

Convección de calor intersticial en el flujo de fluidos a través de medios porosos

Luis Alfredo Patiño-Carrillo
Henry José Espinoza-Bejarano

Universidad de Oriente, Venezuela

En este trabajo se presenta una metodología teórica-experimental para determinar los coeficientes intersticiales de transferencia de calor promedio en el flujo de agua a través de medios porosos donde el fluido no está en equilibrio térmico con la fase sólida. Los coeficientes de transferencia de calor se obtienen a través del Single Blow Transient Method, combinando los resultados experimentales en un banco de ensayo con las soluciones numéricas del modelo matemático propuesto y constituido por la ecuación de continuidad, las ecuaciones de movimiento, la ecuación de la energía de la fase fluida y la ecuación de la energía de la fase sólida. El sistema de ecuaciones diferenciales parciales generado en el modelo matemático se resuelve a través de una metodología numérica basada en el método de volúmenes finitos. Este modelo numérico se construyó en el software de la dinámica de los fluidos computacional CFX 4.3™ y se desarrolló en coordenadas cilíndricas axisimétricas, usando un esquema de diferencias centrales para aproximar los términos difusivos, un esquema híbrido para los términos convectivos y un esquema totalmente implícito para implementar el régimen transitorio. Las pruebas experimentales y las soluciones numéricas se realizaron para diferentes valores de velocidad superficial del fluido a la entrada del lecho y para diferentes valores de porosidad del medio, obteniéndose que los números de Nusselt dependen en gran escala de los números de Reynolds y la porosidad del medio, concordando satisfactoriamente con los resultados de investigaciones similares.

Palabras clave: convección, transferencia de calor, medios porosos.

Introducción

Un medio poroso provee una gran dispersión térmica y un área de contacto fluido-sólido mucho más grande que el área de transferencia de calor de un fluido en un conducto continuo, lo que trae como consecuencia que la transferencia de calor sea también más elevada. Durante muchos años se han venido desarrollando investigaciones en esta área, en vista de las innumerables aplicaciones industriales que tiene. Entre éstas se pueden citar la ingeniería de yacimientos de agua (acuíferos), de petróleo y de gas; los procesos de separación (como por ejemplo la adsorción); diseño de reactores químicos; sistemas geofísicos y geotérmicos; ingeniería de polímeros; enfriamientos de equipos electrónicos, y

diseño y análisis de intercambiadores de calor tipo regeneradores, entre otros.

Desde el trabajo pionero desarrollado por Henry Darcy, en el siglo XIX, se han realizado muchas investigaciones sobre el flujo de fluidos y transporte de energía térmica a través de medios porosos, cubriendo un gran rango de diferentes campos y aplicaciones, tales como sistemas acuíferos, yacimientos petrolíferos y operaciones geotérmicas, reactores químicos de lechos de empaque, aislamientos térmicos en materiales de construcción, intercambiadores de calor de lechos de empaque y sistema de enfriamiento de equipos electrónicos, entre otros.

Inicialmente, muchos estudios analíticos han llevado a cabo sus formulaciones matemáticas basados en la

Ley de Darcy, la cual desprecia los efectos de las fuerzas inerciales sobre el fluido debido a la interacción con el sólido. Tratamientos como el anterior pueden apreciarse en los trabajos desarrollados por Palm *et al.* (1972), Chandrasekhara *et al.* (1979), Cheng (1979), y Christopher y Middleman (1965), entre otros investigadores.

Los efectos inerciales se vuelven importantes cuando se están analizando flujos cerca de las fronteras del dominio, se tienen medios con porosidades elevadas y se presentan flujos elevados. En estos casos, la Ley de Darcy tiende a ser inaplicable. Trabajos posteriores toman en cuentas los efectos inerciales cuando se presentan porosidades altas y altas tasas de flujo, tal es el caso de la investigaciones desarrolladas por Brinkman (1947) y Muskat (1946). El primero de ellos cuantificó esta fuerza inercial, mientras que el segundo adicionó a la Ley de Darcy un término de velocidad al cuadrado. Además, existen innumerables trabajos donde las modelaciones no se realizan a través de la Ley de Darcy, sino que incluyen los efectos inerciales debido a las altas velocidades. Tal es el caso de Vafai y Tien (1981), los cuales presentaron y caracterizaron las fronteras y los efectos inerciales en flujos forzados convectivos en medios porosos; y Vafai y Tien (1982), quienes realizaron un trabajo similar al anterior, sólo que en este caso tomaron en consideración la transferencia de masa en el medio poroso. Vafai y Kim (1989) usaron un modelo Brinkman-Forchheimer extendido para determinar una solución analítica en flujo de fluidos completamente desarrollado en medios porosos sometidos a flujo de calor constante en sus fronteras. Kaviany (1985) estudió el flujo en medios porosos con porosidad constante utilizando un modelo de Brinkman extendido.

En el flujo de fluidos no isotérmicos a través de medios porosos se tiene un número importante de publicaciones recientes tanto en el área de modelado teórico como trabajos experimentales; entre éstas se pueden citar las siguientes:

En el modelado teórico de fenómenos de transporte en medios porosos se presenta el trabajo de Vafai y Tien (1981). Ellos usaron un modelo no darciano para estudiar los efectos inerciales y de las fronteras en medios porosos. El estudio de la convección forzada en medios porosos con los efectos de flujo inercial, dispersión térmica, porosidad variable y fricción de Brinkman se presenta en los trabajos de Vafai *et al.* (1985), Beckerman y Viskanta (1987), Cheng y Zhu (1987), Poulikakos y Renken (1987), Renken y Poulikakos (1988), Koch y Brady (1985), y Koch *et al.* (1989). En ellos se tiene el estudio de la dispersión térmica en medios porosos, obteniendo expresiones matemáticas del tensor de dispersión. En el trabajo de Nakayama y Koyama (1991) se observa la introducción

del concepto de permeabilidad modificada para unificar las expresiones propuestas por Christopher y Middleman (1965). Kuwahara *et al.* (1996) usaron la aproximación numérica propuesta por Arquís *et al.* (1991) para determinar el coeficiente de dispersión transversal estrictamente mediante bases teóricas. Shenoy (1993) introdujo una versión no newtoniana de extensión de la ley de Darcy, propuesta por Forchheimer, para investigar varios aspectos relacionados con el flujo convectivo a través de medios porosos, donde el fluido saturado tiene un comportamiento que se rige por la ley de la potencia.

Todos los estudios mencionados adoptan la hipótesis de equilibrio térmico local (las temperaturas del sólido y el fluidos son iguales) para la formulación de la ecuación de la energía, a pesar de que generalmente los valores de la conductividad térmica de los sólidos y los fluidos no son del mismo orden de magnitud.

Sozen y Vafai (1990) presentaron un análisis del flujo de gas forzado a través de un lecho estático constituido de partículas esféricas. Chen y Yue (1991) estudiaron teórica y experimentalmente el rendimiento térmico de cápsulas de empaque de sistemas de acondicionamiento de aire por agua helada. Hwang *et al.* (1995), y Hwang y Chao (1994) encontraron que los valores de los coeficientes filmicos de transferencia de calor entre el sólido y la fase fluida puede afectar en gran proporción la transferencia de calor en canales porosos de alta conductividad. Wu y Hwang (1998) estudiaron la transferencia de calor en canales porosos usando un método simple transitorio combinado con un modelo térmico no equilibrado de dos ecuaciones y concluyeron que los parámetros que más afectan a la transferencia de calor son el número de Reynolds y la porosidad del medio.

Alazmi y Vafai (2000) desarrollaron una investigación donde se presenta un estudio del transporte de energía térmica a través de varios modelos de transporte y estudiaron el efecto que tienen la porosidad, la dispersión térmica y el régimen en desequilibrio térmico sobre la transferencia de calor en medios porosos. En el trabajo de Fu *et al.* (2001) se presenta un estudio experimental de la transferencia de calor en canales porosos sujetos a oscilaciones en el flujo y se muestran los perfiles de transitorios de temperaturas para diversas posiciones del lecho, y los coeficientes filmicos de transferencia de calor locales, observándose que la temperatura superficial local se incrementa monótonamente al incrementarse la dirección axial y se presenta como una forma compleja con un valor máximo en la mitad de la sección de prueba.

Recientemente en un trabajo publicado por Hwang *et al.* (2002) se presenta una metodología numérico-experimental para determinar los coeficientes intersticiales de transferencia de calor de un sistema poroso constituido

por aire como fluido y una esponja de aluminio como medio poroso, donde la fase fluida no está en equilibrio térmico con la fase sólida, además de que el sistema está en régimen transitorio. En este trabajo, los autores determinan estos coeficientes de transferencia de calor con ayuda del *Single Blow Transient Method*, combinando los resultados experimentales provenientes de un banco de ensayo con la solución numérica de un modelo matemático constituido por dos ecuaciones diferenciales parciales: la ecuación de la energía de la fase fluida y la ecuación de la energía de la fase sólida.

