoff, dry years, rainy years, potential evapotranspiration, mean yearly flow.

#### Dirección institucional de los autores:

Roberto Pizarro Tapia

Ingeniero Forestal.  
Doctorado en Ingeniería.  
Departamento de Gestión Forestal y Ambiental,  
Universidad de Talca,  
Casilla 721, VII Región,  
Talca, Chile,  
teléfono: 5671 200 375,  
rpizarro@pehuenche.otalca.cl.

Fernando Marabolí Fuenzalida

Ingeniero Forestal.  
Departamento de Gestión Forestal y Ambiental,  
Universidad de Talca,  
Casilla 721, VII Región,  
Talca, Chile,  
teléfono: 5671 200 375,  
rpizarro@pehuenche.otalca.cl.

Juan Pablo Flores Villanelo

Ingeniero Forestal.  
Diplomado en Manejo Ambiental de los Recursos Naturales.  
Departamento de Gestión Forestal y Ambiental,  
Universidad de Talca,  
Casilla 721, VII Región,  
Talca, Chile,  
teléfono : 5671 247 313,  
jpfloresv@hotmail.com.

María Gloria Icaza N.

Estadística.  
Doctorado en Bioestadística.  
Instituto de Matemáticas y Física,  
Universidad de Talca,  
Casilla 721, VII Región,  
Talca, Chile,  
micaza@pehuenche.otalca.cl.