Una técnica utilizada en la presente investigación es el *Single Blow Transient Method*. Este método se ha usado en diferentes problemas de transferencia de calor. Howard (1964) lo presentó inicialmente y estudió el efecto de la transferencia de calor longitudinal por conducción en aletas de enfriamiento. Liang y Yang (1975) usaron el método para caracterizar la transferencia de calor en superficies perforadas de intercambiadores de calor. De forma reciente y de manera específica en el área de la convección transitoria de calor a través de medios porosos, Wu y Hwang (1998), y Hwang *et al.* (2002), usaron el *Single Blow Transient Method* con el objetivo de determinar los coeficientes intersticiales de transferencia de calor entre el fluido y la matriz sólida.

En este trabajo se presenta una metodología teórico-experimental para determinar los coeficientes filmicos de transferencia de calor promedio en el flujo de fluidos (agua) a través de medios porosos, donde el fluido no está en equilibrio térmico con la fase sólida. Los coeficientes de convección de calor se obtienen a través del método transitorio de golpe simple (*Single Blow Transient Methods*), utilizado en Liang y Yang (1975), combinando los resultados experimentales que se obtienen en un banco de ensayo con las soluciones numéricas del modelo matemático propuesto.

Equipo y procedimiento experimental

Equipo experimental

La ilustración 1 muestra una representación esquemática del equipo utilizado para realizar las pruebas experimentales que permiten calcular los coeficientes de transferencia de calor referenciados. Consta fundamentalmente de cuatro partes principales que se describen a continuación:

Sistema de bombeo y transporte de líquido

Está constituido por una bomba centrífuga de 1/2 HP que transporta el agua por medio de un sistema de tuberías

de acero de 3/4" de diámetro desde un tanque de almacenamiento hasta otro receptor, pasando a través de la sección de pruebas. El fluido en el tanque de almacenamiento se calienta hasta una temperatura deseada por medio de un par de resistencias eléctricas de 1,200 vatios.

Sección de pruebas

Está constituida por un conducto de acero de sección transversal constante y circular de 2" de diámetro, y una longitud de 22.5 cm, conectada al sistema de tuberías por bridas. Esta sección está aislada térmicamente. Es importante destacar que en el interior de la sección se encuentra colocado el medio poroso.

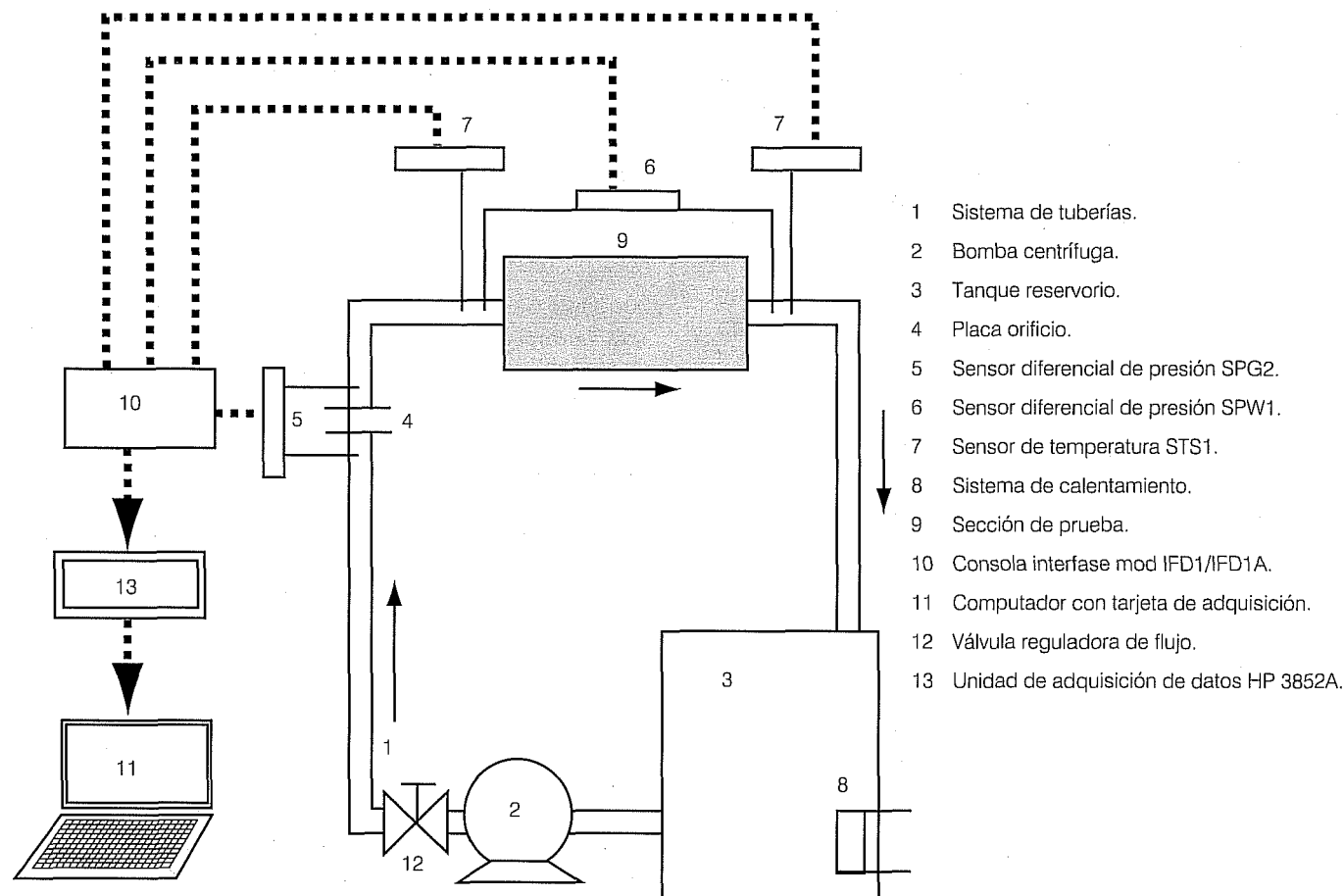
Medio poroso

Para modelar el medio poroso se usaron esferas de acero al carbono con una densidad de 7,840 kg/m³, conductividad térmica de 50 W/mK y calor específico de 460 J/kgK. La porosidad del medio se evaluó utilizando la expresión $\phi = (v_t - v_s)/v_t$. En esta expresión, v_t es el volumen total de la sección de pruebas y v_s , el volumen ocupado por el sólido. La estrategia planteada para generar medios porosos con diferentes porosidades fue utilizar diferentes diámetros de partículas esféricas. Por ejemplo, para generar un medio poroso de porosidad igual a 0.211, sólo se utilizaron en la sección de pruebas esferas de 3.75 mm de diámetro; para generar un medio poroso de porosidad igual a 0.24, se usaron esferas de 3.969 mm de diámetro, y así con el resto de las porosidades. El cuadro 1 muestra los diámetros de las esferas usadas y las correspondientes porosidades generadas con dichos diámetros.

Sistema de adquisición de datos

Está constituido por dos sensores diferenciales de presión y dos sensores de temperatura. Los sensores de presión están ubicados en la placa orificio (cuya función es determinar el flujo másico), y el otro en la entrada y salida de la sección de pruebas. Los sensores de temperaturas están ubicados justamente en la entrada y la salida de la sección de pruebas. Todos estos medidores son de la marca Armfield y están interconectados a una unidad de adquisición de datos (HP3852A). Los datos adquiridos son configurados y leídos por una computadora PC gracias a un programa computacional de adquisición elaborado en el lenguaje de programación *HP-Basic*. Las diferentes mediciones tomadas por los sensores se

Ilustración 1. Esquema del banco experimental.



Cuadro 1. Diámetros de partículas y porosidades.

Diámetro de la partícula (d_p) mm	Porosidad (ϵ)
3.175	0.211
3.969	0.240
4.763	0.280
6.350	0.370
7.938	0.434

realizaron con una frecuencia de veinte muestras por segundo por cada sensor.

Procedimiento experimental

Se encienden las resistencias eléctricas en el tanque de almacenamiento de agua y se lleva el agua hasta la temperatura deseada. Luego se enciende el sistema de

bombeo y con la válvula de compuerta se regula el caudal al valor deseado. El flujo se monitorea por la pantalla del microcomputador gracias al sistema de adquisición de datos. Una vez colocado el material poroso en la sección de pruebas (ver ilustración 1), se hace pasar el flujo a través de ella y se miden los valores de temperatura del fluido antes y después de la sección de pruebas. Una vez que el tanque de suministro de agua alcance su nivel inferior, tanto las resistencias eléctricas como la bomba hidráulica deben ser desenergizadas a través del cambio de posición de sus interruptores. El sistema de adquisición termina su operación automáticamente. De esta manera se obtienen los perfiles transitorio-experimentales de temperaturas en el fluido. Los experimentos se realizaron tomando variaciones de la velocidad del fluido a la entrada de la sección de pruebas y variando también la porosidad del medio. Se realizaron cincuenta corridas experimentales; diez corridas con diferentes flujos volumétricos (números de Reynolds) para cada porosidad.

Modelo matemático del proceso

El problema en estudio consiste en la determinación de los coeficientes fílmicos de transferencia de calor promedio en el flujo de fluidos (agua) a través de medios porosos, donde el fluido no está en equilibrio térmico con la fase sólida. En esta sección se indica la formulación matemática que permite modelar la convección de calor transitoria en el flujo de fluidos a través de medios porosos; específicamente se desarrolla el modelo para el fluido y la matriz sólida contenida en la sección de pruebas indicada en la sección anterior. Este modelo cuenta con ecuaciones que se derivan realizando los balances de conservación de masa, momento y energía en la fase fluida, y un balance de energía en la fase sólida. Todos los detalles referentes a la deducción de la presente formulación matemática se encuentran en la investigación desarrollada por Patiño (2003).

Ecuaciones gobernantes

Tomando como fluido en estudio el agua en estado líquido transportándose a través de la sección de pruebas (medio poroso), y suponiendo que el líquido es incompresible y newtoniano donde las propiedades tales como densidad (ρ), viscosidad absoluta (μ), conductividad térmica (k) y calor específico (C_p) permanecen constantes; y considerando que la matriz sólida está constituida por esferas de acero, que es isotrópica, homogénea e indeformable, cuyas propiedades tales como porosidad (ϵ), permeabilidad (K), densidad (ρ_s), conductividad térmica (k_s) y calor específico (C_s) son constantes, las ecuaciones de variación en coordenadas cilíndricas y estado transitorio pueden expresarse como:

Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial(\epsilon\rho)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v) = 0 \quad (1)$$

donde u es la velocidad del fluido en la dirección axial (z), v es la velocidad del fluido en la dirección radial (r) y t es el tiempo.

Ecuación de cantidad de movimiento en la dirección axial:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + (1/\epsilon)v \frac{\partial u}{\partial r} + (1/\epsilon)u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\epsilon \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right] - \frac{\mu\epsilon}{K} u - \frac{\rho F \epsilon}{\sqrt{K}} |V| \cdot u \quad (2)$$

donde p es la presión del fluido; V , el vector velocidad del fluido; F , el coeficiente inercial, también denominado como el término de Forchheimer (Bear, 1976), y K , la permeabilidad del medio.

Ecuación de cantidad de movimiento en la dirección radial:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\rho}{\epsilon} v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\rho}{\epsilon} u \frac{\partial v}{\partial z} = -\epsilon \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v) \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] - \frac{\mu}{K} \epsilon v - \frac{\rho F \epsilon}{\sqrt{K}} |V| \cdot v \quad (3)$$

Ecuación de la energía de la fase líquida:

$$\epsilon \rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + (1/\epsilon)v \frac{\partial T}{\partial r} + (1/\epsilon)u \frac{\partial T}{\partial z} \right) + hA(T - T_s) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k \epsilon r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \epsilon \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (4)$$

donde T es la temperatura en la fase líquida; T_s , la temperatura en la fase sólida; h , el coeficiente intersticial de convección de calor, y A , el área superficial de transferencia de calor.

Ecuación de la energía de la fase sólida:

$$\rho_s C_p (1 - \epsilon) \frac{\partial T_s}{\partial t} + hA(T_s - T) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_s (1 - \epsilon) r \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_s (1 - \epsilon) \frac{\partial T_s}{\partial z} \right) \quad (5)$$

Es importante indicar que la permeabilidad del medio se calcula a través de la ecuación 6 (Hunt y Tien, 1988), y que el coeficiente inercial se determina a través de la ecuación 7 (Hunt y Tien, 1988). En la ecuación 6, d_p representa el diámetro promedio de la partícula que conforma el medio poroso.

$$K = \frac{\epsilon^3 d_p^2}{150 (1 - \epsilon)^2} \quad (6)$$

$$F = \frac{1.75}{\sqrt{150 \epsilon^{\frac{3}{2}}}} \quad (7)$$

Condiciones del problema

Las condiciones iniciales son velocidades radiales y axiales nulas, y temperaturas homogéneas para las fases líquidas y sólidas (T_i). Las condiciones de borde asociadas con el problema son las siguientes: las velocidades u y v en las paredes son nulas; la velocidad u es máxima y la velocidad v es nula en el eje de simetría; la velocidad axial (u_0) en la entrada es uniforme y la velocidad v en la entrada es nula; en el eje de simetría, el flujo de calor por conducción es nulo; en la salida, se tienen condiciones localmente parabólicas; en la entrada, la temperatura (T_0) en el líquido es prescrita, uniforme y variable; las condiciones de borde térmicas para la fase sólida son iguales a la de la fase fluida.

Solución del modelo matemático

Para la resolución de este modelo se empleó una metodología numérica. Las ecuaciones diferenciales con sus respectivas condiciones de borde e iniciales descritas en el modelo matemático se resolvieron a través de un código comercial del área de la dinámica de los fluidos computacional (CFD). El software utilizado fue el CFX, versión 4.3, el cual basa la solución en el método de los volúmenes finitos, utilizando una discretización estructurada coincidente con las fronteras.

Generalidades sobre el método de los volúmenes finitos

El objetivo de todo método numérico para la resolución de ecuaciones diferenciales es transformar las derivadas existentes en expresiones algebraicas que envuelvan la incógnita y una vez sustituidas en las ecuaciones diferenciales obtener un sistema de ecuaciones algebraicas. Resolviendo entonces este sistema de ecuaciones se obtiene la solución del problema.

En el método de los volúmenes finitos, las ecuaciones aproximadas pueden obtenerse de dos maneras: la primera es realizando un balance de conservación de la propiedad analizada en los volúmenes elementales y, la segunda, es partiendo de la ecuación diferencial, donde los flujos aparecen dentro de la derivada, integrándola en el volumen finito en el tiempo y en el espacio. Por ejemplo, si se realiza un balance de conservación de una propiedad ϕ en un elemento diferencial de volumen de fluido, como el mostrado en la ilustración 2, se tiene que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \phi) \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S^\phi \end{aligned} \quad (8)$$

donde ρ es la densidad del fluido; ϕ , la propiedad de balance; u y v , las componentes de la velocidad del fluido; Γ^ϕ , el coeficiente de difusión, y S^ϕ , el término fuente. Integrando en el tiempo y en el espacio la ecuación 8, se tiene que:

$$\begin{aligned} \frac{M_p \phi_p - M_p^\theta \phi_p^\theta}{\Delta t} + \dot{M}_e \phi_e^\theta - \dot{M}_w \phi_w^\theta + \dot{M}_n \phi_n^\theta - \dot{M}_s \phi_s^\theta \\ = D_1 \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_e^\theta - D_1 \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_w^\theta + D_2 \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_n^\theta - D_2 \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_s^\theta + L[S^\phi]^\theta \end{aligned} \quad (9)$$

donde los flujos másicos y los coeficientes difusivos vienen dados por:

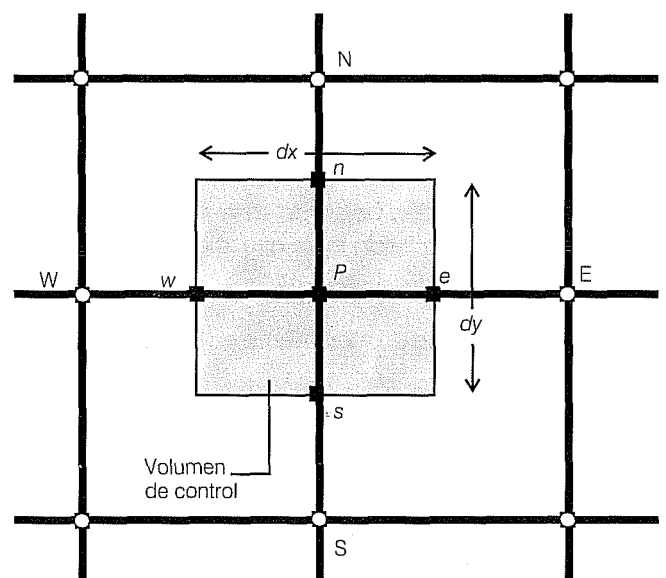
$$\dot{M}_e = \rho u \Delta y \Big|_e; \dot{M}_w = \rho u \Delta y \Big|_w; \dot{M}_n = \rho v \Delta x \Big|_n; \dot{M}_s = \rho v \Delta x \Big|_s \quad (10)$$

$$D_{1e} = \Gamma \Delta y \Big|_e; D_{1w} = \Gamma^\phi \Delta y \Big|_w; D_{2n} = \Gamma^\phi \Delta x \Big|_n; D_{2s} = \Gamma^\phi \Delta x \Big|_s \quad (11)$$

El superíndice θ significa que la variable integrada a lo largo del tiempo se evalúa en una posición intermedia entre el instante t y el Δt , generando así las formulaciones totalmente implícita, implícita y explícita. El último término de la ecuación 9 representa la aproximación numérica del término fuente. Detalles de las funciones de interpolación temporal y de la manera de linealizar el término fuente pueden encontrarse en Maliska (1995).

La ecuación 9 se deriva de la integración en el tiempo y en el espacio de la ecuación de conservación de la

Ilustración 2. Volumen finito elemental bidimensional.



propiedad ϕ en el centro p de un volumen elemental; en tal sentido, los subíndices e , w , n y s representan las superficies de interfase volumen-volumen este, oeste, norte y sur del volumen en estudio. Cabe destacar que los flujos tanto convectivos como difusivos evaluados en las interfaces se deben expresar en función de los valores de la propiedad ϕ en los centros de los volúmenes vecinos (E , W , N y S). Utilizando un esquema de interpolación híbrido para aproximar los términos convectivos y difusivos en las interfaces, y usando un esquema temporal totalmente implícito, la ecuación 9 se expresa como:

$$A_p \phi_p = \frac{M_p^o \phi_p^o}{\Delta t} + A_e \phi_e + A_w \phi_w + A_n \phi_n + A_s \phi_s + S_u V \quad (12)$$

Las expresiones de los coeficientes y el término fuente linealizado no están dados debido a limitaciones de espacio, pero sus metodologías de cálculo pueden verificarse en Maliska (1995).

La ecuación 12 debe ser aplicada a cada uno de los volúmenes internos; con la incorporación de las condiciones de borde se obtiene un sistema de ecuaciones algebraicas pentadiagonal que se puede resolver, principalmente, a través de un método iterativo.

Es importante resaltar que en el análisis anteriormente descrito para la obtención de una propiedad ϕ mediante la formulación por volúmenes finitos en un fluido en movimiento, se ha supuesto el campo de velocidades conocido. En muchos casos de fenómenos de transporte, este perfil de velocidades no es fácil de obtener, por ejemplo, en problemas regidos por las ecuaciones de Navier-Stokes. En este tipo de problemas, el campo de velocidad está acoplado con el perfil de presiones; en tal sentido, se deben usar métodos para tratar el acoplamiento presión-velocidad. En esta investigación se utilizó el método *SIMPLE* (Patankar y Spalding, 1972).

Generalidades sobre las simulaciones

Para todas las simulaciones, los flujos convectivos y difusivos en las interfaces de los volúmenes se calculan a través del esquema de interpolación híbrido y el procedimiento de acoplamiento presión-velocidad, en las ecuaciones de movimiento, utilizado fue el *SIMPLE*. El régimen transitorio fue implementado a través de un esquema totalmente implícito y el criterio de convergencia se estableció tomando el máximo residuo en la ecuación de continuidad. Se desarrollaron dos subrutinas en el lenguaje de programación *Fortran*, una para incluir las condiciones de borde en la entrada del dominio variable en el tiempo y la otra para anexar el término fuente en la

ecuación de la energía en las fases fluida y sólida. La temperatura inicial en cada simulación dependió de los resultados experimentales obtenidos, y de manera general se indica que están en un rango entre 25 y 35°C. El dominio simulado fue la sección de prueba y para ello se dividió con una malla de ochenta volúmenes en la dirección axial y 24 volúmenes en la dirección radial, lo cual generó una discretización de 1,920 volúmenes finitos. El periodo de tiempo máximo en las simulaciones fue de aproximadamente noventa segundos y el intervalo de tiempo utilizado fue de 0.1 segundos. Es importante indicar que el tamaño de malla indicado anteriormente obedece al resultado de la aplicación de un análisis de sensibilidad. En otras palabras, al realizar el estudio del tamaño de malla, se obtuvo que una discretización de 80×24 genera una solución independiente del tamaño de malla. Se realizó un estudio similar con el incremento de tiempo, llegando a la conclusión de que un valor óptimo para el sistema simulado es de 0.1 segundos. Los factores de relajación usados en la simulación fueron de 0.65 para la velocidad axial y radial; 0.65 para la presión; uno para la temperatura del fluido, y uno para la temperatura del sólido.

Determinación de los coeficientes intersticiales de transferencia de calor

Se ha desarrollado un número importante de técnicas experimentales con el objetivo de evaluar el comportamiento térmico de superficies en intercambio de calor y en equipos intercambiadores de calor. Por ejemplo, para determinar los coeficientes de convección de calor entre fluidos y superficies sólidas o lechos de empaque se han propuestos varios métodos, los cuales pueden clasificarse en métodos estacionarios (Kays y London, 1950) y métodos transitorios (Pucci *et al.*, 1967). Los métodos transitorios se emplean cuando la temperatura del fluido a la entrada del sistema varía en función del tiempo; en tal sentido, tanto la temperatura del fluido como la del sólido en todo el dominio también dependerán del tiempo. De acuerdo con Liang y Yang (1975), este fenómeno puede ser descrito por un modelo analítico que asuma que el coeficiente de convección de calor promedio permanezca constante y que las temperaturas del fluido y el sólido varíen con la posición y el tiempo.

Para determinar los coeficientes intersticiales de convección de calor h para cada una de las corridas experimentales se utilizó el *Single Blow Transient Method* desarrollado por Liang y Yang (1975). Este método requiere solamente la curva de respuesta transitoria de las temperaturas promedio a la entrada y salida de la

sección de pruebas, y consiste en suponer un valor inicial del coeficiente de convección de calor, determinar la distribución de temperatura del fluido a la salida de la sección analizada a través del modelo teórico y luego comparar esta curva obtenida teóricamente con la respuesta transitoria determinada experimentalmente. Si la curva teórica coincide con la curva experimental, entonces el coeficiente de convección supuesto es el correcto; si no es así, se debe suponer otro coeficiente de convección y repetir el proceso hasta que las dos soluciones sean iguales (típicamente con una desviación menor a 0.001). Este proceso se repite hasta obtener seis casos en que se cumpla el error. El coeficiente h será el promedio aritmético de los coeficientes h para los seis casos. La ilustración 3 muestra un flujograma descriptivo del *Single Blow Transient Method* como una técnica para determinar los coeficientes de transferencia de calor en problemas en régimen transitorio.

Análisis de incertidumbre

Los errores en el cálculo de los coeficientes intersticiales de transferencia de calor se producen fundamentalmente por las desviaciones en las mediciones de los flujos volumétricos, las mediciones de las temperaturas y la raíz cuadrada de las diferencias medias de temperatura entre los valores experimentales y los calculados numéricamente. En esta investigación se utilizó el método de incertidumbre desarrollado por Kline y McClintock (1953), y se obtuvo un valor de incertidumbre para el flujo másico de 0.6% para las mediciones de temperatura de 3.5% y para la raíz cuadrada de las diferencias medias de temperatura de 5.5%. Como resultado de esto se obtuvo una incertidumbre global del coeficiente de convección de calor de 5.5%.

Resultados

Como se mencionó anteriormente, para determinar los coeficientes de transferencia de calor se realizaron cincuenta simulaciones numéricas que modelan el intercambio de energía térmica entre el fluido y el medio poroso descrito en esta investigación. Por razones de limitación de espacio sólo se presentan las curvas de respuesta de temperatura para algunas de las simulaciones realizadas.

En la ilustración 4 se muestran los perfiles de temperaturas del fluido a la entrada y salida de la sección de pruebas obtenidos experimentalmente, y se comparan con el perfil transitorio del fluido a la salida de la sección determinado teóricamente a través del modelo numérico y del *Single Blow Transient Method*. Además, en ellas se

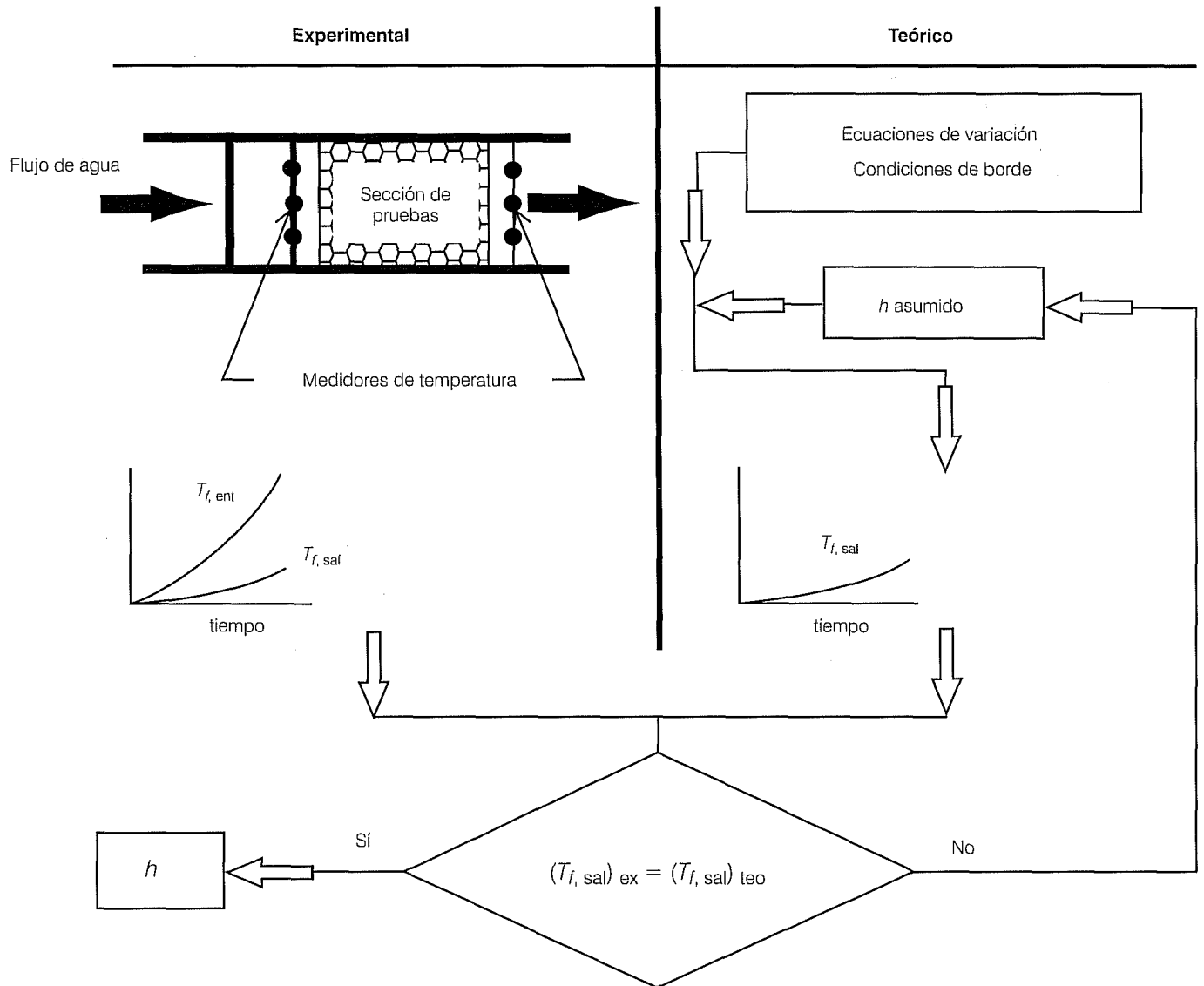
presenta el valor del coeficiente de convección de calor determinado en dichas pruebas. En forma general se aprecia que existe una muy buena aproximación entre los resultados experimentales y los resultados teóricos, con un error máximo del 0.1%.

En la ilustración 5 se presentan los perfiles transitorios de temperaturas del fluido y de la matriz sólida para cuatro posiciones del dominio estudiado y para tres valores de porosidades de 0.211, 0.28 y 0.434, respectivamente. Se observa que a medida que transcurre el tiempo, la temperatura de cualquier sección transversal va en ascenso, pero es de notar que estos niveles de temperaturas van disminuyendo a medida que el fluido se transporta a través del medio. La presencia del medio poroso en el camino del fluido va a generar una disminución en su temperatura. Esta disminución de la energía térmica en el fluido es ganada o absorbida por la matriz porosa; es decir, se evidencia el intercambio de calor entre estas dos fases que interactúan.

A pesar de que el sólido está inicialmente a una temperatura uniforme, éste aumenta su temperatura debido al intercambio térmico con la fase fluida. A medida que transcurre el tiempo, la temperatura del sólido se incrementa para cualquier posición; sin embargo, esta temperatura va en descenso cuando se incrementa la coordenada axial. Esto se debe fundamentalmente al hecho que el sólido se calienta debido al contacto con el fluido. Si el fluido se enfría cuando se desplaza en la dirección del movimiento, entonces el sólido que está en contacto con él también presentará disminución en su temperatura. Además, estas ilustraciones evidencian la ausencia del equilibrio térmico entre las dos fases y muestran que a medida que aumenta la porosidad del medio la diferencia de temperaturas entre el fluido y el sólido se incrementa, lo cual demuestra que a medida que aumenta la porosidad, la transferencia de calor entre estas dos fases también disminuye.

En las ilustraciones 6 y 7 se muestran los perfiles de temperaturas del fluido y del sólido en función de la posición y para diferentes instantes de tiempo (0.5, 10, 40 y 50 segundos). Es importante indicar que cada una de las ilustraciones se realizaron con el postprocesador del software CFX 4.3. La parte superior de la ilustración muestra la distribución de temperaturas en Kelvin del fluido y su respectiva leyenda es la que está ubicada en el lado derecho de la ilustración. La parte inferior de la ilustración muestra la distribución de temperaturas en Kelvin del sólido y su respectiva leyenda es la que está ubicada en el lado izquierdo de la ilustración. Para todos los casos se observa que la temperatura de la fase fluida es de magnitud mayor que la de la fase sólida, lo que demuestra la ausencia de equilibrio térmico entre las fases. Esto

Ilustración 3. Diagrama de flujo representativo del *Single Blow Transient Method*.



concuerta con lo indicado en las investigaciones desarrolladas por Wu y Hwang (1998), y Hwang *et al.* (2002).

La ilustración 8 muestra las distribuciones de presión y el perfil de velocidades del fluido en el dominio estudiado para un valor de porosidad del medio de 0.28. Se observa que la velocidad del fluido se incrementa en las secciones de entrada y salida; esto se debe al hecho de que el diámetro de las secciones de entrada y salida son menores que el diámetro del resto del dominio. Paralelamente se puede apreciar que la presión del fluido

decrementa a medida que se transporta a través del medio; comparando estas dos ilustraciones se puede pensar que la caída de presión del fluido aumenta al aumentar el número de Reynolds. Esto representa el comportamiento típico del flujo de fluidos a través de medios porosos.

Existen diversos mecanismos que pueden utilizarse para evaluar el rendimiento térmico en el flujo de fluidos a través de medios porosos. En la presente investigación, las características térmicas del sistema constituido por agua como fluido y esferas de acero como medio poroso

Ilustración 4. Perfiles transitorios de temperatura del fluido.

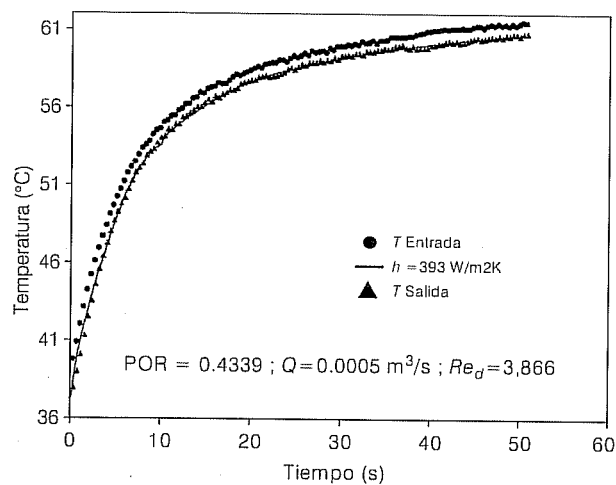
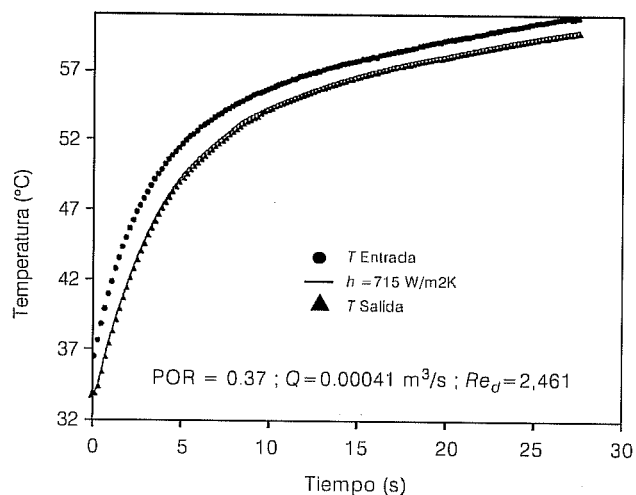
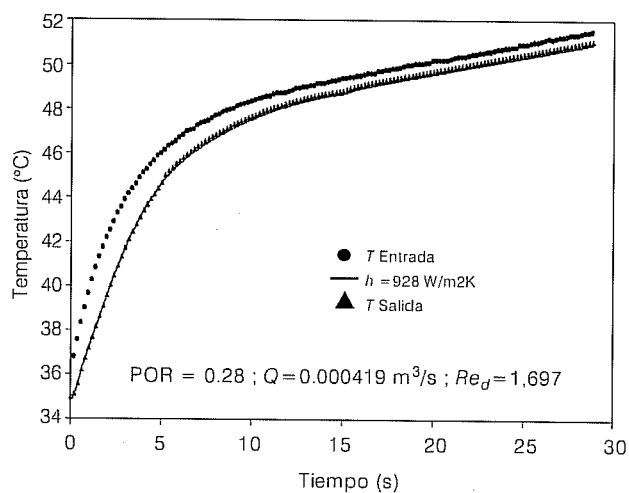
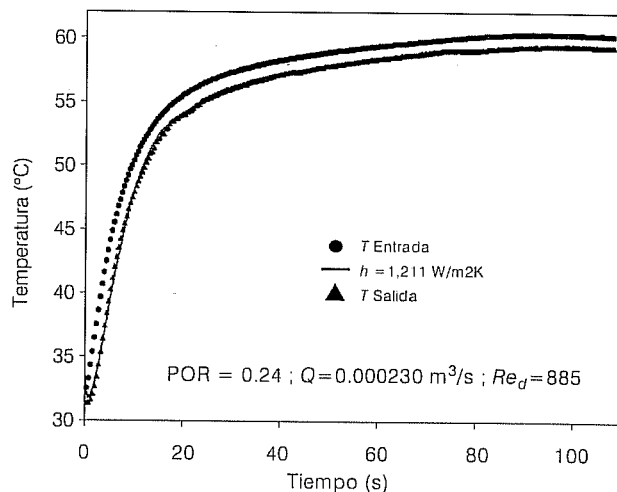
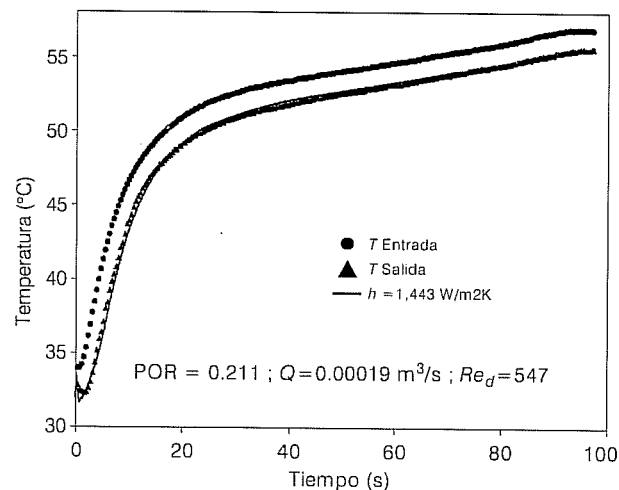
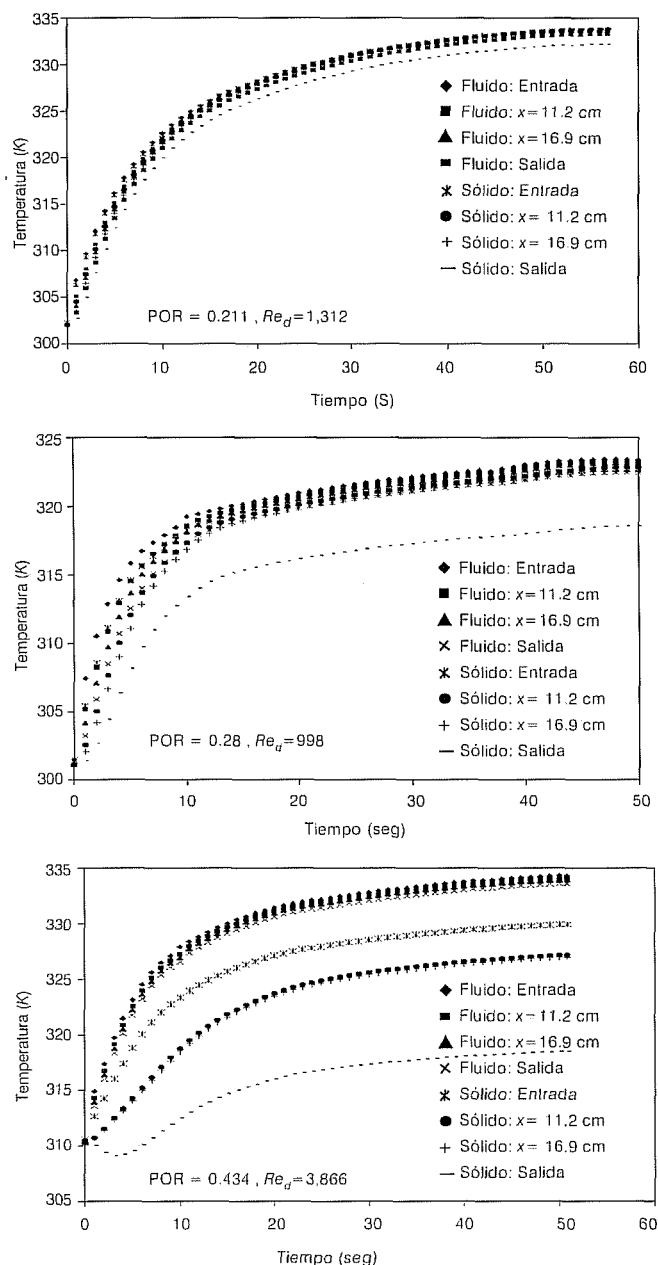
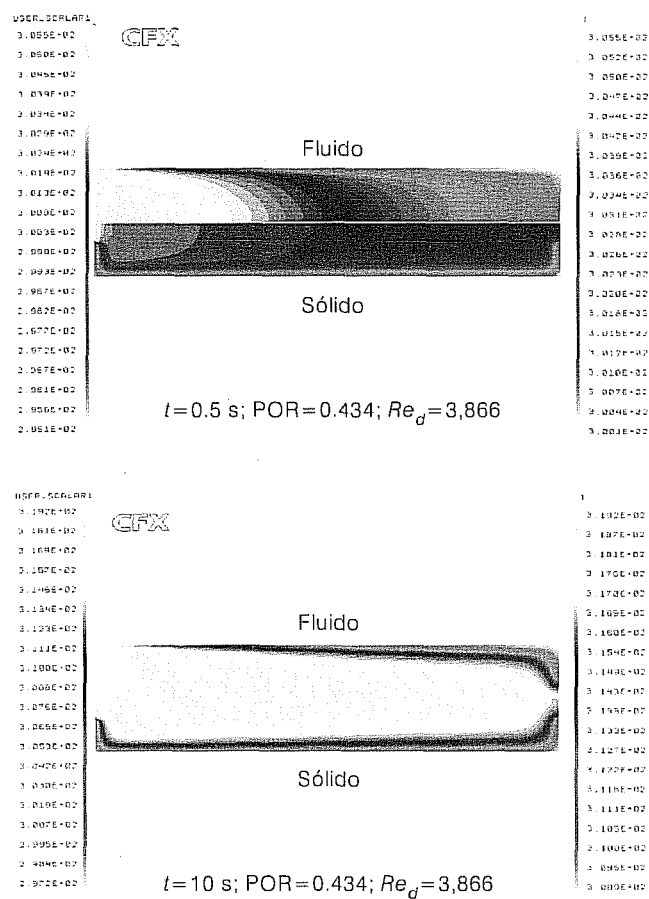


Ilustración 5. Perfiles transitorios de temperatura del fluido y de la matriz sólida.



se determinan a través de la obtención de los números de Nusselt en función de los números de Reynolds y de la porosidad del medio. En la ilustración 9 se presentan los valores de los números de Nusselt *versus* el número de Reynolds para los cinco valores de porosidad estudiadas en esta investigación. Es importante destacar que el número de Nusselt utilizado está basado en una

Ilustración 6 Perfiles de temperaturas del fluido y del sólido en función de la posición.



longitud característica igual al diámetro de la partícula que constituye el medio poroso, $Nu = h d_p / k_f$, donde h es el coeficiente fílmico o intersticial de transferencia de calor y d_p , el diámetro de las partículas. En esta ilustración se aprecia claramente que el coeficiente de transferencia de calor h es una variable dependiente tanto de la porosidad del medio como del número de Reynolds. A medida que aumenta la porosidad del medio, el número de Nusselt disminuye, y a medida que aumenta el número de Reynolds, el número de Nusselt también lo hace.

Con base en los resultados obtenidos en la presente investigación, y específicamente por los mostrados en esta última ilustración, se proponen las siguientes correlaciones empíricas para relacionar los números de Nusselt (Nu_d) con los números de Reynolds (Re_d) para diferentes porosidades:

Ilustración 7. Perfiles de temperaturas del fluido y del sólido en función de la posición.

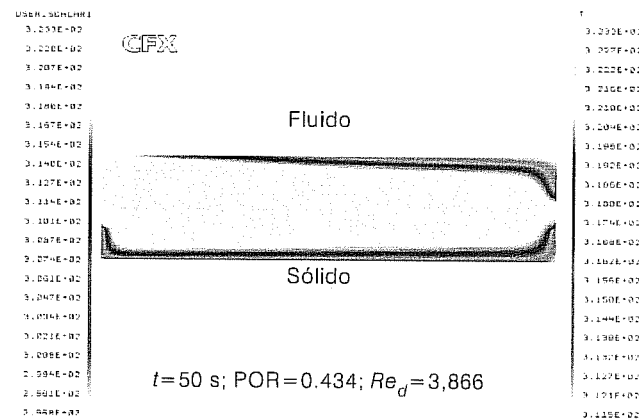
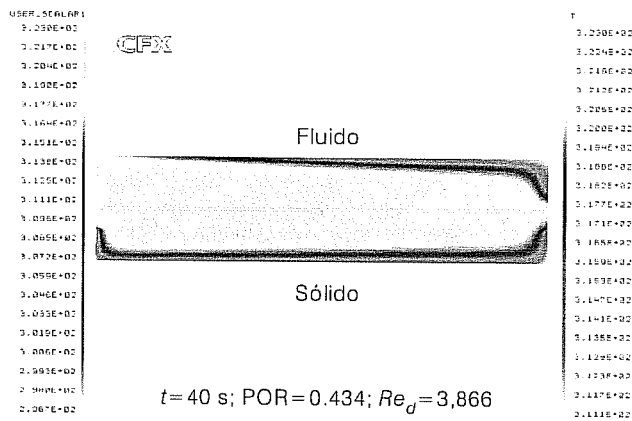
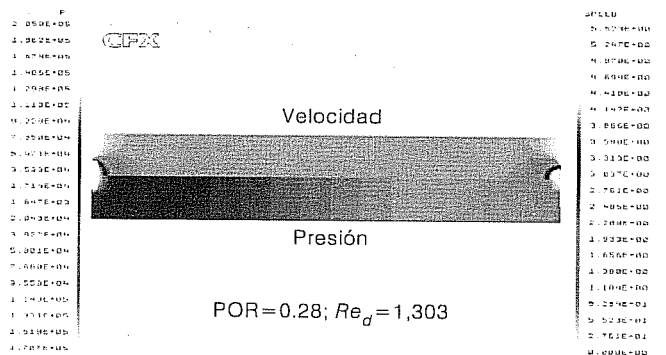
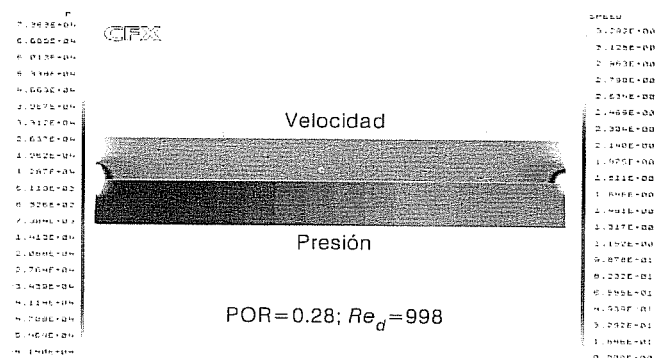


Ilustración 8. Perfiles de velocidad y presión en función de la posición.



$Nu_d = 0.5642 Re_d^{0.399}$ para porosidad igual a 0.211 y $5 < Re_d < 1,300$.

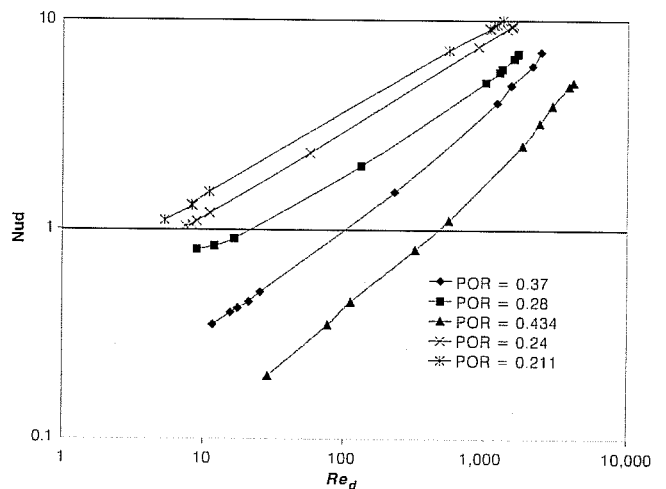
$Nu_d = 0.4374 Re_d^{0.4163}$ para porosidad igual a 0.24 y $7 < Re_d < 1,600$.

$Nu_d = 0.2915 Re_d^{0.4178}$ para porosidad igual a 0.28 y $9 < Re_d < 1,700$.

$Nu_d = 0.0855 Re_d^{0.511}$ para porosidad igual a 0.37 y $11 < Re_d < 2,500$.

$Nu_d = 0.205 Re_d^{0.651}$ para porosidad igual a 0.434 y $28 < Re_d < 4,130$.

Ilustración 9. Número de Nusselt versus número de Reynolds para varias porosidades.



Conclusiones

El objetivo general de la presente investigación es caracterizar de manera teórica y experimental la transferencia de calor por convección transitoria en el flujo de fluidos a través de medios porosos, para ello se cumplieron a cabalidad una serie de etapas que permiten enunciar las siguientes conclusiones.

Las mediciones experimentales de temperatura del fluido en la entrada y en la salida de la sección de pruebas presentaron valores físicamente congruentes, ya que en todo instante se registraron magnitudes más elevadas de temperatura en la entrada, evidenciándose la absorción de energía térmica por parte del medio poroso.

Se ha presentado el desarrollo de un modelo matemático y la solución de un problema de convección de calor transitoria en un medio poroso, tomando en consideración un dominio axisimétrico, y el uso de las velocidades axiales y radiales del fluido para el cálculo del transporte de energía desde el fluido hasta el sólido.

Los perfiles de temperaturas de las fases fluida y sólida dependen de la posición radial y axial, y adicionalmente también dependen del tiempo.

Para un instante determinado de tiempo, las temperaturas del fluido y sólido disminuyen al aumentar la coordenada axial, y también disminuyen al aumentar la coordenada radial.

Se evidenció la no existencia del equilibrio térmico entre las fases fluida y sólida.

Concordando con el comportamiento típico del transporte de un fluido a través de un medio poroso, se evidencia que la caída de presión del fluido se incrementa al aumentar el número de Reynolds.

El método *Single Blow Transient*, conjuntamente con el modelo teórico propuesto, representan una técnica efectiva para la determinación de los coeficientes de transferencia de calor en el flujo de fluidos a través de medios porosos.

Se ha demostrado que el número de Nusselt y, por ende, el coeficiente intersticial de transferencia de calor en el flujo de fluidos a través de medios porosos dependen tanto del número de Reynolds como de la porosidad del medio. A medida que aumenta el número de Reynolds, el número de Nusselt se incrementa, y al aumentar la porosidad del medio, el número de Nusselt disminuye.

Se han propuesto cinco correlaciones para determinar el número de Nusselt, una para cada valor de porosidad estudiada. Cada una de éstas depende del número de Reynolds, obedeciendo a una ley de la potencia.

Agradecimientos

Los autores desean agradecer a la *Fundacite-Anzoátegui* por el financiamiento brindado para la construcción del equipo experimental mencionado en este artículo.

Recibido: 14/01/2003

Aprobado: 21/05/2003

Referencias

- ALAZMI, B. y VAFAI, K. Analysis of variants within the porous media transport models. *ASME Journal of heat transfer*. Vol. 122, 2000, pp. 303-325.
- ARQUIS, E., CALTAGIRONE, J.P. y LE BRETON, P. Détermination des propriétés de dispersion d'un milieu périodique à partir de l'analyse locale des transferts. *C.R. Academic. Sci. Paris*. Vol. II, núm. 313, 1991, pp. 1087-1092.
- BEAR, J. *Dynamics of fluids in porous media*. New York: American Elsevier Publishing Company, 1976.
- BECKERMAN, C., y VISKANTA, R. Forced convection boundary layer flow and heat transfer along a flat plate embedded in a porous media. *Int. Journal heat mass transfer*. Vol. 30, núm. 7, 1987, pp. 1547-1551.
- BRINKMAN, H. A calculation of the viscous force extended by a flowing fluid on a dense swarm of particles. *Appl. Scient. Res.* Vol. A1, 1947, pp. 27-34.
- CHANDRASEKHARA, B. y VORTMEYER, D. Flow model for velocity distribution in fixed porous beds under isothermal conditions. *Thermal and fluid dynamics*. Vol. 12, 1979, pp. 105-111.
- CHEN, S.L. y YUE, J.S. Water thermal storage with solidification. *Heat recovery system & CHP*. Vol. 8, 1991, pp. 247-254.
- CHENG, P. Heat transfer in geothermal systems. *Advances in heat transfer*. Vol. 14, 1979, pp. 1-105.
- CHENG, P. y ZHU, H. Effects of radial thermal dispersion on fully developed forced convection in cylindrical packed bed. *Int. Journal heat mass transfer*. Vol. 30, 1987, pp. 2373-2383.
- CHRISTOPHER, R. y MIDDLEMAN, S. Power-law through a packed tube. *Industrial engineering chemical fundamentals*. Vol. 4, 1965, pp. 422-430.
- FU, H., LEONG, K., HUANG, X. y LIU, C. An experimental study of heat transfer of a porous channel subjected to oscillating flow. *ASME Journal of heat transfer*. Vol. 123, 2001, pp. 162-170.
- HOWARD, C. The single blow problem including the effect of longitudinal conduction. *Gas Turbine Conference and Product Show*. ASME Paper No. 64-GT2-11, Houston, Texas, 1964.
- HUNT, L. y TIEN, C. Non darcian convection in cylindrical packed beds. *Trans-ASME Journal heat transfer*. Vol. 110, 1988, pp. 378-384.

- HWANG, G.J. y CHAO, C.H. Heat transfer measurement and analytical for sintered porous channells. *ASME Journal of heat transfer*. Vol. 116, 1994, pp. 456-464.
- HWANG, G.J., WU, CC y CHAO, C.H. Investigation of non-darcian forced convection in an asymmetrically heated sintered porous channel. *ASME Journal of heat transfer*. Vol. 117, 1995, pp. 725-732.
- HWANG, J.J., HWANG, G.J., YEH, R.H y CHAO, C.H. Measurement of interstitial convective heat transfer and frictional drag for flow across metal foams. *ASME Journal of heat transfer*. Vol. 124, 2002, pp. 1-10.
- KAVIANY, M. Laminar flow through porous channel bounded by isothermal parallel plates. *Int. Journal heat mass transfer*. Vol. 28, 1985, pp. 851-858.
- KAYS, W. y LONDON, A.L. Heat transfer and flow friction some compact heat exchanger surfaces, part 1 - test system and procedure; part 2 - design data for thirteen surfaces. *Trans. ASME*, 1950, pp. 1075-1097.
- KLINE, S.J., y MCCLINTOCK, F.A. Describing the uncertainties in single-sample experiments. *Mech Eng. ASME*, 1953, pp. 3-8.
- KOCH, D.L. y BRADY, J.F. Dispersion in fixed beds. *Journal fluid mech*. Vol. 154, 1985, pp. 399-427.
- KOCH, D.L., COX, R.G., BRENNER, H., y BRADY, J.F. The effect of order on dispersion in porous media. *Journal fluid mech*. Vol. 200, 1989, pp. 173-188.
- KUWAHARA, F., NAKAYAMA, A., y KOYAMA, H. A numerical study of thermal dispersion in porous media. *ASME Journal of heat transfer*. Vol. 118, 1996, pp. 756-761.
- LIANG, C. y YANG, W. Modified single-blow technique for performance evaluation on heat transfer surfaces. *ASME Journal of heat transfer*. vol. 96, 1975, pp. 16-21.
- MALISKA, C. *Transferencia de calor e mecánica dos fluidos computacional*. Brasil: LTC Ed., 1995.
- MUSKAT, M. The flow of homogeneous fluids through porous media. Michigan: Edwards, 1946.
- NAKAYAMA, A.K. y KOYAMA, H. Buoyancy - induced flow of non-newtonian fluids over a non-isothermal body of arbitrary shape in a fluid-saturated porous medium. *Applied scientific research*. Vol. 48, 1991, pp. 55-70.
- PALM, E., WEBER, J. y KVERNOLD, O. On steady convection in a porous media. *Journal fluid mech*. Vol. 54, 1972, pp. 153-161.
- PATANKAR, S. y SPALDING, D. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *Int. Journal of heat and mass transfer*. Vol. 15, 1972, pp. 1787-1806.
- PATÍÑO, L. *Análisis teórico- experimental de la convección de calor transitoria en el flujo de fluidos a través de medios porosos*. Tesis presentada para optar al título de Magister Scientiarum en ingeniería mecánica, mención ciencias. Puerto La Cruz, Venezuela: Escuela de Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Universidad de Oriente, 2003, 133 pp.
- POULIKAKOS, D. y RENKEN, K.J. Forced convection in channel filled with porous medium, including the effects of flow inertia, variable porosity and Brinkman friction. *ASME Journal of heat transfer*. Vol. 109, 1987, pp. 880-888.
- PUCCI, PF., HOWARD, C.P. y PIERSALL, C.H. The single blow transient testing technique for compact heat exchanger surfaces. *Journal of engineering for power, TRANS. ASME*. Vol. 89, 1967, pp. 29-40.
- RENKEN, K.J., y POULIKAKOS, D. Experiment and analysis forced convection heat transfer in a packed bed of spheres. *Int. Journal heat mass transfer*. Vol. 31, 1988, pp. 1399-1408.
- SHENOY, A.D.F. Natural forced and mixed convection heat transfer in non-newtonian power-law fluid saturated porous media. *Transport of porous media*. Vol. 4, 1993, pp. 219-241.
- SOZEN, M. y VAFAI, K. Analysis of the non-thermal equilibrium condensing flow of a gas through a packed bed. *Int. Journal heat mass transfer*. Vol. 33, núm. 6, 1990, pp. 1247-1261.
- VAFAI, K. y KIM, S. Forced convection in a channel filled with a porous medium: an exact solution. *ASME Journal of heat transfer*. Vol. 111, 1989, pp. 1103-1106.
- VAFAI, K. y TIEN, C.L. Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media. *Int. Journal heat mass transfer*. Vol. 24, núm. 6, 1981, pp. 195-203.
- VAFAI, K. y TIEN, C.L. Boundary and inertia effects on convective mass transfer in porous media. *Int. Journal heat mass transfer*. Vol. 25, núm. 6, 1982, pp. 1183-1190.
- VAFAI, K., ALKIRE, R. y TIEN, C.L. An experimental investigations of heat transfer in variable porosity media. *ASME Journal of heat transfer*. Vol. 107, 1985, pp. 642-647.
- WU, CC. y HWANG, G.J. Flow and heat transfer characteristics inside packed and fluidized beds. *ASME Journal of heat transfer*. Vol. 120, 1998, pp. 667-673.

Abstract

PATÍÑO-CARRILLO, L.A. & ESPINOZA-BEJARANO, H.J. *Interstitial convective heat transfer for fluid flow through porous media*. Hydraulic engineering in Mexico (in Spanish). Vol. XIX, no. 2, April-June, 2004, pp. 37-51.

This work presents a theoretical-experimental methodology to determine the interstitial heat transfer coefficients in water flow through porous media, where the fluid is not in heat balance with the solid phase. The heat transfer coefficients are obtained by the single-blow transient method, combining the experimental results in a test equipment with the numerical solutions of the mathematical model proposed and constituted by the equation of continuity, the momentum equations, the energy equation of the fluid phase, and the energy equation of the solid phase. The system of partial differential equations generated in the mathematical model is solved through a numerical methodology based on the method of finite volumes. This numerical model was constructed in the Computational Fluid Dynamics (CFX 4.3™) software, and it was developed in cylindrical coordinates using a scheme of central differences to approximate the diffusive terms, a hybrid scheme for the convective terms, and a totally implicit scheme to implement the transient state. The experimental tests and the numerical solutions were made satisfactorily for different values from superficial speed of the fluid from the entrance of the bed and for different porosity values, finding that the Nusselt numbers depend in great scale on the Reynolds numbers and the porosity of media, agreeing with the results of similar investigations.

Keywords: convection, heat transfer, porous media.

Dirección institucional de los autores:

Luis Alfredo Patiño-Carrillo

Henry José Espinoza-Bejarano

Centro de Termodinámica y Mantenimiento (CTyM),
Instituto de Investigación y Desarrollo Anzoátegui (Indesa),
Universidad de Oriente,
Núcleo de Anzoátegui,
Vía Alternativa Barcelona-Puerto La Cruz, Estado de Anzoátegui, Venezuela,
teléfono: 58 281 262 3270,
fax: 58 281 262 3271,
lpatino@anz.udo.edu.ve, lpatino@cantv.net,
hespinoz@ci.udo.edu.ve, hespinoza@cantv.net.